

# أساسيات فيزياء الجوامد

تأليف

دكتور / رأفت كامل واصف

أستاذ الفيزياء - كلية العلوم - جامعة القاهرة  
رئيس الشبكة العربية لتعليم الفيزياء - يونسكو

مهندسون (الموسيقى)



مهندسون (الموسيقى)



١٥-١١-١٩٩٩

٢١٢

١١٨٧

مكتبة جامعة القاهرة

# أساسيات فيزياء الجوامد

تأليف

دكتور / رأفت كامل واصف

أستاذ الفيزياء - كلية العلوم - جامعة القاهرة

رئيس الشبكة العربية لتعليم الفيزياء - يونسكو



مكتبة يوسف اللواتي

حقوق الطبع محفوظة

رقم الإيداع : ٩٣٣٠ / ١٩٩٤ م

I.S.B.N : 977 - 5526 - 13 - 2

الطبعة الثانية

١٤١٩ هـ - ١٩٩٨ م



دار النشر للجامعات - مصر

١٦ ش عدلى - الدور الثالث - القاهرة

ص. ب. ١٣٠ محمد قريد - ت: ٣٩٣١٤٣٤ - فاكس: ٣٩١٢٢٠٩

## نبذة عن المؤلف

تدرج الدكتور رأفت كامل وأصف فى مراحل التعليم المصرى حتى حصل من جامعة القاهرة على بكالوريوس العلوم فى الفيزياء بمرتبة الشرف عام ١٩٤٦ والمجستير عام ١٩٥٠ ودكتوراه الفلسفة عام ١٩٥٤ ودكتوراه العلوم عام ١٩٦٨ . ومنذ تعيينه ضمن أعضاء هيئة التدريس بجامعة القاهرة عام ١٩٤٦ وهو يجرى بحوثه فى علم الجوامد وقد نشر أكثر من مائه وثلاثين بحثاً فى المجلات العلمية العالمية، وأشرف على العديد من درجات الماجستير والدكتوراه وتنتشر مدرسته العلمية فى مصر وفى العالم الخارجى .

حصل الدكتور رأفت كامل على كرسى فيزياء الجوامد بجامعة القاهرة عام ١٩٦٩ ، ثم عين رئيساً لقسم الفيزياء عام ١٩٧٤ ، وقد حصل على جائزة الدولة التشجيعية عام ١٩٦٣ وعلى وسام العلوم والفنون مرتين عامى ١٩٦٣ ، ١٩٨٦ .

ويعمل الدكتور رأفت كامل أيضاً كخبير فى مجمع اللغة العربية بالقاهرة . فى المجال المحلى أنشأ الجمعية المصرية لعلوم الجوامد وتطبيقاتها، ونشر المجلة المصرية لعلوم الجوامد منذ أكثر من خمسة عشر عاماً . كما أنشأ الشبكة العربية لتعليم الفيزياء "ارابن" التى يصدر من خلالها المجلة العربية للفيزياء التطبيقية والتعليم، كما انه يصدر نشره علوم مبسطة باسم " أنباء ارابن " توزع عن طريق مكتب روستاس للدول العربية.

أما فى المجال الدولى فقد انتخب أربع مرات من قبل الاتحاد الدولى للفيزياء البحتة والتطبيقية IUPAP ، عضواً فى اللجنة الدوليه لتعليم الفيزياء ICPE منذ عام ١٩٨١ وحتى الآن . كما أنه يعمل مع اليونسكو لتطوير تعليم الفيزياء فى المرحلة الجامعية الأولى.

محمود يوسف الربيعي





## مقدمة الكتاب

لعلم الفيزياء ، كما هو معروف ، أهمية كبيرة بين سائر العلوم الأساسية ، إذ إنه يكون حجر الأساس الذى لا غنى عنه فى جميع مجالات العلوم المختلفة . لقد كان تطور علم الفيزياء فى القرن العشرين بمثابة ثورة شاملة فى مفاهيمنا لطبيعة المادة والطاقة والإشعاع ، وكانت الحقبة الأخيرة من هذا القرن على قمة التطور مما استوجب قسمة علم الفيزياء إلى فيزياء كلاسيكية وأخرى معاصرة . ولما كان التطور التكنولوجى الكبير المصاحب لهذه الاكتشافات ، فى حاجة دائماً إلى نوعيات خاصة جداً من المواد التى لها صفات ، يستلزمها نجاح المشروعات الضخمة التى تقوم بها الدول - لذلك أصبح الإهتمام بتدريس الطبيعة الذرية للمادة وأثرها على الخواص الماكروسكوبية لها أمراً ضرورياً ، فتعددت الكتب الأجنبية التى تعنى بطبيعة الجوامد والحالة المكثفة ، وكان لزاماً على العلماء العرب إثراء المكتسبة العربية بمرجع فى هذا الموضوع يخدم الطالب ، ويساعده على فهم القوانين التى تحكم هذا العالم الواسع الذى نطلق عليه الجوامد وما هو بجامد ، إذ إن ذراته وإلكتروناته دائمة لحركة تتحدد بموجبها صفاته وتصرفه تحت ظروف التشغيل المختلفة .

ولذلك فإننى أتقدم لأبنائى الطلبة المصريين والعرب الذين يهتمون بدراسة الحالة المكثفة وطبيعة المادة بهذا المرجع المكتوب بلغتهم العربية ، لغة الأم ، مما سيساعدهم على فهم أفضل لهذا العلم الذى تبنى عليه معظم التكنولوجيات الحديثة . ولما كانت المادة سواء فى حالتها الصلبة والسائلة أو الغازية تتكون من أعداد كبيرة جداً من الذرات أو الجزيئات وتتوقف طبيعتها على طبيعة مجاميع ذراتها أو جزيئاتها ، لذلك فقد راعيت أن أبدأ بالتعريف بموضوع بالفيزياء الإحصائية ، ثم أعقبت ذلك بالتعريف بمكونات الذرة وماهية تركيبها الداخلى ومستويات طاقاتها الإلكترونية ، لكى تكون واضحة ، خلفية الصورة التى سنعطيهها للمادة فى حالتها المكثفة . وإنى أرى هذا المرجع يصلح لطلاب المراحل النهائية فى الجامعات والمعاهد العليا الذين يدرسون فيزياء الجوامد . إذ إنه ييسر لهم سبل المعرفة

بأحدث النظريات فى تركيب المادة ومكوناتها الأساسية ، كما يتيح كذلك تفسير الظواهر الطبيعية التى تنشأ عن التجمعات الذرية أو الجزيئية وكيفية معالجتها بأسلوب احصائى .  
وفقنا الله إلى ما فيه الخير للجميع .

المؤلف

هنا يوسف الربيعي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## الباب الأول

### فيزياء إحصائية STATISTICAL PHYSICS

يعالج علم الميكانيكا الإحصائية حركة المجاميع الكبيرة من الأجسام ( مثل جزيئات غاز ) وخواص هذه المجاميع والقوانين التي تحكمها .

تتكون أى مادة سواء فى حالتها الصلبة أو السائلة أو الغازية من أعداد كبيرة جدا من الذرات أو الجزيئات الدائمة الحركة ، والتي يربط بينها قوى بينية تكون كبيرة فى حالة المواد الصلبة وصغيرة فى حالة الغازات . مثلا : فى ١ كيلو جرام جزيئى Kilomole يوجد عدد من الجزيئات يسمى عدد أفوجادرو ويساوى  $6.02 \times 10^{23}$  جزيء ولإثبات أن ذرات أو جزيئات المادة دائمة لحركة تجرى عادة التجارب البسيطة التالية :

١ - فى حالة الغازات : تجربة الدخان . أو عند فتح زجاجة عطر فان رائحتها تظهر على بعد أمتار فى ثوان قليلة .

٢ - وفى حالة السوائل : قطرة حبر فى ماء نقى تنتشر تماما فى فترة وجيزة .

٣ - فى حالة الجوامد : تجربة انتشار الرصاص فى الذهب وبالعكس .

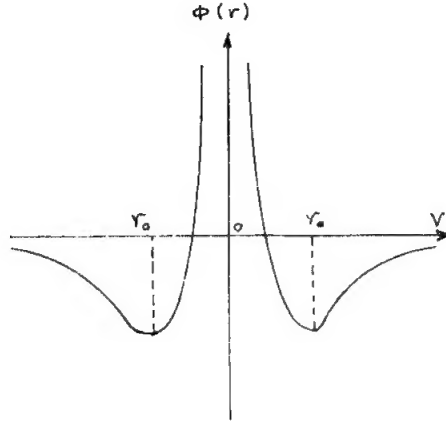
#### ١ - ١ الخواص الطبيعية للمواد تتوقف على طبيعة مجاميع ذراتها أو جزيئاتها :

التمدد : إذا كانت ذرات المادة تشغل أماكن محددة تحت تأثير القوى البينية بينها ،

فعند رفع درجة الحرارة تتذبذب كل ذرة أو جزيء حول وضع اتزانه فى بئر الجهد ( شكل

١ - ١ ) وتزداد سعة الذبذبة برفع درجة الحرارة . وهذه تظهر على شكل تمدد خارجى .

موسى يوسف اللبش



شكل (١-١)

**الانصهار :** إذا وصلت درجة الحرارة لدرجة الانصهار فإن طاقة حركة الجزيئات أو الذرات تكون من الكبر ، بحيث تستطيع التغلب على قوى الترابط بين الذرات ، مما يسبب كسر الحالة الصلبة وتحويلها إلى حالة سائلة .

**شكل وحجم الجسم :** تكون القوى البينية في الجوامد كبيرة جدا ، وهذا ما يحفظ شكل وحجم الجسم الصلب ثابتا لا يتغير عند نفس الدرجة ، أما بالنسبة للسوائل تكون قوى الترابط أقل ، ولذلك فإن جزيئات السائل تكون أكثر حرية للحركة ، وبالتالي يتشكل السائل بشكل الإناء الذي يحتويه بينما يظل حجمه ثابتا . أما بالنسبة للغازات تكون قوى الترابط بين الجزيئات صغيرة جدا . وبالتالي فإنها تكون حرة الحركة وتشغل دائما جميع الحجم الذي توضع فيه ، أى أنها لا تحتفظ بشكل أو بحجم .

**البخر من السوائل :** تختزن الأجسام طاقتها الحرارية على شكل طاقة حركة جزيئاتها . وليس من المعقول أن تتساوى طاقات الحركة لهذه الملايين الكثيرة من الجزيئات . ولكن عادة تكون للاغلبية طاقة متوسطة هي التي تعرف الحالة الحرارية للمادة .

ومن الملاحظ أنه عند هروب الجزيئات ذات طاقة الحركة الكبيرة من سطح السائل ، مما يتسبب عنه ما يعرف بالبخر ، تقل طاقة الحركة المتوسطة لمجموعة الجزيئات المتبقية وبالتالي تنخفض درجة الحرارة وهى حقيقة معروفة بالتبريد بواسطة البخار .

**الميكانيكا الإحصائية** تعد بداية لتحويل دراستنا الطبيعية من الحالة الماكروية إلى الحالة الميكروسكوبية .

وقد كانت نظرية الحركة للغازات هى بداية الطريق فى هذا المضمار ولذلك سندرسها بالتفصيل . وبالرغم من الفروض المبسطة التى بنيت عليها نظرية الحركة للغازات ، فإن النتائج التى تحصلنا عليها منها أصبحت تطبق على مثل هذه المجاميع من الأجسام التى يمكن أن تعد حرة تقريبا .

## ١ - ٢ نظرية الحركة للغاز التام

**الفرق بين الميكانيكا الإحصائية وميكانيكا الجسم المتماثل :**

بدأ علم الفيزياء الإحصائية على يدى ماكسويل وبولتزمان ، بدراسة مجاميع من الأجسام الصغيرة المتشابهة ، والتى تتحرك بدون ارتباط مع بعضها البعض . ويمكن تمثيل هذه المجاميع فى أبسط صورها بحالة غاز تام .

### تركيب الغاز التام مستنتجة من قوانين الغازات

وجد أن جميع الغازات عند الضغوط الصغيرة تتبع القوانين البسيطة التالية :

١ - **قانون بويل** : وينص على أنه لكتلة معينة من الغاز يتناسب ضغط الغاز

$$\text{عكسيا مع حجمه طالما حفظت درجة الحرارة ثابتة} \quad P \propto \frac{1}{V}$$

٢ - **قانون شارل** : إذا سخنت كتلة معينة من الغاز تحت حجم ثابت فإن الضغط

$$\text{يزداد طرديا مع زيادة درجة الحرارة} \quad P \propto T$$

٣ - **قانون دالتون للضغوط الجزئية** : ضغط خليط من غازات مختلفة على

جدران الإناء الحاوى لها يساوى مجموع الضغوط التى تؤثر بها هذه الغازات على الجدران



لو أن كل منها وجد على حدة فى نفس الحجم .

$$P = \sum_i P_i$$

٤ - **قانون جول** : الطاقة الداخلية للغاز لا تتوقف على حجمه بمعنى أننا إذا تركنا الغاز يتمدد فى الفراغ فلن يحدث هناك فقدان للطاقة .

٥ - **قانون جاي لوساك** : عندما تتفاعل الغازات كيميائياً ويكون ناتج التفاعل غازياً أيضاً ، تكون نسبة الغازات المتفاعلة والغاز الناتج هى نسبة بسيطة .

٦ - **قانون أفوجادرو** : الحجم المتساوية من الغازات عند نفس درجة الحرارة والضغط تحتوى على نفس العدد من الجزيئات .

من واقع القوانين السابقة يمكن وصف تركيب الغاز التام وهو الذى يخضع تماماً لجميع القوانين السابقة ، كما يأتى :

يتركب الغاز التام من جزيئات لها الخواص التالية :

١ - جزيئات الغاز عبارة عن كرات صلبة ملساء تامة المرونة .

٢ - الجزيئات فى حالة حركة مستمرة تتصادم مع بعضها البعض ، وكذلك مع جدران الإناء الذى يحتوئها .

٣ - تتناسب درجة حرارة الغاز المطلقة مع متوسط طاقة حركة الجزيئات .

٤ - لا يوجد بين الجزيئات قوى جزيئية .

٥ - الحجم الفعلى للجزيئات لا يشغل إلا جزءاً متناهياً فى الصغر من الحجم الكلى للإناء المحتوى للغاز .

للتدليل على صحة الفروض السابقة عن تركيب الغاز التام نفرض أولاً أن الجزيئات ليست ملساء أو تامة المرونة : معنى ذلك أن جزءاً من طاقة حركتها يفقد بالتصادم ، حيث إن خشونة السطح تستهلك جزءاً من الطاقة .

أى إننا كلما تركنا الغاز لحالة لمدة طويلة فإن طاقته تقل تدريجياً ، نتيجة للتصادم وتكون النتيجة نقصاً مستمراً فى الطاقة الداخلية للغاز ، وهذا ضد قانون جول .

ثانياً - لو لم تكن حركة الجزيئات عشوائية فى كل الاتجاهات ، لأمكن تجميع الجزيئات فى جزء فقط من الحجم ، دون باقى الأجزاء وهذا غير صحيح .

## ١ - ٢ معادلة الحالة للغاز التام :

### حساب ضغط الغاز :

لإيجاد عدد الجزيئات في وحدة الحجم  $dn_{\theta\phi v}$  التي لها اتجاه معين  $\theta\phi$ ، وتكون سرعاتها محصورة بين  $(v + dv, v)$  :

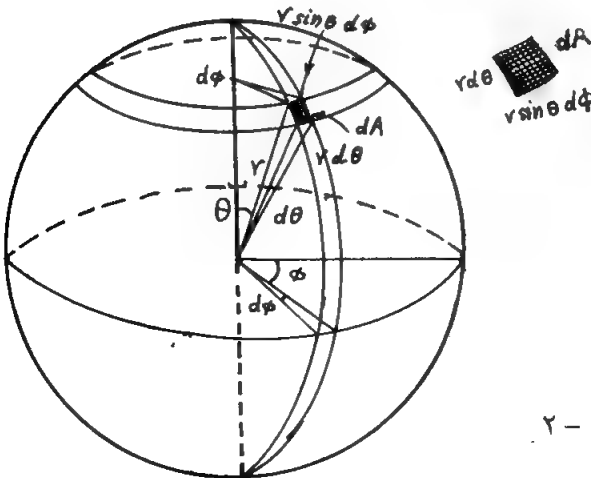
اعتبر حجما معيناً  $V$  من غاز تام تتوزع جزيئاته بانتظام في كل الحيز .  
نفرض  $N$  هي العدد الكلي للجزيئات .

$\therefore$  عدد الجزيئات في وحدة الحجم  $n = N/V$

وبما أن توزيع الجزيئات منتظم فإن عدد الجزيئات في الحجم  $dV$  هو  $dN = ndV$   
تتحرك الجزيئات حركة عشوائية أي إن اتجاهات السرعة للجزيئات تكون في الاتجاهات المختلفة بنفس درجة الاحتمال .

نفرض أن سرعة كل جزيء يمثلها متجه ، وأن جميع المتجهات قد نقلت لمركز إحداثيات مشترك . تقطع هذه المتجهات أو امتداداتها سطح كرة مركزها هو مركز الإحداثيات ، ويكون توزيع نقط التقاطع منتظما على سطح الكرة ، حيث إن توزيع السرعات واتجاهاتها في الفراغ منتظم .

$$\frac{N}{4\pi r^2} = \text{متوسط عدد النقط لوحدة المساحات} *$$



شكل ١ - ٢

حيث  $r$  هو نصف قطر كرة المرجع ( شكل ١ - ٢ ) . إذا كانت  $dA$  هي مساحة صغيرة فإن عدد النقط عليها هو :

$$dN = \frac{N}{4 \pi r^2} \cdot dA$$

اعتبر الآن أى متجه فى الفراغ يمر بالمساحة  $dA$  ، ويتحدد اتجاهه على أساس محاور قطبية بالزاويتين  $(\theta, \phi)$  كما فى شكل ١ - ٢ .  
وتكون على هذا الأساس المساحة  $dA$  مساوية :

$$dA = r \sin \theta \, d\phi \, r \, d\theta = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

وتكون عدد النقط فى هذه المساحة هي :

$$\begin{aligned} dN_{\theta\phi} &= \frac{N}{4 \pi r^2} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{N}{4 \pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \end{aligned}$$

هذا العدد هو نفسه عدد الجزيئات التى لها سرعات مختلفة ، وتتحرك فى الاتجاه بين  $(\theta, \theta + d\theta)$  ،  $(\phi, \phi + d\phi)$

وبالقسمة على الحجم الكلى للغاز نحصل على عدد الجزيئات فى وحدة الحجم التى لها الاتجاه السابق وهي :

$$dn_{\theta, \phi} = \frac{dN_{\theta, \phi}}{V} = \frac{n}{4 \pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

حيث  $n = \frac{N}{V}$  هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجم

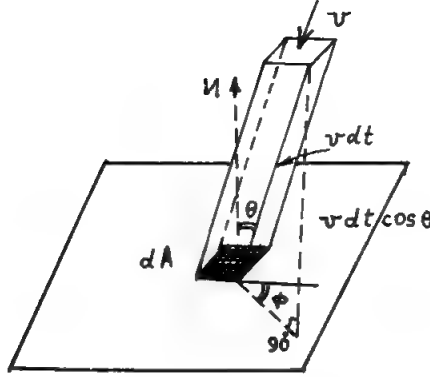
\* ويكون للجزيئات التى تتحرك فى الاتجاه  $\theta$  سرعات تتفاوت بين صفر ومالا نهاية .

أما إذا أردنا ان نعتبر فقط تلك الجزيئات التى تتحرك فى هذا الاتجاه ، ويكون لها

سرعات بين  $(v, v + dv)$  يكون هذا العدد هو :

$$dn_{\theta\phi v} = \frac{dn_v}{4 \pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

إيجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن لجميع جزيئات الغاز :



شكل ١ - ٣

### تصادم الجزيئات مع الجدران .

اعتبر مساحة صغير  $dA$  من جدران الإناء المحتوى للغاز شكل (١ - ٣) . واعتبر جزيئاً يتحرك بسرعة ما بين  $v$  و  $v + dv$  وفى الاتجاه بين :

$$(\varphi, \varphi + d\varphi), (\theta, \theta + d\theta)$$

ولنسمى هذا الجزيء وأمثاله  $v \varphi \theta$  .

فى فترة زمنية  $dt$  يتحرك الجزيء مسافة  $v dt$  .

أنشئ أسطوانة ( أو متوازي مستطيلات ) مائلة فى الاتجاه  $\varphi \theta$  ويكون طولها  $v dt$  ،

واعتبر جميع الجزيئات بداخلها . تتفاوت سرعة هذه الجزيئات بين صفر ،  $\infty$  .

عدد الجزيئات فى وحدة الحجم والتي تتحرك فى الاتجاه  $\varphi \theta = dn_{\varphi \theta}$  من هذه

الجزيئات يوجد عدد صغير  $dn_{\varphi \theta}(v)$  يكون متحركاً بسرعة واقعة بين  $v$  و  $v + dv$  . عدد

هذه الجزيئات لوحدة الحجم من المعادلة رقم ١-١ يكون :

$$dn_{\varphi \theta v} = \frac{dn_v}{4\pi} \sin \theta d\theta d\varphi$$

حجم الأسطوانة :

$$dV = dA \cdot v \, dt \cos \theta$$

عدد الجزيئات من نوع  $v$   $\phi$   $\theta$  الموجودة بالأسطوانة هو :

$$n_{\theta\phi} dV = dA \, dt \frac{v \, dn_v}{4 \pi} \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\phi$$

ويكون عدد الجزيئات من هذا النوع التى تصدم وحدة المساحة فى وحدة الزمن هى :

(بالقسمة على  $(dA \, dt)$ ) :

$$\frac{1}{4 \pi} v \, dn_v \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\phi$$

∴ وبإجراء التكامل على  $\theta$  بين  $\frac{\pi}{2}$  ، وعلى  $\phi$  بين  $2 \pi$  ، نحصل على العدد الكلى

للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن وهذا يساوى :

$$\frac{1}{4} v \, dn_v$$

أى إن عدد التصادمات يتناسب مع السرعة  $v$  ، وكذلك مع عدد الجزيئات التى لها هذه

السرعة .

**ولإيجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن**

**بالنسبة لجميع الجزيئات للغاز ولكافة السرع نجرى التكامل لنحصل على :**

$$\frac{1}{4} \int v \, dn_v \quad \dots (1-2)$$

وإذا أدخلنا فى الاعتبار السرعة المتوسطة للجزيئات ، يمكن وضع النتيجة

السابقة على صورة أبسط .

لإيجاد السرعة المتوسطة لجزيئات غاز . نفرض أن هناك  $N_1$  جزيء له سرعة

$v_1$  &  $N_2$  له سرعة  $v_2$  وهكذا تكون السرعة المتوسطة هى :

$$\bar{v} = \frac{N_1 v_1 + N_2 v_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\sum_i N_i v_i}{\sum_i N_i} = \frac{\sum_i N_i v_i}{N}$$

$$\bar{v} = \frac{\sum n_i v_i}{n}$$

وإذا قسمنا على حجم الغاز فإن :

حيث  $n$  هو العدد في وحدة الحجم . .

أما إذا كان توزيع الجزيئات متصلاً

$$\bar{v} = \frac{\int v \, dn}{n}$$

فإن علامة المجموع  $\sum$  تتحول إلى تكامل :

$$\text{أى إن} \quad n \bar{v} = \int v \, dn_v$$

العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن لجميع الجزيئات =

$$\frac{1}{4} n \cdot v$$

**مثال :** أوجد عدد مرات تصادم جزيئات الأكسجين على المتر المربع من الجدران في

الثانية ، إذا كانت كثافته  $3 \times 10^{25}$  جزيء لكل متر مكعب والسرعة المتوسطة للجزيء عند درجة  $273^\circ$  مطلق هي  $450$  متر / ثانية .

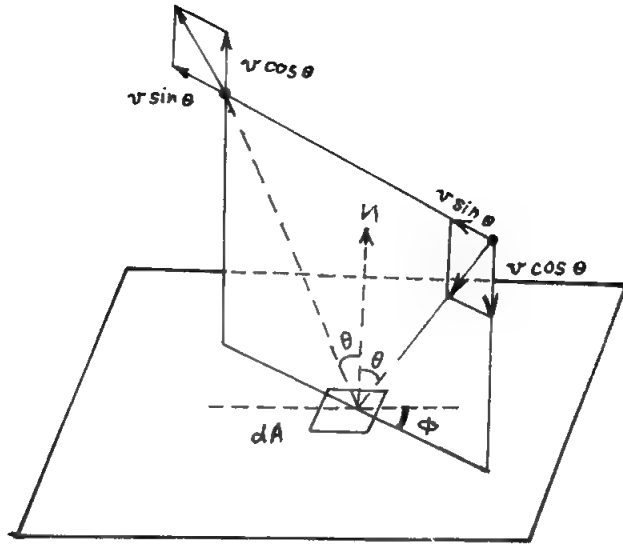
**الحل :** العدد =

$$\frac{1}{4} n \bar{v} = \frac{1}{4} \times 3 \times 10^{25} \times 450$$

$$= 3.3 \times 10^{27} \text{ تصادما على المتر المربع في الثانية .}$$

محمّد يوسف اللواتي





شكل (٤-١)

### دفع الجزيئات للجدران :

اعتبر جزيئاً سرعته  $v$  يسقط على مساحة  $dA$  بزاوية  $\theta$  على الاتجاه الرأسى شكل (٤-١). يرتد الجزيء على السطح الأملس بنفس السرعة وتكون زاوية الارتداد هي نفس زاوية السقوط  $\theta$  تتغير المركبة العمودية للسرعة بالتصادم من  $v \cos \theta$  إلى  $-v \cos \theta$ .

إذا كانت كتلة الجزيء  $m$  يكون التغير العمودى فى كمية الحركة هو :

$$m v \cos \theta - (- m v \cos \theta) = 2m v \cos \theta$$

ولكن مما سبق وجدنا أن :

عدد التصادمات  $\phi v$  مع مساحة  $dA$  فى الزمن  $dt$  هو

$$\frac{1}{4\pi} v n_v \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi \cdot dA dt$$

التغير فى كمية الحركة بعد هذه التصادمات فى الزمن  $dt$  هو

$$2m v \cos \theta \frac{1}{4 \pi} v dn_v \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi dA dt$$

$$= \frac{1}{2 \pi} m v^2 dn_v \sin \theta \cos^2 \theta d\theta d\phi dA dt$$

نحصل على التغير الكلى فى كمية كالحركة لجميع التصادمات للسرعة  $v$  ، بإجراء

$$\text{التكامل على } \theta \text{ من صفر إلى } \frac{\pi}{2} \text{ وعلى } \phi \text{ من صفر إلى } 2\pi$$

$$\frac{1}{2} = \theta \quad \text{التكامل الأول بالنسبة لـ}$$

$$\text{والتكامل الثانى بالنسبة لـ } 2\pi = \phi$$

$$\frac{1}{3} m v^2 dn_v dA dt = \text{التغير الكلى فى كمية الحركة}$$

هذا التغير يكون بالنسبة للسرعات الواقعة بين  $v$  &  $v + dv$  ، ويصبح التغير الكلى

بالنسبة لجميع السرعات هو :

$$\frac{1}{3} m \left[ \int v^2 dn_v \right] dA dt$$

وباستخدام نظرية الدفع وكمية الحركة لنيوتن :

$$F = m a = m \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore F dt = m dv$$

أى أن الدفع يساوى التغير فى كمية الحركة . فإذا كانت القوة المؤثرة على المساحة

$dA$  هى  $dF$  فإن

$$dF \cdot dt = \frac{1}{3} m \left[ \int v^2 dn_v \right] dA dt$$

ولكن من تعريف الضغط على السطح ، هو القوة على وحدة المساحات أى أن :

$$P = \frac{dF}{dA} = \frac{1}{3} \int v^2 dn_v$$

## متوسط مربع سرعة الجزيئات $v^2$

يمكن وضع المعادلة السابقة بصورة أبسط لو اعتبرنا متوسط مربع سرعة الجزيئات :

$$\overline{v^2} = \frac{\sum N_i v_i^2}{\sum N_i} = \frac{\sum N v_i^2}{N}$$

$$\therefore \overline{v^2} = \frac{\sum n_i \cdot v_i^2}{n}$$

أما إذا كان للجزيئات توزيع متصل للسرعات فإن :

$$\overline{v^2} = \frac{1}{n} \int v^2 \, dn_v$$

$$n \overline{v^2} = \int v^2 \, dn_v$$

## ضغط الغاز :

وباستخدام المعادلة السابقة مع معادلة ضغط الغاز نحصل على

$$P = \frac{1}{3} m n \overline{v^2}$$

يلاحظ أن متوسط مربع السرعة لا يساوى مربع متوسط السرعة

$$\overline{v^2} \neq (\overline{v})^2$$

## المعادلة العامة للغازات :

· باستخدام معادلة الضغط السابقة يمكن الحصول على العلاقة بين الحجم والضغط

ودرجة الحرارة لغاز .

نفرض أن  $n$  هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجم ،  $N$  هو العدد الكلى للجزيئات فى

الحجم  $V$  :

$$\therefore n = \frac{N}{V}$$

ومن معادلة الضغط :

$$\therefore P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \bar{v}^2$$

$$PV = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2$$

إذا اعتبرنا ١ كجم جزيء من غاز تكون N هي عدد أفوجادرو ويكون  $M = Nm$  هو

الوزن الجزيئي للغاز ويكون الطرف الأيمن من المعادلة عبارة عن  $\left(\frac{2}{3}\right)$  طاقة حركة الجزيئات

في هذا الكيلو جرام الجزيئي .

المعادلة السابقة تشبه معادلة الحالة للغاز التام للكيلو جرام الجزيئي :

$$PV = RT = N k T$$

حيث R هو ثابت الغاز للكيلو جرام الجزيئي k ثابت بولتزمان ومن المعادلتين نجد

أن :

$$\frac{2}{3} N \cdot \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = RT$$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} kT$$

أي أن طاقة حركة الجزيء الواحد تساوي  $\frac{2}{3}$  حاصل ضرب ثابت بولتزمان في

درجة الحرارة المطلقة للغاز . وهذه المعادلة تعطى تعريف ثابت بولتزمان أو ثابت الغاز والمعنى الطبيعي له .

ثابت بولتزمان يساوي  $\frac{2}{3}$  طاقة الحركة الانتقالية لجزيء واحد عند درجة الحرارة ١

كلفن .

∴ طاقة الحركة المتوسطة للجزيء تتناسب مع درجة الحرارة المطلقة ولا تتوقف على

ضغط الغاز أو حجمه . أي أن طاقة حركة جزيئات الغازات المختلفة مثل الأيدروجين -

الهيليوم - الأوكسجين وغيرها جميعها متساوية عند نفس درجة الحرارة بالرغم من اختلاف

أوزانها الذرية .

## ١- ٤ درجات الحرية وقانون تساوى توزيع الطاقة :

· أى جسم يتحرك فى خط مستقيم يكون له درجة واحدة من درجات الحرية ، أما إذا تحرك على مستوى يكون له درجتان حيث إنه يستطيع الحركة فى كل من الاتجاه س أو ص .

الجسم المتحرك فى الفراغ له ثلاث درجات حرية انتقالية . يمكن أيضا وجود درجات حرية دورانية أو درجات حرية تذبذبية .

عدد درجات الحرية لأى جسم متحرك تضاف إلى بعضها . فمثلا غاز به عدد  $N$  جزيء أحادى الذرة يكون له  $3N$  عدد درجات حرية انتقالية .

من نظرية الحركة للغازات ، وجدنا أن طاقة الحركة الانتقالية لكل جزيء تساوى :

$$\frac{3}{2} kT$$

بما أن لدينا ثلاث درجات حرية انتقالية للجزيء تكون طاقة حركة الجزيء لكل درجة حرية تساوى  $\frac{1}{2} kT$  ويسمى هذا بقانون تساوى توزيع الطاقة على درجات الحرية المختلفة .

### نص القانون :

فى أى مجموعة ديناميكية فى حالة اتزان حرارى تتوزع الطاقة بالتساوى على درجات الحرية المختلفة وتكون قيمة كل منها  $\frac{1}{2} kT$  .

للجوامد طاقة حركة للذرات المكونة لها وكذلك طاقة موضع ، لذلك فإن طاقة الذرة لكل

$$\text{درجة حرية هي } kT = 2 \times \frac{1}{2} kT .$$

**مثال :** احسب طاقة حركة وجذر متوسط مربع السرعة لجزيئات الأكسجين عند درجة

٢٧° م علما بأن الوزن الجزيئى له ٣٢ .

وأن عدد الجزيئات في ١ كيلو جرام جزيئي  $= 6.0 \times 10^{26}$

ثابت بولتزمان  $= 1.38 \times 10^{-23}$

الحل :

$$T = 273 + t = 300^\circ \text{K}$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21} \text{ Joule}$$

كتلة جزيء الأكسجين

$$m = \frac{32}{6.03 \times 10^{26}} = 5.31 \times 10^{-26} \text{ Kgm}$$

متوسط مربع السرعة

$$\begin{aligned} \bar{v}^2 &= \frac{2 \times 6.21 \times 10^{-21}}{5.31 \times 10^{-26}} \\ &= 23.4 \times 10^4 \text{ (m/s)}^2 \end{aligned}$$

$$\text{r.m.s. } v = \sqrt{\bar{v}^2} = 482 \text{ m/s}$$

ملاحظة : سرعة الصوت في الهواء تحت الظروف المعتادة  $NTP = 350$  متر /

ثانية .

## ١ - ٥ استنتاج قوانين الغازات من معادلة الضغط :

### ١ - قانون بويل :

$$PV = \frac{1}{3} m n \bar{v}^2$$

عند ثبوت درجة الحرارة تكون طاقة حركة الجزيئات المتوسطة ثابتة ، أي إن

$$\bar{v}^2 = \text{Constant} \text{ وبذلك نحصل على قانون بويل } PV = \text{constant}$$



## ٢ - قانون أفوجادرو :

اعتبر غازين عند نفس درجة الحرارة والضغط :

$$\therefore P = \frac{1}{3} m_1 n_1 \overline{v_1^2} = \frac{1}{3} m_2 n_2 \overline{v_2^2}$$

وبما أن الغازين في نفس درجة الحرارة :

$$\frac{1}{2} m_1 \overline{v_1^2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

ومن المعادلتين السابقتين نجد أن :

$$n_1 = n_2$$

أى إن أى غازين لهما نفس الضغط ودرجة الحرارة يكون لهما نفس العدد من الجزيئات لوحدة الحجم .

## ٣ - قانون دالتون :

اعتبر مجموعة من الغازات كثافتها هي ،  $d_1, d_2, d_3$  ، ومتوسط مربع سرعاتها  $\overline{v_1^2}, \overline{v_2^2}, \overline{v_3^2}, \dots$  ،

إذا خلطت هذه الغازات في حجم معين فإن محصلة الضغط  $P$  للمخلوط باعتبار جميع الأنواع من الجزيئات تكون :

$$P = \frac{1}{3} d_1 \overline{v_1^2} + \frac{1}{3} d_2 \overline{v_2^2} + \frac{1}{3} d_3 \overline{v_3^2} + \dots$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 + \dots = \sum_i P_i$$

تعيين جذر متوسط مربع السرعة للجزيئات :

$$r.m.s.v = \sqrt{\overline{v^2}}$$

باعتبار ١ كيلو جرام جزيئى يكون  $m N$  هو الوزن الجزيئى بالكيلو جرام للغاز . يمكن

تعيين  $r.m.s.v$  جذر متوسط مربع السرعة لغاز بمعرفة ثابت الغاز له ودرجة حرارته أو بقياس ضغطه وحجمه .

$$PV = \frac{1}{3} m N \bar{v}^2 \quad P = \frac{1}{3} \frac{m N}{V} v^2$$

$$\frac{Nm}{V} = \frac{\text{total mass of gas}}{\text{its volume}} = \frac{\text{كتلة الغاز}}{\text{حجمه}}$$

d كثافته =

$$\bar{v}^2 = \frac{3 P}{d}$$

ويكون جذر متوسط مربع السرعة هو :

$$r.m.s.v = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3 P}{d}}$$

أيضا :

$$PV = RT = NkT \quad \text{من المعادلة العامة للغازات}$$

ومن معادلة ضغط الغاز :

$$PV = R T = \frac{1}{3} N m v^2$$

حيث N هي عدد جزيئات الغاز في الحجم V

$$\frac{1}{3} N m v^2 = N k T$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3 k T}{m}$$

$$r.m.s.v = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3 k T}{m}}$$

تعريف : الإلكترون فولط (eV) :

عند معالجة الإلكترونات أو الأيونات بهذه الطريقة الإحصائية ، فإننا نستخدم

الالكترون فولط كوحدة للطاقة . وتعريفها هو الطاقة التي يتحصل عليها الإلكترون عند

سقوطه خلال فرق في الجهد مقداره ١ فولط .

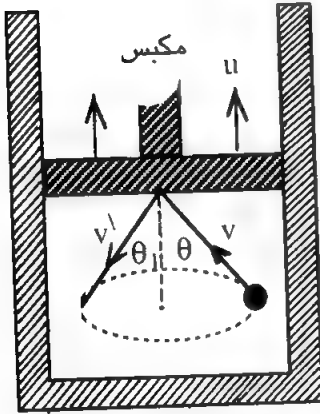
$$١ \text{ إلكترون فولط} = ١.٦٠٢ \times ١٠^{-١٩} \text{ جول}$$

## للمقارنة :

$$\begin{aligned}
 & \text{عند درجة حرارة } 300^\circ \text{ مطلق تكون طاقة الجزيء } \frac{3}{2} k T \\
 & = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{ Joule} \\
 & = \frac{6.21 \times 10^{-21}}{1.6021 \times 10^{-19}} = 0.04 \text{ ev}
 \end{aligned}$$

وهذه القيمة هي طاقة حركة جزيء الغاز بالإلكترون فولط عند درجة ٢٧ ° م .

**تطبيق : إثبات أن التغير الأدياباتيكي لغاز يخفض من درجة حرارته**  
تصادم الجزيئات مع جدار متحرك .  
Adiabatic change



من المعروف أن التمدد الحر لغاز تحت ظروف ثابتة الحرارة (تغير ادياباتي) يسبب نقصاً في درجة حرارة الغاز أى نقصاً في طاقته الداخلية .

لإثبات ذلك على أساس الميكانيكا الإحصائية للغاز ، نعتبر غازاً داخل اسطوانة يقلقلها مكبس حر الحركة ، شكل ( ١ - ٥ ) .

نفرض أن المكبس تحرك إلى أعلى بسرعة

u أقل نسبياً من السرعة الجزيئية للغاز ، وأن الغاز يظل أثناء ذلك في حالة اتزان ديناميكي حراري .

نفرض جزيء يتحرك بسرعة v ويعمل زاوية θ مع العمودى على المكبس المتحرك .

المركبة العمودية للسرعة قبل التصادم  $v \cos \theta$

المركبة العمودية للسرعة بعد التصادم  $v^1 \cos \theta^1$

حيث  $v^1$  ،  $\theta^1$  هما سرعة الجزيء والزاوية التى يصنعها مع العمودى بعد التصادم .

وهذه المركبة تساوى  $v \cos \theta' - 2u$

التغير فى طاقة الحركة نتيجة التصادم =

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m (v \cos \theta)^2 - \frac{1}{2} m (v^1 \cos \theta^1)^2 \\ &= \frac{1}{2} m (v \cos \theta)^2 - \frac{1}{2} m (v \cos \theta - 2u)^2 \\ & 2 m u v \cos \theta \end{aligned}$$

تساوى تقريبا

حيث إننا فرضنا أن  $v$  أكبر كثيرا من  $u$  وأهملنا الحد فى  $u^2$  كما سبق أن أثبتنا أن :-

عدد الجزيئات التى تصدم وحدة المساحة فى وحدة الزمن للسرعة  $v$

$$= \frac{1}{4 \pi} v \, dn_v \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\phi$$

وبوضوح  $d\phi = 2\pi$  لتجميع تأثير كل الجزيئات يكون العدد السابق هو :

$$= \frac{1}{2} v \, dn_v \sin \theta \cos \theta \, d\theta \quad \dots (2)$$

ويكون النقص الكلى فى طاقة الحركة عند التصادم لكل هذه الجزيئات

$$= m u v^2 \, dn_v \sin \theta \cos^2 \theta \, d\theta$$

وبإجراء التكامل على الزوايا  $\theta$  بين صفر ،  $\frac{\pi}{2}$  نوجد النقص الكلى فى طاقة جميع

جزيئات الغاز ذات السرعة  $v$  عند تصادمها مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن . وهذا يعطى :

$$\frac{1}{3} m u v^2 \, dn_v$$

وأخيرا بالتكامل على جميع قيم السرعات  $v$  ما بين صفر ومالا نهاية نحصل على :

( باعتبار جميع الجزيئات )

$$\frac{1}{3} n m v^2 \cdot u = P \cdot u$$

وإذا كانت مساحة المكبس  $A$  يكون النقص الكلى فى طاقة حركة الجزيئات يساوى =

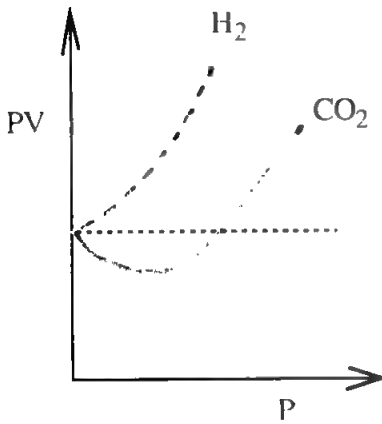
$$P A \cdot u = F \cdot u$$

حاصل الضرب  $F \cdot u$  هو معدل بذل الشغل على المكبس أثناء حركته . فإذا كانت المجموعة معزولة حراريا أى أن الجزيئات لا تستقبل حرارة من الخارج ، نجد أن طاقة حركة الجزيئات تنخفض وبالتالي تنخفض درجة حرارة الغاز .

**سؤال :** أثبت باستخدام الميكانيكا الإحصائية أن التمدد الدياباتي لغاز يسبب نقصا في درجة حرارته .

## ١ - ٦ حيود الغازات الحقيقية عن تصرف الغاز التام :

من المعروف أن الغازات الحقيقية تحيد في تصرفها عن الغاز التام ، فمثلا لا تتبع القانون العام للغازات  $PV = RT$  خصوصا عند الضغوط الكبيرة نسبيا أو الصغيرة جدا .



شكل (١ - ٦)

فإذا رسمنا العلاقة بين  $PV$  :  $P$  فإننا لا نجد خطا أفقيا مستقيما ، كما نتوقع بل نجد نقصا في قيمة  $PV$  أولا يتبعه زيادة عندما يزداد الضغط كثيراً شكل (١-٦) . وقد أجرى رينو هذه الدراسة لغازات مختلفة وعند درجات حرارة مختلفة ، ووجد أنه عند درجة حرارة معينة أسماها **درجة حرارة بويل** ، يساوى حاصل الضرب  $PV$  مقدار ثابتا .

## تفسير الحيود :

لقد فرضت نظرية الحركة وجود غاز تام ليس لجزيئاته أى حجم ، كما لا يوجد بين هذه الجزيئات قوى جزيئية .

وهذا غير صحيح بالنسبة للغاز الحقيقي .

١ - عند درجات الحرارة المنخفضة يقل  $PV$  كلما زاد الضغط  $P$  ، وهذا معناه أن

الضغط اللازم لانقاص حجم الغاز بنسبة معينة أقل مما يجب حسب قانون بويل . وقد فسرت تلك الظاهرة على أساس وجود قوى جاذبة جزيئية بين الجزيئات تساعد الضغط الخارجى على أنقاص حجم الغاز .

٢ - أما عند الضغوط المرتفعة يزداد PV عن المعدل ، وذلك بسبب وجود حجم محدود للجزيئات . ويظهر تأثير حجم الجزيئات عند الضغوط العالية وعندما تقترب الجزيئات من بعضها قريبا كافيا بحيث يكون حجم الجزيئات متناسبا مع حجم الفراغ الذى تشغله هذه الجزيئات .

### معادلة فان درفال للغازات الحقيقية

أدخل فان درفال فى اعتباره القوى الجزيئية بأن اعتبر أن أى جزيء داخل الغاز يقع تحت تأثير جذب جميع الجزيئات المحيطة به ، ولذلك تكون محصلة القوة المؤثرة عليه تساوى صفرا ، بينما ينجذب إلى الخلف الجزيء الذى يتصادم مع الجدران بسبب شد باقى الجزيئات وتكون القوى الجزيئية لذلك سببا فى انقاص ضغط الغاز عما يجب أن يكون عليه ،

وقد صحح فان درفال هذا النقص بأن أضاف إلى الضغط المقاس للغاز حدا يتناسب مع مربع كثافة الغاز أى مع مربع مقلوب الحجم . وبذلك يكون الضغط الصحيح للغاز هو :

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right)$$

أما بالنسبة لحجم الجزيئات فقد استبدل الحجم المقاس للغاز V بالمقدار ( V - b ) حيث b هو مقدار ثابت يرتبط مباشرة بحجم الجزيئات الفعلى فى الغاز ، وتصبح معادلة الغاز الحقيقى هى :

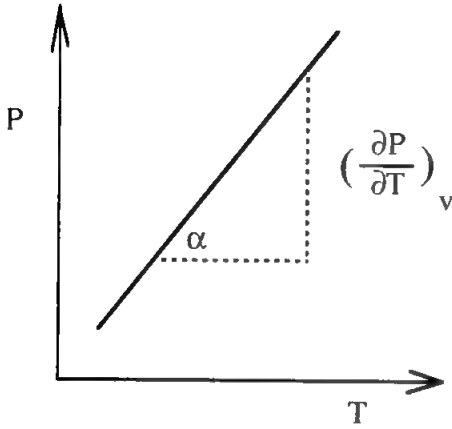
$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) ( V - b ) = R T$$

إيجاد الثوابت a & b عمليا :

نوجد معدل زيادة الضغط مع درجة الحرارة عند ثبوت الحجم ، وذلك باستخدام الترمومتر الغازى ثابت الحجم ،

نحصل على  $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v$  وهو ميل منحنى التغير من P , T كما مبين بشكل (٧-١)

وبمفاضلة معادلة فان درفال جزئيا مع ثبوت الحجم نحصل على :



$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right) = \frac{RT}{v-b}$$

$$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v = \frac{R}{V-b}$$

ومنها

$$b = \left[ V - \frac{R}{\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v} \right]$$

شكل (٧ - ١)

وبالتعويض في معادلة فان درفال نحصل على :

$$a = V^2 \left[ T \left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v - P \right]$$

تمرين (١) :

أوجد عدد جزيئات غاز فى معدل الضغط ودرجة الحرارة الموجودة فى حجم معكب طول ضلعه يساوى طول الموجة المنظورة ٥٠٠٠ أنجستروم .

الحل :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T \quad m v^2 = 3 k T$$

$$\frac{1}{3} m n v^2 = P = 76 \times 13.6 \times 980$$

$$\therefore n = \frac{3 P}{m v^2} = \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 kT}$$

$$\therefore N = n V$$

$$= \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 273} \times (5 \times 10^{-5})^3$$

$$= 4 \times 10^6 \text{ molecules}$$

تمرين (٢) :

أوجد درجة حرارة غاز تكون متوسط طاقة الحركة الانتقالية لجزيء فيه مساوية لطاقة أيون مفرد الشحنة singly charged ion له نفس كتلة الجزيء ، وتسارع accelerated من حالة سكون خلال فرق في الجهد قدره :

١ فولط ، ١٠٠٠ فولط ، ١٠ فولط ( أهمل تأثير النسبية )

الحل : لجهد ١ فولط :

$$\text{طاقة الأيون} = \text{ev} = 1.6 \times 10^{-19} \times 1 \text{ جول}$$

$$\text{ev} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT$$

$$1.6 \times 10^{-19} = \frac{3}{2} 1.38 \times 10^{-23} \times T$$

$$\therefore T = 7700^0 \text{ K}$$

$$T = 7.7 \times 10^6 \text{ K} \quad \text{ولجهد } 10^3 \text{ فولط}$$

$$T = 7.7 \times 10^9 \text{ K} \quad \text{ولجهد } 10^6 \text{ فولط}$$



## مسائل علي الباب الأول

### مسائل وتعارين

١ - أوجد عدد جزيئات غاز في معدل الضغط ودرجة الحرارة الموجودة في حجم مكعب ، طول ضلعه يساوي طول الموجة المنظورة ٥٠٠٠ أنجستروم .

الحل :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T$$

$$\therefore m v^2 = 3 k T$$

من قانون الضغط :

$$\frac{1}{3} m n v^2 = P$$

$$= 76 \times 13.6 \times 980$$

$$\therefore n = \frac{76 \times 13.6 \times 980 \times 3}{3 k T}$$

وهذا هو عدد الجزيئات في وحدة الحجم من الغاز

عدد الجزيئات في الحجم المطلوب V

$$N = n V$$

$$= \frac{76 \times 13.6 \times 980 \times (5 \times 10^{-5})}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 273}$$

$$= 4 \times 10^6 \text{ mol .}$$

٢ - احسب عدد الجزيئات في وحدة الحجم من من غاز عند درجة ٣٠٠ ° كلفن ، إذا

كان ضغط الغاز ١٠<sup>٢</sup> مم زئبق ثم أوجد عدد الجزيئات في مكعب طول ضلعه ١ مم تحت نفس الظروف السابقة .

٣ - أوجد عدد مرات تصادم جزيئات الأكسجين على المتر المربع من الجدران في

الثانية ، إذا كانت كثافته  $3 \times 10^{-2}$  جزيء لكل متر مكعب والسرعة المتوسطة للجزيء عند درجة  $273^\circ$  كلفن هي  $450$  متر / ثانية .

٤ - عرف ثابت بولتزمان من الناحية الفيزيائية .

٥ - أثبت أن :

أ - طاقة حركة الجزيئات للغازات المختلفة عند نفس درجة الحرارة لا تتوقف على كتلتها .

ب - جذر متوسط مربع السرعات للغاز يساوي  $\sqrt{\frac{3 K T}{m}}$  حيث  $T$  درجة الحرارة المطلقة  $m$  كتلة الجزيء .

٦ - احسب طاقة حركة وجذر متوسط مربع سرعة جزيئات الأكسجين عند درجة  $27^\circ$  م ، علما بأن الوزن الجزيئي له  $32$  .

٧ - أوجد متوسط مربع سرعة جزيئات غاز بدلالة ضغطه وكثافته .

٨ - أوجد درجة حرارة غاز تكون متوسط طاقة الحركة الانتقالية لجزيء فيه مساوية لطاقة أيون مفرد الشحنة له نفس كتلة الجزيء ، وتسارع من حالة السكون خلال فرق جهد قدره  $1$  فولط ،  $1000$  فولط . أهمل تأثير النسبية .

الحل :

طاقة الأيون  $e v =$

$$1.6 \times 10^{-19} \times 1 =$$

$$e V = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} K T$$

$$\therefore 1.6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 1.38 \times 10^{-32} T$$

$$\therefore T = 7700^0 K$$

ولجهد ١٠٠٠ فولط تكون الدرجة ٧,٧ مليون درجة .

٩ - أثبت أن متوسط مربع السرعات لا تساوى مربع متوسط السرعات للجزيئات

الآتية :

العدد	٢	٤	٣
السرعة بالمتر/ثانية	١	٢	٣

الحل :

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \frac{\sum Ni \cdot v_i^2}{\sum Ni} \\ &= \frac{2 \times 1^2 + 4 \times 2^2 + 3 \times 3^2}{2 + 4 + 3} \\ &= 5 (m/s)^2 \\ \overline{v} &= \frac{\sum Ni \cdot v_i}{\sum Ni} = \frac{19}{9} = 2.11 \\ \overline{(v)^2} &= 4.45 (m/S)^2 \end{aligned}$$

١٠ - أوجد متوسط طول المسار الحر للأيدروجين فى المعدلين ، علما بأن معامل

اللزوجة بوحداث سم . جم . ث ٠.٠٠٠٠٠٨ وكثافة الأيدروجين فى المعدلين ٠.٠٠٠٠٠٩ جم / سم<sup>٣</sup> . ثم أوجد تردد التصادم .

الحل :

$$N = 1/3 \, m \, n \, \sqrt{v^2} \quad \dots (١)$$

$$= 1/3 \, d_{\lambda} \, \sqrt{v^2} \quad \dots (٢)$$

$$P = 1/3 \, d \, v^2$$

بحذف  $v^2$  من المعادلتين :

$$\therefore \lambda = N \sqrt{\frac{3}{Pd}}$$

$$\lambda = 1445 \times 10^{-5} \, \text{cm} \quad \text{وبالنسبة للأيدروجين نجد أن}$$

تردد التصادم هو متوسط عدد التصادمات للجزء الواحد فى الثانية الواحدة ، وهذا

يساوى متوسط السرعة مقسوما على متوسط طول المسار الحر ، أى أن

$$\therefore \frac{v}{\lambda} = \frac{P}{\eta}$$

$$= \frac{76 \times 13.6 \times 980}{.00008}$$

$$\therefore \text{تردد التصادم} = 1.251 \times 10^{10} \, \text{تصادما فى الثانية}$$

١١ - أوجد نصف قطر جزىء الأيدروجين من بيانات المسألة السابقة

الحل :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \, n \cdot 4 \pi r^2}$$

حيث  $r$  نصف الجزىء

$$\therefore r^2 = \frac{1}{4 \sqrt{2} \pi n \lambda}$$

ومن ذلك نحصل على :

$$r = 1.19 \times 10^{-8} \, \text{cm}$$

١٢ - أوجد الفرق بين متوسط طول المسار الحر لجزيئات الهيليوم تحت ضغط جوى عند درجتى الحرارة صفر ،  $100^{\circ} \text{م}$  .

لزوجة الهيليوم عند الصفر  $= 0.00019$  وعند  $100^{\circ} \text{م} = 0.00023$  بوحدة سم جم ث وكثافة الهيليوم  $= 0.0001785$  جم / سم<sup>٣</sup>

١٣ - أثبت أن النسبة بين السرعة المتوسطة إلى السرعة الأكثر احتمالا إلى جذر متوسط مربع السرعة لجزيئات غاز هي على الترتيب  $1.09 : 1.41 : 1.73$  .

١٤ - يتمدد غاز تمدد أدياباتيا داخل اسطوانة يتحرك مكسبها ببطء ، وبسرعة  $u$  أقل نسبيا من السرعة المتوسطة لجزيئات الغاز أثبت أن طاقة الحركة المفقودة من الجزيء ذى السرعة  $v$  هي  $\theta \cdot m \cdot v \cdot u$  حيث  $\theta$  هى زاوية سقوط الجزيء . ثم أثبت أن الطاقة الكلية المفقودة من جزيئات الغاز تساوى الشغل الذى يبذله الغاز عند التمدد .

١٥ - أثبت ما يأتى :

أ - احتمال التصادم بين جزيئات غاز يساوى مقلوب متوسط طول المسار الحر .

ب - يتناسب احتمال التصادم طرديا مع مساحة مقطع التصادم ومع عدد الجزيئات فى وحدة الحجم .

١٦ - أثبت أن عدد الجزيئات فى غاز والتي لها مسارات حرة أطول من  $T \text{ cm}$  تعطى

$$N = N_0 \exp - L/\lambda$$

حيث  $\lambda$  هو متوسط طول المسار الحر للجزيء ،  $N_0$  العدد الكلى للجزيئات .

١٧ - أثبت أن متوسط البعد الذى تأتى منه الجزيئات فى غاز لتعبر أى سطح داخله

٢  
٣ تساوى  $\frac{2}{3}$  متوسط طول المسار الحر للجزيئات ، ثم أوجد لزوجة الغاز .

١٨ - أثبت أن لزوجة أى غاز لا تتوقف على ضغطه أو كثافته .

١٩ - أثبت أن لزوجة الغاز تتناسب طرديا مع الجذر التربيعى لدرجة حرارته المطلقة ، ثم أوجد قطر الجزيء بدلالة لزوجة الغاز ودرجة حرارته المطلقة .

٢٠ - متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز عند درجة ٢٥°م هو  $2.63 \times 10^{-10}$  م . أوجد ضغط الغاز علما بأن نصف قطر الجزيء  $2.56 \times 10^{-10}$  م . ثم أوجد عدد التصادمات فى المتر من المسار لأحد الجزيئات .

٢١ - متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز ١٠ سم ، إذا اعتبرنا  $10^8$  مسارات حرة . أوجد عدد الجزيئات التى لها مسارات أكبر من ١٠ سم وكذلك أكبر من ٥٠ سم .

٢٢ - فى المسألة السابقة كم عدد الجزيئات التى يكون لها طول مسارات محصور بين ٩.٥ ، ١٠.٥ سم ؟ وكم عددها بين ٩.٩ ، ١٠.١ سم ؟

٢٣ - يبين الجدول التالى تغير لزوجة غاز ثانى أكسيد الكربون مع درجة الحرارة .

$t^{\circ}\text{C}$	-21	0	100	182	302
$\eta \times 10^6$	12.9	14	18.6	22.2	26.8

احسب متوسط النسبة  $\eta / \sqrt{T}$  ثم أوجد قطر الجزيء ، علما بأن الوزن الجزيئى لثانى أكسيد الكربون ٤٤ كيلو جرام للمول .

٢٤ - أوجد معامل لزوجة الهواء علماً بأن كثافته ١.٢٩٣ كجم / م<sup>٣</sup> والسرعة المتوسطة  $\bar{v}$  لجزيئاته  $4.6 \times 10^4$  م / ث ومتوسط طول المسار الحر  $6.4 \times 10^{-8}$  متر في المعدلين .

٢٥ - مدفع إلكتروني يخرج إلكترونات إلى حيز به غاز ضغطه ١٠٠ نيوتن / م<sup>٢</sup> ، وتجمع الإلكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدني على بعد ١٠ سم من المدفع حيث يقاس التيار .

فإذا كان التيار الإلكتروني المنبعث من المدفع ١٠٠ ميكرو أمبير ، وتيار لوح التجميع ٣٧ ميكرو أمبير :

أ - فأوجد متوسط طول المسار الحر للإلكترونات .

ب - وماذا يصبح تيار اللوح المعدني إذا أنقصنا ضغط الغاز إلى ٥٠ نيوتن / م<sup>٢</sup> ؟

**الحل :**

- أ -

$$N = N_0 e^{-x/\lambda}$$

$$\therefore 37 = 100 e^{-x/\lambda}$$

$$0.37 = e^{-x/\lambda} = e^{-1}$$

$$x = \lambda = 10 \text{ cm}$$

- ب - بما أن درجة الحرارة لا تتغير

إذن لا تتغير طاقة الحركة  $\frac{1}{2} m v^2$

عند ضغط ١٠٠

$$P_1 = \frac{1}{3} m n_1 v^2$$

عند ضغط ٥٠

$$P_2 = \frac{1}{3} m n_2 v^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{1}$$

لكن

$$\lambda = \frac{0.707}{\sigma n}$$

∴ عند الضغط المنخفض :

$$\lambda_2 = 2 \quad \lambda_1 = 20 \text{ cm}$$

$$N / N_0 = e^{-x/\lambda}$$

ومنها

$$\begin{aligned} I/I_0 &= e^{-x/\lambda} \\ &= e^{-10/20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= 100 \quad e^{-0.5} \\ &= 60 \text{ micro ampere} \end{aligned}$$

- ٢٦ - يبدأ أيون أكسجين مفرد حركة حرة في اتجاه عمودى على مجال كهربائى شدته  $10^4$  فوط / متر فى غاز ضغطه جوى ودرجة حرارته المطلقة ٣٠٠ كلفن .
- أ - أوجد المسافة المقطوعة فى اتجاه المجال فى زمن متوسط مسار حر .
- ب - ما نسبة متوسط المسار الحر إلى هذه المسافة ؟
- ج - ما السرعة المتوسطة فى اتجاه المجال ؟
- د - ما هى نسبة السرعة الحرارية Thermal velocity إلى هذه السرعة ؟
- هـ - ما نسبة طاقة التهيج الحرارى إلى الطاقة المكتسبة من المجال أثناء متوسط مسار حر .

- ٢٧ - فى التجربة الخاصة بتحقيق قانون ماكسويل لتوزيع السرعات كان قطر



الاسطوانة ٢٧ . ٠ مترا ، وعدد دوراتها فى الدقيقة ١٢٠٠٠ ، وكان المصدر عبارة عن فرن يحتوى مادة الزنك فى درجة ٣٠٠ ° م .

أوجد بعد النقطة التى تسقط عليها جزيئات الزنك عندما تكون الاسطوانة ساكنة عن النقطة التى تسقط عندها الجزيئات ذات الطاقة

$$\frac{1}{2} m v_x^2 = 2 KT$$

الوزن الذرى للزنك = ٦٥ . ٣٧

٢٨ - أوجد متوسط طول المسار الحر ، وتردد التصادم لجزيئات النتروجين عند درجة 20 °C وضغط ١ جو .

اعتبر قطر الجزيء  $2 \times 10^{-10} \text{ m}$

٢٩ - الطاقة الداخلية لغاز يحتوى n مول من  $\text{CO}_2$  عند درجة 300 K تعطى بالمعادلة :

$$U = a n R T + b$$

حيث a , b ثوابت

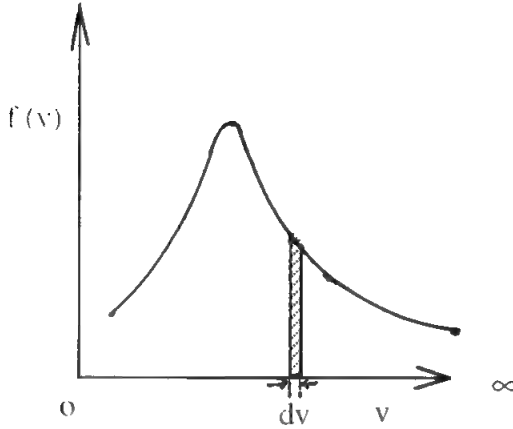
أ - أوجد السعة الحرارية الجزيئية تحت حجم ثابت  $C_v$  .

ب - ماذا تكون  $C_p$  لهذا الغاز ؟

ج - كم عدد درجات الحرية لهذا الجزيء عند هذه الدرجة ؟

## الباب الثانى إحصاء ماكسويل - بولتزمان

### ٢ - ١ دالة التوزيع لماكسويل Maxwell's distribution function



شكل (٢-١)

اعتبر غازاً فى حالة اتزان ديناميكى حرارى ، أى أن درجة حرارته ثابتة . تتفاوت قيم سرعات الجزيئات بين صفر وما لانهاية ، ولكن معظمها يكون له سرعة متوسطة تعبر عن حالة الغاز .

قد تتغير سرعة أى جزيء نتيجة لتصادمه مع غيره أو مع الجدران ، ولكن يبقى ثابتاً عدد الجزيئات التى لها سرع فى الحدود بين  $v$  و  $v + dv$  ، ويظل هذا العدد لا يتغير مع الزمن ، انظر شكل (٢-١)

نفرض أن  $Nv$  هو عدد جزيئات الغاز الذى يكون لها سرعات قدرها  $v$  .  
الدالة التى تربط عدد الجزيئات  $Nv$  بالسرعات  $v$  للغاز تسمى دالة توزيع السرعات لماكسويل  $f(v)$  .

ولإيجاد هذه الدالة رياضيا سنتستعين بـ :

## ٢ - ٢ قانون ضغط الهواء الجوي مع الارتفاع عن سطح الأرض :

اعتبر اسطوانة رأسية من الهواء الجوي على شكل

عمود مساحة مقطعه  $\Delta$  سم<sup>٢</sup> ، شكل ( ٢ - ٢ ) .

تقع جزيئات الهواء في هذا العمود تحت تأثير الجاذبية

الأرضية . نفرض أن الهواء في حالة اتزان حرارى ، وأن

درجة حرارته ثابتة في كل أجزائه .

نعتبر نقطة على سطح الأرض أسفل العمود مركزا

للإحداثيات ، ونعتبر شريحة أفقية من الهواء محصورة

بين  $x$  ،  $x + dx$  ، إن ضغط الغاز على سطحها هو .

$P$  ،  $P - dP$  على الترتيب . ويلاحظ هنا أنه كلما ارتفعنا

أى زادت  $x$  كلما نقص ضغط الهواء .

وزن الغاز في الشريحة  $\rho g dx =$

حيث  $\rho$  هي كثافة الغاز عند الارتفاع  $x$

،  $g$  هي عجلة الجاذبية الأرضية .

يتزن وزن الشريحة مع الفرق في الضغط على السطحين :

$$\therefore (P - dP) - P = \rho g dx$$

ولكن من قانون الغازات :

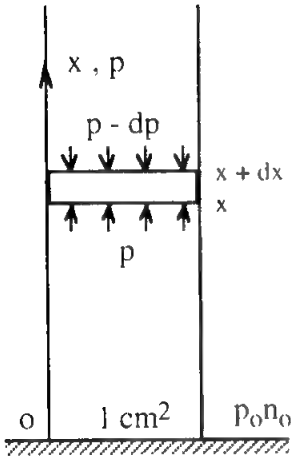
$$PV = RT = NkT$$

$$P = \frac{N}{V} kT = nkT$$

$$\therefore dP = kT dn$$

وأيضا

$$\rho = n \cdot m$$



شكل (٢-٢)

من المعادلات السابقة :

$$-dP = \rho \cdot g \, dx$$

$$-k \, dn = n \, m \, g \, dx$$

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = - \frac{mg}{kT} \int_0^x dx$$

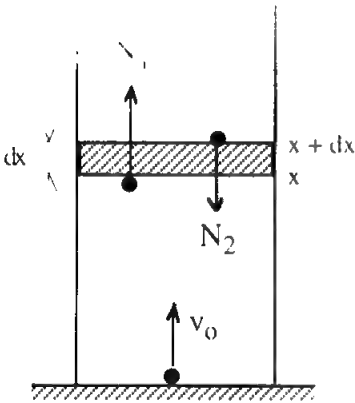
وبالتكامل :

$$\therefore n = n_0 \exp - \frac{mgx}{kT}$$

ومنها :

$$P = P_0 \exp - \frac{mgx}{kT}$$

يعرف هذا بقانون تغير الضغط بالارتفاع داخل عمود غاز ثابت الدرجة .



شكل (٣-٢)

اعتبر الآن جزيء سرعته  $v_0$  عند سطح الأرض

$x = 0$  ويتحرك إلى أعلى ضد الجاذبية الأرضية . يصل

هذا الجزيء إلى ارتفاع  $x = v_0^2 / 2g$  عندما تتحول

جميع طاقته الحركة للجزيء  $\frac{1}{2} m v_0^2$  إلى طاقة

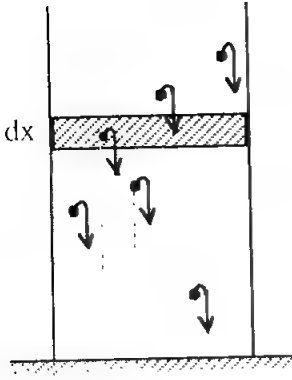
موضع  $mgx$

تتفاوت سرعات الجزيئات الصاعدة من السطح بين

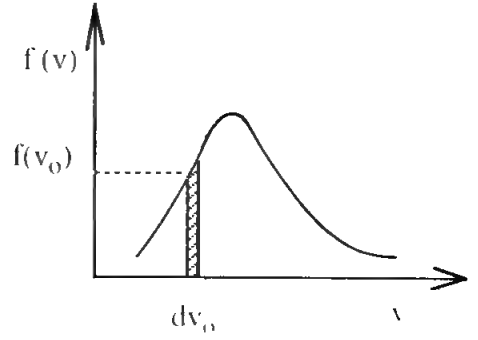
صفر وما لا نهاية حيث إن ارتفاع عمود الهواء لا يحده

حدا أعلى، نفرض أن عدد الجزيئات لوحدة الحجم

التي لها سرعات تقع بين  $v_0$  ,  $v_0 + dv_0$  عند سطح الأرض هي :  $n_0 f(v_0) dv_0$



شكل (٥ - ٢)



شكل (٤ - ٢)

عدد الجزيئات المتجهة إلى أعلى شكل (٥ - ٢) والتي تستطيع بسرعتها أن تصل إلى الشريحة dx لتعبرها في الثانية هي :

$$N_1 = \int_{v_0 = \sqrt{2gx}}^{\infty} n_0 v_0 f(v_0) dv_0$$

الحد الأدنى للتكامل  $\sqrt{2gx}$  يمثل الجزيئات التي تكاد تكفي سرعاتها للوصول للشريحة على ارتفاع x . جميع الجزيئات التي لها سرعات أقل من ذلك تتردد إلى أسفل بفعل الجاذبية الأرضية ولا تصل إلى الارتفاع x .

عدد الجزيئات المتجهة إلى أسفل والتي تعبر الشريحة dx في نفس الزمن هي

$$N_2 = \int_0^{\infty} n v f(v) dv$$

وبما أن الغاز داخل العمود في حالة اتزان ديناميكي حراري فإن عدد الجزيئات

الصاعدة ، والتي تعبر dx يجب أن تساوى عدد الجزيئات الهابطة أي أن  $N_1 = N_2$

وبالتعويض بدلا من n في قانون تغير الضغوط بالارتفاع

$$n = n_0 \exp - (mgx / kT)$$

نحصل على :

$$\int_{\sqrt{2gx}}^{\infty} v_0 f(v_0) dv_0 = \exp - \frac{mgx}{kT} \int_0^{\infty} v f(v) dv \quad (1)$$

لنجعل الآن المتغير واحدا في هذه المعادلة باستخدام معادلة الحركة :

$$v_0^2 = v^2 + 2 g x$$

$$v_0 dv_0 = v dv \quad \text{وبالتفاضل :}$$

وبالتعويض في المعادلة (1) مع حذف  $v_0$  نحصل على :

$$\int_0^\infty f(v^2 + 2gx)^{1/2} v dv = \exp - \left( \frac{mgx}{kT} \right) \int_0^\infty f(v) v dv \quad \dots (2)$$

وبالتفاضل لطرفي المعادلة بالنسبة إلى  $v$  :

$$f(v^2 + 2gx)^{1/2} = \exp - \left( \frac{mg}{kT} \right) f(v) \quad \dots (3)$$

هذه معادلة تالية functional equation وتحقق فقط إذا كانت الدالة  $f(v)$  على

الصورة :

$$f(v) = A \exp - m v^2 / 2 kT$$

$$f(v) = A \exp - E / kT \quad \dots (4)$$

حيث  $E$  يمثل متوسط طاقة الحركة  $1/2 m v^2$  للجزيء وتساوى

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m v_y^2 + \frac{1}{2} m v_z^2$$

$A$  مقدار ثابت يمكن تحديد قيمته على أساس أن العدد الكلى للجزيئات في وحدة الحجم

$n$  يساوى العدد الكلى للنقط في فراغ السرعات velocity space وهذا يعطى بالتكامل :

$$n = \int_0^\infty n(v) dv$$

وقد وجد أن قيمة الثابت  $A$  هي :

$$A = n \left( \frac{m}{2 \pi k T} \right)^{3/2}$$

تعرف المعادلة (٤) بدالة التوزيع لوحدة الحجم لماكسويل ، وتعطى عدد جزيئات الغاز

التي لها سرعة  $v$  في وحدة الحجم .

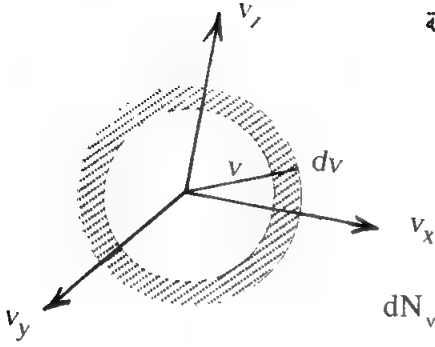
لإيجاد عدد الجزيئات التي لها سرعات تقع بين  $v$  &  $v + dv$  نعتبر قشرة كرية

نصف قطرها  $v$  في فراغ السرعات ، ويكون سمكها

$dv$  تحتوي علي الجزيئات المطلوبة شكل (٢-٦) .

حجم القشرة =  $4 \pi v^2 dv$  . باستخدام دالة

التوزيع يكون العدد هو :



$$dN_v = 4 \pi v^2 dv A \exp \frac{-mv^2}{2kT}$$

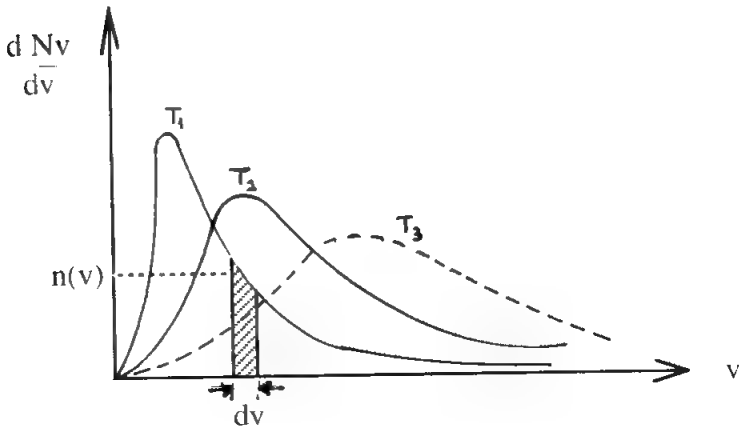
$$dN_v = \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp - \frac{mv^2}{2kT} dv$$

$$\frac{dN_v}{dv} = n(v) = \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp - \frac{mv^2}{2kT} \quad \text{.. (5)}$$

يتوقف عدد الجزيئات التي لها هذه السرعة  $v$  على درجة الحرارة . ويبين العلاقة بين

$dN_v / dv$  مع السرعة عند درجات حرارة مختلفة ، ومن المحتمل أن تكون المساحات تحت

هذه المنحنيات واحدة ، حيث إنها تمثل العدد الكلي لجزيئات الغاز .



شكل (٢-٧)

**مسألة :** أوجد السرعة المتوسطة وجذر متوسط مربع السرعات . r . m . s وكذلك السرعة الأكثر احتمالا لجزيئات غاز .

**أولا :** نحصل على السرعة المتوسطة  $\bar{v}$  بضرب عدد الجزيئات لكل سرعة في هذه السرعة ، ثم نجرى التكامل على جميع الجزيئات ونقسم على العدد الكلى للجزيئات .

$$\bar{v} = \frac{\int v dN_v}{N}$$

وباستعمال المعادلة (٥)

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 e^{-mv^2/2kT} dv$$

وبوضع

$$\lambda = \frac{m}{2kT}$$

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 e^{-\lambda v^2} dv$$

وهذا التكامل معروف القيمة من جداول التكاملات القياسية :

$$\int_0^{\infty} v^3 e^{-\lambda v^2} dv = \frac{1}{2\lambda^2}$$

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda^{3/2} \frac{1}{2\lambda^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

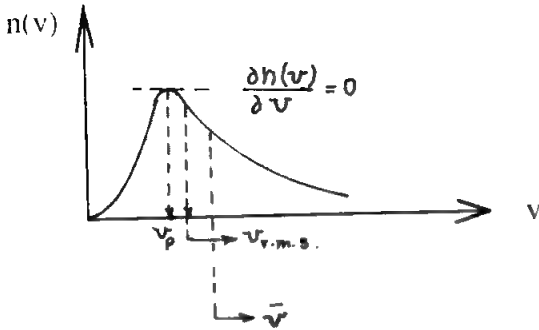
**ثانيا :** r . m . s

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$$

مما سبق :



$$r.m.s\ v = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3 kT}{m}}$$



شكل (١-٢)

ثالثا : السرعة الأكثر احتمالا :

هي السرعة عند قمة منحنى

التوزيع :

حيث  $\frac{\partial nv}{\partial v} = 0$  وهذا الشرط يعطى

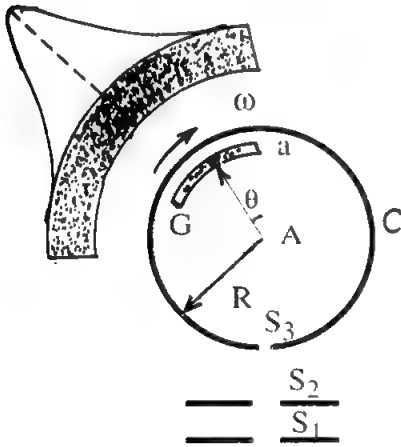
$$v_p = \sqrt{\frac{2 kT}{m}}$$

الحل : بمفاضلة المعادلة (٥) بالنسبة إلى v ثم مساواة الناتج بصفر

$$1.086 = \sqrt{\frac{3 \pi}{8}} \quad \text{تساوى} \quad \text{مرة السرعة}$$

يتضح أن r. m. s. V

المتوسطة  $\bar{v}$



$$\frac{S_2}{S_1}$$

فرن (1)

شكل (٩-٢)

تحقيق قانون ماكسويل عمليا :

يتركب الجهاز شكل (٩ - ٢) من فرن ٥

تخرج منه الجزيئات على شكل شعاع يحدده فتحتين

مستطيلتين في حائلين  $S_2$  &  $S_1$

C اسطوانة بها فتحة مستطيلة  $S_3$  توازي

محورها ويمكن إدارة هذه الاسطوانة حول المحور A

بسرعة حوالي ٦٠٠٠ دورة في الدقيقة .

عندما تكون الاسطوانة في حالة سكون فإن

شعاع الجزيئات يدخل الاسطوانة من خلال الفتحة

$S_3$  ويسقط على لوح منحنى من الزجاج G .

يمكننا تعيين عدد الجزيئات التي تسقط على هذا اللوح الزجاجي في أى جزء من أجزائه وذلك بقياس مقدار الاعتماد الحادث على هذا الجزء باستخدام ميكروفوتومتر . وكلما ازداد عدد الجزيئات الساقطة على الجزء كلما ازداد اعتمامه .

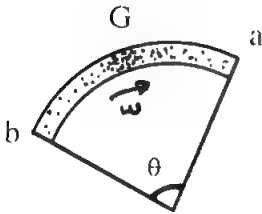
نفرض الآن أن الأسطوانة C تدور حول محورها . تدخل دفعة من الجزيئات داخل الاسطوانة فقط خلال الفترة الزمنية القصيرة التي تعبر فيها الفتحة  $S_3$  الشعاع الجزيئى أى عندما تكون موازية للفتحتين  $S_1$  &  $S_2$

إذا كان الدوران فى اتجاه عقرب الساعة يتحرك لوح الزجاج إلى اليمين أثناء عبور الجزيئات قطر الاسطوانة . وبذلك تصدم الجزيئات لوح الزجاج فى نقط على يسار نقطة تصادمها عندما تكون الاسطوانة ساكنة .

كلما كانت سرعة الجزيئات صغيرة كلما ازداد انحرافها إلى اليسار ، حيث إنها تحتاج لزمان أطول لعبور قطر الاسطوانة ، والتي تكون حينئذ قد دارت مسافة أكبر .

ويكون إعتام هذا اللوح مقياسا لطيف السرعات فى الشعاع الجزيئى . ولإيجاد سرع الجزيئات التى تصدم النقط المختلفة على اللوح G

نفرض ab هو مقدار الانحراف للجزيئ ذى السرعة v ، شكل (٢ - ١٠) .



يعمل القوس ab زاوية  $\theta$  عند مركز الاسطوانة إذا كانت

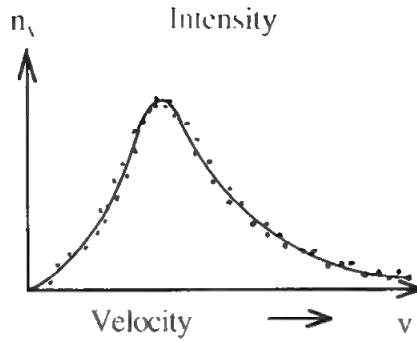
شكل (٢-١٠)

السرعة الزاوية  $\omega$  . يكون زمن دوران الاسطوانة زاوية  $\theta$  هو :

$$t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\theta}{2\pi} \cdot T$$

يقطع الجزيئ مسافة طولها القطر  $2R$  فى هذا الزمن فتكون سرعته هى :

$$v = \frac{2R}{t} = \frac{2R\omega}{\theta}$$



شكل (٢ - ١١)

وبدراسة تغير عدد الجزيئات كما يستدل عليه من درجة الإعتام مع سرعة الجزيئات فى هذه الأماكن أمكن تحقيق قانون ماكسويل حيث تطابقت النقط التجريبية فى المنحنى مع النقط النظرية ، شكل ( ٢ - ١١ ) .

### الحرارة النوعية للغازات والسوائل على أساس إحصائى :

من قوانين الديناميكا الحرارية تكون الطاقة الداخلية  $V$  لمجموعة ما هى

$$U_2 - U_1 = Q - W$$

وتقاس التغيرات فى الطاقة الداخلية عن طريق قياسات الحرارة والشغل ، اعتبر

مجموعة جزيئية .

طاقة المجموعة الداخلية تساوى مجموع طاقات جزيئاتها .

إذا كانت  $N$  هى عدد الجزيئات يملكها عدد  $f$  درجات حرية لكل جزيء تكون الطاقة الداخلية .

$$U^1 = N \cdot f \times \frac{1}{2} kT = \frac{f}{2} n RT$$

حيث  $n$  هنا هو عدد الأوزان الجزيئية فى الغاز ،  $R$  هو ثابت الغاز للكيلوجرام

الجزيئى  $R = N \cdot k$  الطاقة الداخلية للوزن الجزيئى من الغاز

$$U = \frac{1}{2} f RT$$

الحرارة النوعية الجزيئية عند ثبوت الحجم هي :

$$C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

$$C_V = 1/2 f R .$$

ومن قوانين الديناميكا الحرارية : العلاقة بين  $C_V$  ,  $C_P$  هي :

$$C_P = C_V + R$$

$$C_P = \frac{f}{2} R + R = \frac{f+2}{2} R$$

$$8 = \frac{C_P}{C_V} = \frac{1/2 (f+2)}{1/2 f} = \frac{f+2}{f}$$

إذا اعتبرنا غاز طاقة حركة جزيئات كلها انتقالية فإننا نحصل على  $f=3$  وتكون :

$$C_V = \frac{f}{2} R = \frac{3}{2} R ;$$

$$\gamma = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3}$$

وهذه القيم صحيحة عمليا للغازات أحادية الذرة

اعتبر بعد ذلك غاز جزيئاته ثنائية الذرة ، شكل

( ١٢ - ٢ ) .

عزم القصور الذاتي للمجموعة حول المحورين

(z, x) يكون كبيرا جدا بالنسبة للعزم حول محور

(y, y) ولذلك يمكن اعتبار أن للجزيء درجتين فقط

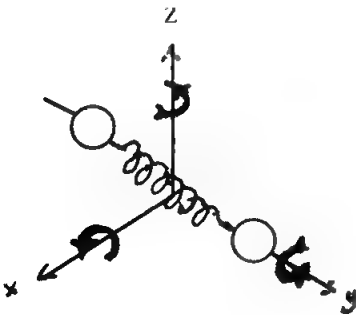
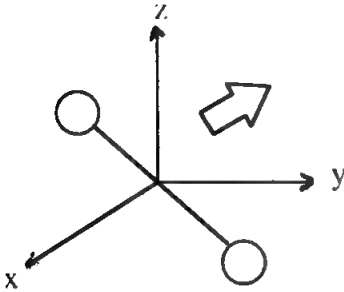
من درجات الحرية الدورانية حول المحورين (z,x) .

أيضا بما أن الرابطة بين الذرتين في الجزيء

ليست متماسكة ، لذلك يمكن للذرتين أن تتحركا حركة

تذبذبية في اتجاه الخط الواصل بينهما . وهذا يضيف

عدد ٢ درجة من درجات الحرية .



شكل (١٢-٢)

∴ يكون العدد الكلى لدرجات حرية الجزيء :

$$\gamma = 3 \text{ انتقالية} + 2 \text{ دورانية} + 2 \text{ تذبذبية} = 7$$

وتكون الحرارة النوعية :

$$\gamma = \frac{9}{7} = 1.29 \quad C_V = \frac{7}{2} R ;$$

وهذه القيم أيضا تتفق مع القيم المقاسة للغازات ثنائية الذرة .

وكما ازداد عدد الذرات في جزيء الغاز تزداد عدد درجات الحرية ، ويؤدى ذلك إلى

أن  $\gamma$  النسبة بين  $C_p$  ,  $C_v$  تقل باستمرار كلما زادت  $f$  ، وهذا أيضا يتفق مع واقع التجربة .

### الحرارة النوعية للجوامد :

تختلف الجوامد عن الغازات والسوائل ، حيث إن لكل ذرة موضع اتزان معين وترتبط

الذرات ببعضها بقوة كبيرة . لذلك تكون حركة الذرات تذبذبية حول مواضع الاتزان ، وتعتبر كل ذرة نقطة كتلة point mass ، ولذلك يكون لها ثلاث درجات حرية للحركة التذبذبية.

ولكن يوجد أيضا نتيجة لقوى الترابط طاقة موضع ويكون طاقة الذرة لكل درجة حرية

$$kT \text{ أى } 2 \times \frac{1}{2} kT$$

الطاقة الكلية لـ  $N$  جزيء في ١ كيلوجرام جزيء هي :

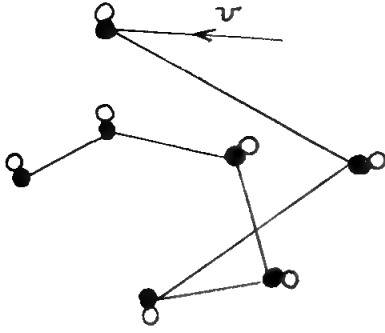
$$U = 3 N \times kT = 3 R T$$

وتكون الحرارة النوعية الذرية molar sp.ht. or atomic heat

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = 3 R$$

ويعرف هذا بقانون ديولنج وبتى الذى ينص على أن الحرارة الذرية لجميع المواد

الصلبة في الدرجات المرتفعة واحدة ، وتساوى  $3 R$



متوسط طول المسار الحر للجزيئات :

طول المسار الحر للجزيء هو المسافة

التي يقطعها الجزيء بين تصادمين متتاليين . ومن

الواضح أن طول المسار الحر يختلف شكل (٢ -

١٣) ولكن يوجد للغاز متوسط لطول المسار الحر

يرمز له بـ  $\lambda$

شكل (٢-١٣)

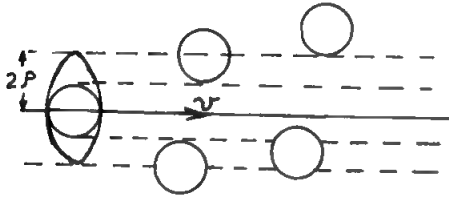
لإيجاد  $\lambda$  نفرض أن جزيئات الغاز جميعا في

حالة سكون وأن جزيئا واحد فقط هو الذي يتحرك ويتصادم مع الجزيئات الأخرى .

نفرض أن سرعة هذا الجزيء هي  $v$  وأن نصف قطره  $p$  شكل (٢ - ١٤) . تكون  $2p$

هي المسافة بين مركزي جزيئين عند

تصادمهما .



جميع الجزيئات التي توجد

مراكزها في داخل أسطوانة مساحة

مقطعها  $\pi (2p)^2$  ويمر محورها بمركز

الجزيء المتحرك لابد أن تتصادم معه .

شكل (٢-١٤)

تسمى المساحة  $\sigma = 4 \pi p^2$  بمقطع التصادم collision cross- section

في الزمن  $t$  يقطع الجزيء المتحرك مسافة  $vt$  ويكتسح حجم الاسطوانة ذات الطول  $vt$

والمقطع  $\sigma$

جميع الجزيئات في الأسطوانة تتصادم مع الجزيء .

فإذا كان  $n$  هو عدد الجزيئات في وحدة الحجم يكون عدد الجزيئات في حجم

الأسطوانة هو  $\sigma vt \cdot n$  ويمثل هذا عدد التصادمات  $z$  التي تحدث في الزمن  $t$  ويطلق

على ذلك تردد التصادم collision frequency عندما يكون الزمن  $t$  يساوي ثانية واحدة

$$z = \sigma n v$$

**مثال :** أوجد تردد التصادم للأكسجين ، علما بأن عدد الجزيئات فى المتر المكعب

$$= 3 \times 10^{25}$$

سرعة الجزيء عند درجة الغرفة = 450

نصف قطر جزيء الأكسجين =  $1.8 \times 10^{-10}$  متر

**الحل :** collision cross section

$$\sigma = 4 \pi r^2 = 4 \pi \times (1.8 \times 10^{-10})^2$$

$$= 4 \times 10^{-19} \text{ m}^2$$

$$\text{collision freq. } z = 4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{25} \times 450$$

$$= 5.5 \times 10^9 \text{ collision / sec.}$$

**إيجاد متوسط طول المسار الحر  $\lambda$  نقسم المسافة الكلية المقطوعة فى الزمن**

t على عدد التصادمات فى هذا الزمن :

$$\therefore \lambda = \frac{v t}{\sigma \cdot n \cdot v \cdot t} = \frac{1}{\sigma n}$$

ولما كان عدد الجزيئات فى وحدة الحجم يتناسب طرديا مع ضغط الغاز فإن متوسط

طول المسار الحر يتناسب عكسيا مع الضغط

$$n \propto P$$

$$\lambda \propto 1/P$$

من المثال السابق  $\lambda$  للأكسجين

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} = \frac{1}{4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{25}} = 8 \times 10^{-8} \text{ m}$$

الاستنتاج السابق يفترض سكون الجزيئات فى الغاز وهذا غير صحيح وعند تصحيح

المعادلة باعتبار الجزيئات متحركة حسب توزيع ماكسويلى للسرعات ، فإنه يمكن إثبات أن

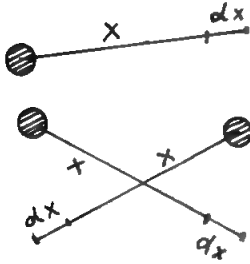
متوسط طول المسار الحر هو :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sigma n} = \frac{0.707}{\sigma n}$$

فى الظروف المعتادة يكون  $\lambda$  حوالى ١٠ أمثال المسافة البينية بين الجزيئات ، كما إن المسافة البينية تكون أيضا حوالى ١٠ أمثال قطر الجزيء

### دالة توزيع المسارات الحرة :

اعتبر مجموعة مكونة من عدد  $N_0$  جزيء فى لحظة ما ، يتصادم بعض منها فيخرج من المجموعة . ويتبقى عدد  $N$  جزيء بعد أن تكون قد قطعت مسافات  $x$  فى اتجاه مساراتها الحرة. أثناء المسافة الصغيرة التالية  $dx$  يتصادم بعض هذه الجزيئات  $N$  ويخرج من المجموعة ، شكل (٢-١٥) .



شكل (٢-١٥)

نفرض أن عدد هذه الجزيئات المتصادمة

يتناسب مع العدد  $N$  وكذلك مع المسافة  $dx$

التغير فى العدد  $dN$  الذى يخرج من المجموعة

بالتصادم فى المسافة  $dx$  يكون سالبا ويساوى

$$dN = - P_c N dx \quad \dots\dots\dots (2)$$

حيث  $P_c$  هو ثابت تناسب يسمى باحتمال التصادم Collision probability ويتوقف

على حالة الغاز وليس على  $N$  أو  $x$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = - P_c \int_0^x dx$$

$$\therefore N = N_0 \exp -P_c x \quad \dots\dots\dots (2)$$

أى أن عدد الجزيئات المتبقى دون أن يتصادم يقل حسب دالة أسية للمتغير  $x$

وبالتغويض فى المعادلة (١) نحصل على

$$\therefore dN = - P_c N_0 \cdot \exp (- P_c \cdot x) dx \quad (3)$$

وتمثل القيمة  $dN$  ، مأخوذة بإشارة موجبة طبعاً ، عدد الجزيئات التى يكون لها



مسارات حرة يقع طولها بين  $x$  و  $x + dx$

وباستخدام الطرق الإحصائية لإيجاد متوسط طول المسار  $\lambda$

نجد أن :

$$\lambda = \frac{\int x dN}{N_0} = \frac{\int_0^{\infty} P_c N_0 x e^{-P_c x} dx}{N_0} = \frac{1}{P_c}$$

حيث أن :

$$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} -x de^{-x} = \int_{-\infty}^{\infty} y de^y = 1$$

وهذا يدل على أن احتمال التصادم  $P_c$  يساوى مقلوب متوسط المسار الحر  $\lambda$

$$\frac{1}{\sigma n} = \lambda \quad \text{ولما كانت}$$

$$\therefore P_c = \sigma n \quad \text{فإن :}$$

أى أن احتمال التصادم يتناسب طردياً مع مقطع التصادم  $\sigma$  وعدد الجزيئات فى

وحدة الحجم .

وتكتب المعادلة (٢) بالشكل الآتى :

$$\therefore N = N_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad (4)$$

والمعادلة (٣) :

$$\therefore dN = -\frac{N_0}{\lambda} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \cdot dx \quad (5)$$

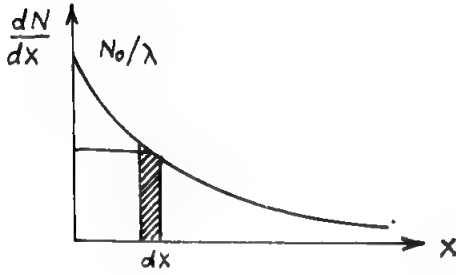
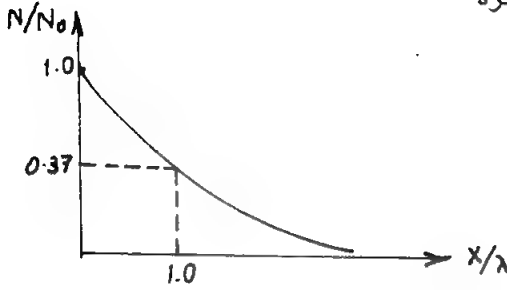
$$N = N_0 e^{-x/\lambda}$$

عدد الجزيئات التي لها مسارات حرة

أطول من  $\lambda$

تساوي :  $e^{-1}$  أو 37 %

$$dN = \frac{N_0}{\lambda} e^{-x/\lambda} dx$$



شكل (٢-١٦)

المعادلة (٤) تبين عدد الجزيئات التي لها مسارات حرة أطول من  $x$

والمعادلة (٥) تبين عدد الجزيئات التي طول مساراتها الحرة تقع بين  $x$  و  $x + dx$

ويراعى هنا إهمال الإشارة السالبة في المعادلة إذ ليس لها معنى طبيعي .

## مسائل وتمارين علي الباب الثاني

١- مدفع إلكتروني يزج إلكترونات إلى حيز به غاز ضغطه ١٠٠ نيوتن / م<sup>٢</sup> ، وتجمع الإلكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدني على بعد ١٠ سم من المدفع حيث يقاس التيار .

إذا كان التيار الإلكتروني المنبعث من المدفع ١٠٠ ميكرو أمبير ، وتيار لوح التجميع ٣٧ ميكرو أمبير ، فأوجد متوسط المسار الحر للإلكترونات ، وماذا يكون تيار اللوح المعدني إذا أنقص الضغط إلى ٥٠ نيوتن / م<sup>٢</sup> .

الحل :

$$N = N_0 e^{-x/\lambda} \quad \frac{N}{N_0} = \frac{37}{100} = e^{-x/\lambda}$$

$$e^{-1} = 0.37 \quad \therefore \frac{x}{\lambda} = 1 \quad \therefore x = 10 \text{ cm} .$$

درجة حرارة الغاز الإلكتروني ثابتة  $P = 1/3 \text{ mn } v^2$

$$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{100}{60} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{n_2}{n_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad \therefore \lambda_2 = 2 \text{ , } \lambda_1 = 20 \text{ cm}$$

$$N = N_0 e^{-x/\lambda} \quad \therefore I = I_0 e^{-x/\lambda}$$

$$I = 100 e^{-10/20} = 100 e^{-0.5} \\ = 60 \text{ micro amp} .$$

٢- أوجد متوسط طول المسار الحر وتردد النظام لجزيئات النتروجين عند درجة ٢٠ ° م وضغط ١ جو ، اعتبر قطر الجزيء  $2 \times 10^{-10} \text{ m}$

٣ - الطاقة الداخلية لغاز يحتوي n مول من  $\text{CO}_2$  عند درجة 300 K تعطى بالمعادلة

$$U = a n R T + b \quad \text{حيث } a, b \text{ ثوابت}$$

أ - أوجد السعة الحرارية الجزيئية تحت حجم ثابت  $C_v$  .

ب - ماذا تكون  $C_p$  لهذا الغاز ؟

ج - كم عدد درجات الحرية لهذا الجزيء عند هذه الدرجة ؟

٤ - إناء يحتوى ١ مول من غاز الهليوم عند درجة 300 k . أوجد عدد الجزيئات

التي لها سرعات فى المنطقة بين 400 & 410 m / s .

٥ - أثبت أن متوسط طول المسار الحر لجزيء من غاز تام يعطى بالمعادلة :

$$\bar{l} = k T / \sqrt{2} \pi d^2 P$$

حيث d هو قطر الجزيء ، P ضغط الغاز ، T درجة حرارته .

٦ - يحتوى إناء على  $10^4$  جزيء من الأكسجين عند درجة 500 K .

ارسم منحنى توزيع ماكسويل للسرعات مع اعتبار مناطق السرعات 100 m / s . ثم أوجد من المنحنى السرعة الأكبر احتمالاً وكذلك متوسط السرعة وجذر متوسط مربع السرعات ، وبين ذلك على المنحنى . ثم أوجد عدد الجزيئات التى تقع سرعتها بين 300 & 600 m / s

٧ - أوجد النسبة بين عدد ذرات الأيدروجين فى الحالة المستقرة ground state وعدد

الذرات المثارة للغاز عندما تكون درجة حرارته 3000 K .

**فكرة الحل :**

أوجد أولاً طاقة الحالة المستقرة لذرة الأيدروجين ، ثم أوجد طاقة الذرة المثارة بحساب

طاقم التهيج الحرارى kT عند درجة ٣٠٠٠ كلفن، ثم استخدم دالة ماكسويل للتوزيع .

٨ - يبدأ أيون أكسجين مفرد حركة حرة في اتجاه عمودى على مجال كهربائى شدته  $10^4 \text{ volt / m}$  . فى غاز ضغطه جوى ودرجة حرارته  $300 \text{ K}$  .

أ - أوجد المسافة المقطوعة فى اتجاه المجال فى زمن متوسط مسار حر .

ب - مانسبة متوسط المسار الحر إلى هذه المسافة ؟

ج - ما السرعة المتوسطة فى اتجاه المجال ؟

د - ما نسبة السرعة الحرارية thermal velocity إلى هذه السرعة ؟

هـ - ما نسبة طاقة التهييج الحرارى إلى الطاقة المكتسبة من المجال أثناء متوسط مسارحر؟

٩ - فى التجربة الخاصة بتحقيق قانون ماكسويل لتوزيع السرعات كان قطر الاسطوانة  $0.27 \text{ m}$  وعدد دوراتها فى الدقيقة  $12000 / \text{min}$  ، وكان المصدر عبارة عن فرن يحتوى ماده الزنك فى درجة  $300^\circ \text{C}$  .

أوجد بعد النقطة التى تسقط عليها الجزيئات عندما تكون الاسطوانة ساكنة عن النقطة التى تسقط عندها الجزيئات ذات الطاقة  $\frac{1}{2} m v_x^2 = 2 KT$  . ( الوزن الذرى للزنك  $= 65.37$  ) .

١٠ - أثبت أن احتمال التصادم بين جزيئات غاز يساوى مقلوب متوسط طول المسار الحر . وإن احتمال التصادم يتناسب طرديا مع مساحة مقطع التصادم ، ومع عدد جزيئات الغاز فى وحدة الحجم .

١١ - أثبت أن عدد الجزيئات فى غاز والتى لها مسارات حرة أطول من  $L \text{ cm}$  تعطى

$$N = N_0 e^{-L/\lambda} \quad \text{بالمعادلة}$$

حيث  $\lambda$  متوسط طول المسار الحر للجزيء ،  $N_0$  العدد الكلى للجزيئات .

١٢ - أثبت أن العدد الكلى للجزيئات التى تعبر وحدة المساحات فى وحدة الزمن داخل غاز تساوى  $\frac{1}{4} n \bar{v}$  حيث  $n$  هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجم ،  $\bar{v}$  متوسط سرعة الجزىء.



## الباب الثالث

### ظواهر الانتقال

#### الظواهر الطبيعية التي تتوقف علي الانتقال Transport Phenomena

إذا لم يكن الغاز في حالة استقرار ديناميكي حراري يمكن حدوث أحد الظواهر الاتية :

١ - إذا كان تدفق السرعات مختلفا في الأجزاء المختلفة من الغاز كأن يكون هناك حركة نسبية بين طبقات الغاز المختلفة تظهر خاصة اللزوجة Transfer of momentum .

٢ - عندما تكون درجة حرارة الغاز في أجزائه المختلفة ، كأن يكون هناك ميل حراري داخل الغاز يظهر التوصيل الحراري ، حيث تنتقل الحرارة من الأجزاء الساخنة للباردة . transfer of energy .

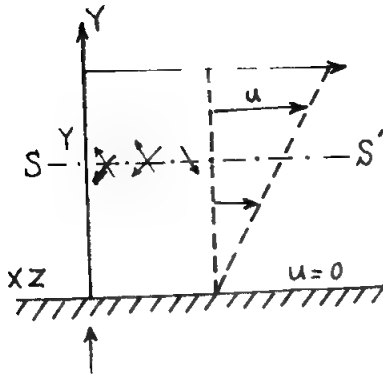
٣ - إذا كان تركيز جزيئات الغاز مختلفا في أجزائه المختلفة تظهر ظاهرة الانتشار ، حيث تنتقل الجزيئات من مناطق التركيز الأكبر إلى الأقل . transfer of matter .  
∴ اللزوجة والتوصيل الحراري والانتشار تمثل على الترتيب انتقال كمية الحركة ، والطاقة الحرارية ، والكتلة .

وتستحث جميع هذه الظواهر الطبيعية عن طريق التهيج الحراري لجزيئات الغاز . Thermal agitation

#### ظاهرة اللزوجة :

اعتبر حالة غاز أو سائل يتحرك على مستوى أفقي  $XZ$  ، شكل (٣ - ١) تتحرك كتلة الغاز موازية للمستوى الأفقي وليست عمودية عليه .  
باعتبار الغاز أو السائل مكون من طبقات فوق بعض . تزداد سرعة هذه الطبقات كلما ارتفعنا عن المستوى  $XZ$  أي في الاتجاه الموجب لـ  $Y$  .





نتيجة للحركة النسبية بين الطبقات نفرض

وجود احتكاك داخلي تنشأ عنه ظاهرة اللزوجة .

يعرف معامل اللزوجة  $\eta$  بالمعادلة :

$$F = \eta A \cdot \frac{du}{dy}$$

حيث  $F$  هي القوة اللزجة وتكون في اتجاه

الحركة وتؤثر على المساحة  $A$  ، حيث يكون ميل

السرعة العمودي على المساحة هو :  $\frac{du}{dy}$

شكل (٣ - ١)

اعتبر الطبقة  $SS'$  على ارتفاع  $Y$  من المستوى الثابت شكل (٣ - ١) وتحرك بسرعة

تدفق  $u$  لا تتعارض مع الحركة العشوائية للجزيئات في جميع الاتجاهات نتيجة للتهدج

الحرارى . الغاز هنا ليس في حالة اتزان ديناميكي حرارى . ولكن بما أن السرعة الجزيئية

أكبر بكثير من سرعة التدفق ، لذلك يمكننا استخدام القوانين التي سبق استنتاجها بفرض

وجود الاتزان .

تعتبر الجزيئات الطبقة  $SS'$  من أعلى لأسفل وبالعكس . ولكل جزيء سرعة تدفق

لليمين تتوقف قيمتها على الارتفاع .

بما أن الحركة على مستوى أفقى .

∴ لا توجد حركة رأسية أى أن عدد الجزيئات التي تعبر الطبقة  $SS$  إلى أعلى

تساوى حتما عدد الجزيئات التي تعبرها إلى أسفل .

ولكن سرعات الجزيئات الآتية من الطبقات العليا أكبر من تلك الآتية من أسفل ولذلك

تنتقل كمية حركة للجزيئات من أعلى إلى أسفل ، أكبر من تلك التي تنتقل من أسفل إلى

أعلى . ويؤدى هذا إلى انتقال مستمر لكمية حركة الجزيئات عبر السطح transfer of

momentum .

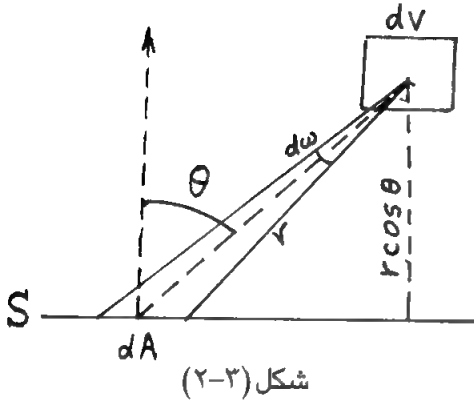
وباستخدام قانون نيوتن يكون معدل نقل كمية الحركة خلال وحدة المساحات مساويا

للزوجة عليها .

∴ اللزوجة كظاهرة ميكروسكوبية تنشأ عن نقل الجزيئات لكمية الحركة عبر الطبقات

أثناء حركتها العشوائية .

إيجاد عدد الجزيئات الذي يعبر ١ سم<sup>٢</sup> في الثانية :



نفرض مساحة صغيرة dA على الطبقة

SS' ، شكل ( ٢-٣ ) نفرض حجما صغيرا

dV يبعد مسافة r عن المساحة ويعمل زاوية θ

مع العمودى . z = تردد التصادم & n = عدد

الجزيئات فى وحدة الحجم .

عدد الجزيئات فى الحجم  $n dV = dV$

عدد التصادمات التى تتم داخل dV فى الزمن dt هو  $1/2 z n dV dt$  « المعامل 1/2

وضع حيث إن كل تصادم يحتاج لجزيئين » .

عقب كل تصادم ينتج عدد ٢ مسار حر جديد

∴ عدد المسارات الحرة التى تنتج من داخل الحجم dV فى الزمن dt

$$z n dV dt =$$

هذه المسارات تتوزع عشوائيا فى الفراغ فى جميع الاتجاهات

$$\frac{d\omega}{4\pi} z n dV dt = dA \text{ المساحة}$$

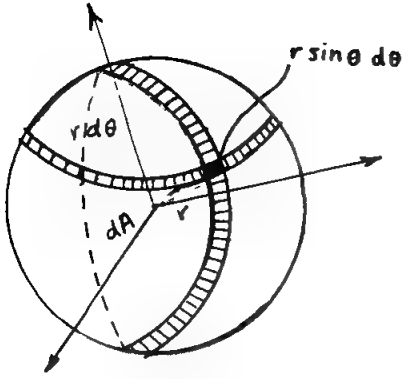
حيث dω هى الزاوية المجسمة التى يعملها الحجم dV عند المساحة dA وتساوى

$$dA \cos \theta / r^2$$

عدد الجزيئات التى تستطيع الوصول للمساحة dA دون تصادم يساوى العدد السابق

مضروباً فى  $\exp(-r/\lambda)$

وباستبدال قيمة الحجم الصغير dV بما يساويه باعتبار إحداثيات كرية spherical



coordinates نحصل على ( انظر شكل

((٣-٣)

$$dV = r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr$$

عدد الجزيئات التي تغادر الحجم dV

ويصل للمساحة dA في الزمن dt بدون أن

تعاين أي تصادم هو :

شكل ( ٣ - ٣ )

$$\frac{1}{4\pi} z n dA dt \sin \theta \cos \theta e^{-r/\lambda} d\theta \cdot d\phi \cdot dr$$

نحصل على العدد الكلي للجزيئات التي تعبر المساحة dA في الزمن dt وبإجراء

$$0 \longrightarrow 2\pi \text{ من } \phi \text{ وعلى } 0 \longrightarrow \frac{\pi}{2} \text{ من } \theta$$

وعلى r من  $\infty \longrightarrow 0$  نحصل على :

$$\frac{1}{4} z n \lambda dA dt$$

وبمعرفة أن تردد التصادم  $z = v/\lambda$  يكون :

عدد الجزيئات الذي يعبر SS' من أي ناحية لوحدة المساحات في وحدة الزمن يساوي

$$\frac{1}{4} n v$$

ويلاحظ أن هذه هي نفس النتيجة التي سبق أن حصلنا عليها مع إهمال تأثير

التصادم للجزيئات .

إيجاد متوسط الارتفاع الذي تأتي منه الجزيئات لتعبر المساحة dA :

الحجم dV يرتفع عن المستوى SS' مسافة  $r \cos \theta$  وباستخدام الطرق

الإحصائية نحصل على متوسط الارتفاع عن SS' لجميع الجزيئات التي تعبر المساحة dA

وذلك بإيجاد حاصل ضرب الارتفاع  $r \cos \theta$  في عدد الجزيئات الآتية من الحجم

$dV$  والتي تعبر  $dA$  ، ثم أجزاء التكامل على  $r \theta \phi$  ثم بالقسمة على العدد الكلي للجزيئات الذي يعبر  $dA$  وهذه تساوى :

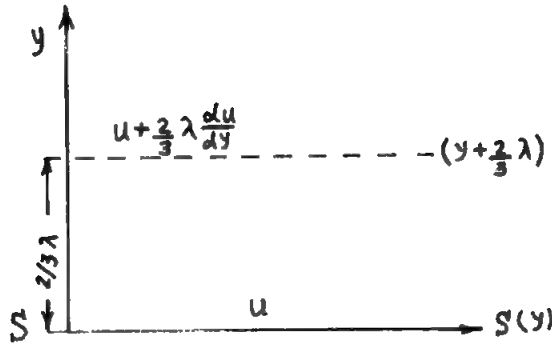
$$\bar{y} = \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{4\pi} z n dA dt \sin \theta \cos^2 \theta d\theta d\phi r e^{-r/\lambda} dr}{1/4 z n \lambda dA dt}$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{4 z n \lambda^2 dA dt}{6 z n \lambda dA dt} = 2/3 \lambda$$

أى أن ، فى المتوسط ، يكون كل جزيء يعبر المساحة من أعلى ( أو من أسفل ) أتيا

من ارتفاع ( أو من انخفاض ) يساوى  $\frac{2}{3}$  متوسط طول المسار الحر للجزيء .

إيجاد معامل لزوجة الغاز :



شكل (٤-٣)

نفرض أن سرعة تدفق الغاز على السطح  $SS'$  على الارتفاع  $y$  تساوى  $u$  تكون

السرعة على ارتفاع  $y + \frac{2}{3} \lambda$  هى  $u + \frac{2}{3} \lambda \frac{du}{dy}$

تنتقل كمية الحركة للجزيئات فى الاتجاه الأفقى وليس الرأسى ، كمية حركة الجزيء

على الارتفاع  $y + \frac{2}{3} \lambda$  هى :

$$m \left( u + \frac{2}{3} \lambda \frac{du}{dy} \right)$$

كمية حركة الجزيئات فى اتجاه التدفق والتي تنتقل عبر وحدة المساحة فى وحدة الزمن

من أعلى لأسفل هى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} m \left( u + \frac{2}{3} \lambda \frac{du}{dy} \right)$$

وبالمثل كمية حركة الجزيئات التى تنقلها الجزيئات العابرة من أسفل إلى أعلى

تساوى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} \cdot m \left( u + \frac{2}{3} \lambda \frac{du}{dy} \right)$$

يكون بذلك معدل انتقال كمية الحركة خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن هو الفرق

بين الكميتين السابقتين أى :

$$\frac{1}{3} n m \bar{v} \lambda \frac{du}{dy}$$

ومن قانون نيوتن الثانى تساوى القيمة السابقة القوة اللزجة viscous force لوحدة

المساحات ، وهذه تساوى بالتالى :

$$\eta \cdot \frac{du}{dy}$$

ومن هذا نحصل على قيمة معامل اللزوجة  $\eta$  .

$$\eta = \frac{1}{3} n m \bar{v} \cdot \lambda \dots$$

وبالتعويض بدلا من  $\lambda = \frac{l}{\sqrt{2} \sigma n}$  حيث  $\sigma$  = مساحة مقطع التصادم

نحصل على :

$$\eta = \frac{m \bar{v}}{3 \sqrt{2} \sigma}$$

هذه المعادلة لا تحتوى على الضغط أو كثافة الغاز ، ولذلك فلزوجة الغاز لا تعتمد عليهما وإن كانت تعتمد على درجة الحرارة خلال :

$$\sqrt{\frac{8 K T}{\pi m}} = \bar{v}$$

وهذا يعطى :  $n$  &  $T$

وتستخدم معادلة اللزوجة :

$$\eta = \frac{m}{\sqrt[3]{2} \sigma} \sqrt{\frac{8 k T}{\pi m}}$$

كطريقة مباشرة لإيجاد مقطع التصادم أو قطر الجزيء ، حيث إن  $\eta$  ,  $T$  تقاس

مباشرة

$$\sigma = \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{4 m k T}{9 \pi}} = \pi D^2 \quad \therefore$$

حيث  $D$  هو قطر الجزيء .

### إيجاد معامل التوصيل الحرارى لغاز :

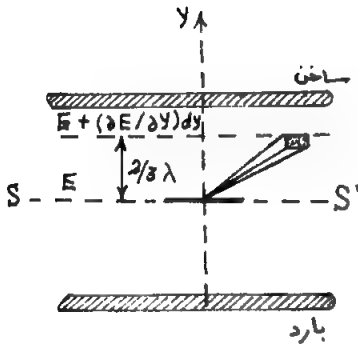
اعتبر لوحين معدنيين بينهما الغاز. إذا كان اللوح العلوى فى درجة حرارة مرتفعة بالنسبة للسفلى تنتقل طاقة الحركة للجزيئات من أعلى لأسفل وينتج عن ذلك ظاهرة التوصيل الحرارى (شكل ٥ - ٣)

توجد بين اللوحين طبقات من الغاز ثابتة

الدرجة توازى مستوى اللوحين

نفرض أن :

$T$  هى درجة حرارة الطبقة  $SS'$  وأن الميل الحرارى هو  $dT / dy$



شكل (٥-٣)

حيث  $y$  هو ارتفاع الطبقة عن المستوى البارد .

متوسط طاقة الجزيء عند الدرجة  $(T K)$  يساوى  $\frac{1}{2} f kT$

حيث  $f$  عدد درجات الحرية للجزيء

الطاقة المنقولة عبر المستوى  $SS$  لوحدة المساحات فى وحدة الزمن بواسطة الجزيئات

التي تعبرها من أعلى لأسفل هى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} \cdot \frac{f}{2} k \left( T + \frac{2}{3} \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

الطاقة التي تنقلها الجزيئات خلال نفس المساحة فى نفس الزمن من أسفل إلى أعلى

هى :

$$\frac{1}{4} n v \frac{f}{2} k \left( T - \frac{2}{3} \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

∴ معدل تدفق الطاقة لوحدة المساحات وهي كمية الحرارة المارة فى وحدة المساحات

فى وحدة الزمن هى :

$$H = \frac{1}{6} n \bar{v} f k \lambda \frac{dT}{dy}$$

ولكن من تعريف معامل التوصيل الحرارى  $K$

$$H = K A \frac{dT}{dy}$$

حيث  $(A)$  هى المساحة التي تمر خلالها كمية الحرارة  $(H)$  ونعتبرها هنا الوحدة .

∴ بحذف  $\frac{dT}{dy}$  نحصل على :

$$K = \frac{1}{6} n \bar{v} f k \lambda$$

عندما يكون الغاز تاما تكون عدد درجات الحرية  $f = 3$  تصبح معادلة التوصيل

الحرارى له :

$$K = \frac{1}{2} n v \lambda k$$

وتطبق هذه المعادلة على حالة الغاز الإلكتروني الحرفى الفلزات .

النسبة بين  $k$  و  $\eta$  :

من معادلتى لزوجة الغاز ومعامل توصيله :

$$\frac{K}{\eta} = \frac{1/6 f v k \lambda}{1/3 m n v \lambda} = \frac{f}{2} \cdot \frac{k}{m}$$

لكن للغاز التام :

$$m = \frac{M}{N_0} \quad k = \frac{R}{N_0} \quad \& \quad C_v = \frac{f}{2} R$$

حيث  $M$  هو الوزن الجزيئى ،  $N_0$  هو عدد أفوجادرو .

$$\therefore \frac{K}{\eta} = \frac{C_v}{R} \cdot \frac{k}{m} = \frac{C_v}{N \cdot m} = \frac{C_v}{M}$$

$$\therefore \frac{K \cdot M}{\eta \cdot C_v} = 1$$

هذه النتيجة وإن كانت قريبة من الصحة عمليا لبعض الغازات ، إلا أنها تحيد عن ذلك للغازات المعقدة جزيئيا حيث لا تنطبق فروض الغاز التام عليها .

### الانتشار فى الغازات :

يحدث الانتشار نتيجة للحركة الجزيئية العشوائية داخل المادة ، كلما كان هناك ميل تركيزى concentration gradient لأى نوع من الجزيئات ، أى عندما يكون عدد الجزيئات فى وحدة الحجم على أحد جانبي سطح ما داخل المادة أكبر من العدد المناظر على الجانب الآخر .

إذا لم يوجد سوى نوع واحد من الجزيئات داخل المادة فإن حركتها تحدث ما يسمى بالانتشار الذاتى ، ويدرس عادة هذا النوع من الانتشار بواسطة المواد المشعة الاقترافية radio tracers « الايسوتوبس » .

اعتبر 'SS' سطح وهمى ، ( شكل ٢-٦ ) ، داخل خليط من جزيئات مشعة وغير مشعة من غاز ما . نفرض أن كثافة الغاز فى كل مكان واحدة ويكون بذلك ضغط الغاز منتظما .



نفرض أن درجة الحرارة ثابتة ومنتظمة .

نفرض أن  $n$  هو عدد الجزيئات

المشعة في وحدة الحجم عند نقطة ما

داخل الغاز وتتغير في الاتجاه السيني فقط وهو العمود على المستوى الرأسى .

نفرض أن ميل التركيز

concentration gradient  $\frac{dn}{dx}$  منتظما

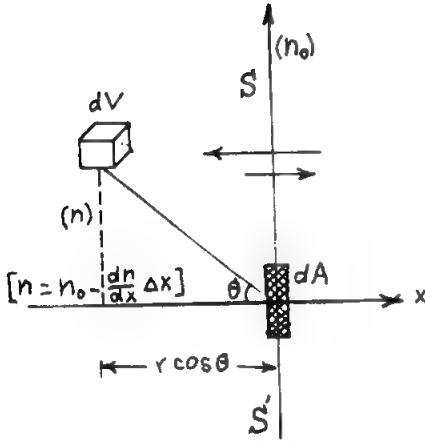
وموجبا بحيث تزداد  $n$  من اليسار إلى

اليمين . إذا كانت  $n_0$  هى عدد الجزيئات

المشعة في وحدة الحجم عند المستوى

الرأسى  $SS'$  يكون التركيز على بعد  $x$  من

هذا المستوى هو .



شكل (٦-٢)

$$n = n_0 + x \frac{dn}{dx}$$

يكون تيار الجزيئات المشعة الذى يعبر المستوى  $SS'$  من اليمين لليساار أكبر من تيار

الجزيئات المشعة العابرة من اليسار لليمين .

نفرض أن العدد الفعلى ( net number ) للجزيئات التى فى الاتجاه الموجب لـ  $x$

خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن هو  $J$  . يعرف معامل الانتشار  $D$  بالمعادلة .

$$J = -D \frac{dn}{dx}$$

والإشارة السالبة هنا تعنى أنه عندما يكون الميل التركيزى  $\frac{dn}{dx}$  موجبا فى اتجاه

تزايد  $x$  يكون التيار الجزيئى  $J$  سالبا أى فى اتجاه تناقص  $x$  .

نفرض أن  $n^1$  هو العدد الكلى للجزيئات فى وحدة الحجم مشعة وغير مشعة .

( يلاحظ أن هذا العدد ثابت فى جميع النقط ) ولكن نسب المشع إلى غير المشع هى التى

تختلف .

العدد الكلى للجزيئات التى لها مسارات حرة تبدأ من الحجم  $dV$  وبعضها يصل

للمساحة  $dA$  فى الزمن  $dt$  هى  $z n^1 dV dt$

( انظر شكل ٣ - ٧ )

نسبة عدد الجزيئات المشعة إلى العدد

$$\frac{n}{n^1} = \text{الكلى للجزيئات}$$

∴ عدد الجزيئات المشعة التى

مساراتها الحرة تبدأ من  $dV$  وبعضها

يصل  $dA$  فى زمن  $dt$  يساوى

$$\frac{n}{n^1} \cdot z n^1 dV dt = z n dV dt \quad \text{شكل (٣-٧)}$$

عدد الجزيئات المشعة التى تعبر  $dA$  بدون أن تعانى أى تصادم ، وتكون قادمة من

الحجم  $dV$  تساوى :

$$\frac{1}{4\pi} z n dA dt \sin \theta \cos \theta e^{-r/\lambda} d\theta d\phi dr$$

لكن من هندسة الشكل :

$$n = n_0 - r \cos \theta \frac{dn}{dx}$$

وبالتعويض :

∴ عدد الجزيئات المشعة التى تعبر  $dA$  فى الزمن  $dt$  هى :

$$\frac{1}{4\pi} z n_0 dA dt \sin \theta \cos \theta e^{-r/\lambda} d\theta d\phi dr$$

$$- \frac{1}{4\pi} z \frac{dn}{dx} dA dt \sin \theta \cos^2 \theta \cdot r e^{-r/\lambda} d\theta d\phi dr$$

وبإجراء التكامل على  $\theta$  من  $0 \rightarrow \pi/2$  وعلى  $\phi$  من  $0 \rightarrow 2\pi$

وعلى  $r$  من  $0 \longrightarrow \infty$  نحصل على :

$$1/4 \ z \ n_0 \ \lambda \ dA \ dt - 1/6 \ z \ \lambda^2 \ \frac{dn}{dx} \ dA \ dt$$

التيار الجزيئي من اليسار لليمين خلال وحدة المساحة في وحدة الزمن هو

$$\overrightarrow{J} = 1/4 \ z \ n_0 \ \lambda - 1/6 \ z \ \lambda^2 \ \frac{dn}{dx}$$

التيار الجزيئي من اليمين للييسار خلال وحدة المساحة في وحدة الزمن هو :

$$J = \frac{1}{4} \ z \ n_0 \ \lambda + \frac{1}{6} \ z \ \lambda^2 \ \frac{dn}{dx}$$

عدد الجزيئات الفعلي الذي يتدفق من اليسار لليمين يساوي :

$$J = - \frac{1}{3} \ z \ \lambda^2 \ \frac{dn}{dx}$$

ومن معادلة الانتشار  $J = - D \ \frac{dn}{dx}$  نحصل على :

$$D = \frac{1}{3} \ z \ \lambda^2$$

$$z = \frac{\bar{v}}{\lambda} \quad \text{لكن}$$

$$\therefore D = 1/3 \ \bar{v} \ \lambda$$

وباستخدام معادلة اللزوجة :

$$\eta = 1/3 \ n \ m \ \bar{v} \ \lambda = \rho \cdot D$$

وبمعرفة أن  $(n \ m = \rho)$  نحصل على معامل الانتشار  $D$  على الصورة

$$D = \frac{\eta}{\rho}$$

### مسائل علي الباب الثالث

١ - أوجد معامل لزوجة الهواء علماً بأن كثافته  $1.293 \text{ Kg} / \text{m}^3$  ومتوسط السرعة الجزيئية  $4.6 \times 10^2 \text{ m} / \text{s}$  ومتوسط طول المسار الحر  $6.4 \times 10^{-8} \text{ m}$  في المعدلين .

٢ - مدفع إلكتروني يخرج إلكترونات إلى حيز به غاز ضغطه  $100 \text{ n} / \text{m}^2$  وتجمع الإلكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدني على بعد  $10 \text{ cm}$  من المدفع حيث يقاس التيار :

إذا كان التيار الإلكتروني المنبعث من المدفع  $100 \mu\text{A}$  و تيار لوح التجميع  $37 \mu\text{A}$  .  
أ - أوجد متوسط طول المسار الحر للإلكترونات .

ب - ماذا يصبح تيار اللوح المعدني إذا أنقص ضغط الغاز إلى  $50 \text{ n} / \text{m}^2$

٣ - أوجد الفرق بين متوسط المسار الحر لجزيئات الهليوم تحت ضغط جوى عند درجتى حرارة (  $0^\circ \text{C}$  &  $100^\circ \text{C}$  ) .

لزوجة الهليوم بوحدة سم . جم ثانيه عند درجة  $0^\circ \text{C} = 0.00019$   
وعند درجة  $100^\circ \text{C} = 0.00023$

كثافة الهليوم  $= 0.0001785 \text{ جم} / \text{سم}^3$

٤ - أثبت أن لزوجة أى غاز لا تتوقف على ضغطه أو كثافته ، ولكنها تتناسب طردياً مع الجذر التربيعى لدرجة حرارته المطلقة . ثم أوجد قطر الجزيء بدلالة لزوجة الغاز ودرجة حرارته المطلقة .

٥ - يبين الجدول التالى تغير لزوجة غاز ثانى أكسيد الكربون مع درجة الحرارة

$t\text{ }^{\circ}\text{C}$	-21	0	100	182	302
$\eta \times 10^6$	12.9	14	18.6	22.2	26.8

احسب النسبة بين  $\eta$  ،  $\sqrt{T}$  ثم أوجد قطر الجزيء ، علما بأن الوزن الجزيئى لثانى أكسيد الكربون 44 kg / mole .

## الباب الرابع إحصاء ماكسويل وبولتزمان Maxwell - Boltzmann statistics

فراغ الطور : phase space

اعتبر غازاً أحادي الذرة . كل جزيء من جزيئاته يتعرف تماماً إذا عرفت له ستة أبعاد

هى:

$$(v_x, v_y, v_z, x, y, z)$$

سبق أن عرفنا فراغ السرعات Velocity space وهو الذى تكون إحداثياته هى

$v_x, v_y, v_z$  لتخيل الآن فراغا ذا ستة أبعاد تتحدد فيه تماماً حالة كل جزيء من جزيئات الغاز .

نقسم هذا الفراغ إلى خلايا cells صغيرة أبعادها  $dx, dy, dz$

$dv_x, dv_y, dv_z$  نفرض أن بكل خلية عدد كبيراً من النقط التى تمثل كل منها حالة جزيء . نفرض أن حجم الخلية هو :

$$H = dx dy dz dv_x dv_y dv_z$$

كثافة النقط فى فراغ الطور ( العدد فى وحدة الحجم ) هو :

$$\rho = \frac{N_i}{H}$$

حيث  $N_i$  هو عدد النقط فى الخلية رقم  $i$  والكثافة  $\rho$  هى دالة للإحداثيات الستة للخلية  $i$  وستعطى الميكانيكا الإحصائية شكل هذه الدالة .

الحالة الماكرونية والحالة الميكرونية : Micro - and Macro - states

الحالة الميكرونية لمجموعة من الجزيئات هى التى تتحدد فيها تماماً الستة أبعاد لكل

جزيء فى المجموعة . بينما الحالة الماكرونية لها هى التى يمكن قياسها فى المعمل .

ليس من الضروري تحديد الحالة الميكرونية لتحديد الخواص الماكرونية للغاز ، فمثلا ضغط الغاز يتوقف على عدد الجزيئات التي لها سرعات معينة ، وليس على أى الجزيئات لها هذه السرعات ، أى إن عدد النقط فى كل خلية من خلايا فراغ الطور هو الذى يحدد الخواص المرئية للغاز « observed properties »  
لهذا فإن الأعداد Ni تعرف الحالة الماكرونية للغاز .

**مثال :** « الكلية بفصولها المختلفة » : يحدد الحالة الماكرونية للطلبة عدد الطلبة على كل صف وليس من هم الطلبة فى كل صف .  
من الفروض الأساسية فى الميكانيكا الإحصائية أن جميع الحالات الميكرونية تتساوى فى احتمال حدوثها .  
« All microstates are equally probable »

### الاحتمال الديناميكي الحرارى : Thermo - dynamic probability

يعرف الاحتمال الديناميكي الحرارى بأنه عدد الحالات الميكرونية الغير متماثلة التى تعطى حالة ماكرونية معينة .

« Number of micro -states corresponding to a given macro -state » .

**مثال :**

نفرض أن فراغ الطور قد قسم إلى خليتين فقط (i & j) وأن هناك أربعة نقط a, b, c, d نفرض أن Ni & Nj هو عدد النقط الموجود بكل خلية .  
الحالات الماكرونية المحتملة هى :

Ni	4	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</div>	2	1	0
Nj	0	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</div>	2	3	4

وعدها خمس حالات . لكل حالة من هذه الحالات عدد مختلف من الحالات الميكرونية micro states - فمثلا  $N_i = 3$  &  $N_j = 1$  لها أربع حالات ميكرونية غير متكررة .

الخلية i	bcd	cda	dab	abc	أى أن :
الخلية j	a	b	c	d	$w = 4$

أى أن الاحتمال الدينامكى الحرارى لهذه الحالة الماكرونية هو 4 ويوجد هذا الاحتمال بحساب عدد التبادل فى النقاط فى فراغ الطور التى تعطى نفس الحالة الماكرونية . وعدد هذه التباديل الكلية لعدد  $N$  لعدد نقط هو  $N !$

ولما كان تغيير ترتيب النقاط داخل الخلية لا يغير من حالتها  
« مثلا :  $\boxed{bcd} = \boxed{dbc} = \boxed{cbd}$  ... وهكذا »

لذلك إذا كان عدد النقاط فى الخلية  $N_i = 3$  فى المثال السابق يكون عدد التبادل

المتماثلة هو  $N_i !$

ويكون العدد الفعلى للتبادل غير المتماثلة والتى تعطى نفس الحالة الماكرونية هى :

$$W = \frac{N !}{N_1 ! N_2 ! N_3 ! \dots N_i !}$$

$$= \frac{N !}{\prod N_i !}$$

ويدهى أنه إذا كانت الخلية فارغة أى أن  $N_i = 0$  يكون  $N_i ! = 1$

وبالعودة إلي مثال الخمس حالات ماكرونية السابق يكون الاحتمالات الديناميكية

الحرارية هى :



$$N_i \quad N_j$$

$$W = (4, 0) = \frac{4!}{4! 0!} = 1$$

$$W = (3, 1) = \frac{4!}{3! 1!} = 4$$

$$W = (2, 2) = \frac{4!}{2! 2!} = 6$$

$$W = (1, 3) = \frac{4!}{1! 3!} = 4$$

$$W = (0, 4) = \frac{4!}{0! 4!} = 1$$

يوجد هناك أكبر احتمال ديناميكي حراري عند  $N_i = 2$  ;  $N_j = 2$  كما يوجد ١٦ حالة ميكرونية لعدد ٥ حالات ماكرونية .

### دالة التقسيم . The Partition function Z

في الحالة العامة : اعتبر حالة غاز عدد جزيئاته  $N$  وعدد الجزيئات في كل خلية

من فراغ الطور  $N_i$  الاحتمال الديناميكي الحراري :

$$W = \frac{N!}{\prod N_i}$$

بأخذ اللوغاريتمات :

$$\ln W = \ln N! - \sum \ln (N_i !)$$

$$= N \ln N - N - \sum N_i \ln N_i + \sum N_i$$

$$\ln W = N \ln N - \sum N_i \ln N_i$$

$$\ln \prod N_i! = \sum \ln N_i! \quad \& \quad N = \sum N_i \quad \text{يلاحظ أن}$$

عند الاتزان تكون حالة الغاز عند أكبر احتمال ديناميكي حراري .

maximum thermodynamic probability ,  $W^0$

ولذلك تكون  $W_{\max}$  &  $\ln W_{\max}$  أكبر ما يمكن وشرط ذلك رياضياً هو :

$$\delta (\ln W_{\max}) = 0$$

$$\therefore 0 = \sum N_i \delta (\ln N_i) + \sum \ln N_i \delta N_i$$

« التفاضل بالنسبة إلى  $N_i$  وتفاضل الحد الأول في معادلة  $W$  يساوى صفراً »

ولكن

$$\sum N_i \delta \ln N_i = \sum N_i \times \frac{1}{N_i} \delta N_i = 0$$

$$\therefore \sum \delta N_i = 0 \quad \text{ولأن مجموع الجزيئات ثابت}$$

$$\therefore \sum \ln N_i \delta N_i = 0 \quad \text{..... (A)}$$

أى أن

$$\ln N_1 \delta N_1 + \ln N_2 \delta N_2 + \dots = 0$$

وبما أن مجموع الجزيئات ثابت

$$\therefore \sum \delta N_i = 0 \quad \text{..... (B)}$$

وإذا كان عدد النقط في الخلية قد تغير بمقدار  $\delta N_i$  فإن طاقة الخلية تتغير

بمقدار  $\omega_i \delta N_i$  ولكن بما أن الطاقة الداخلية الكلية ثابتة بتلاشى مجموع هذه التغيرات للخلايا المختلفة .

$$\therefore \sum \omega_i \delta N_i = 0 \quad \text{..... (C)}$$

بضرب المعادلة (B) في  $-\ln \infty$  والمعادلة C في B حيث  $\infty$  &  $\beta$  ثوابت

وبجمع المعادلات A, B, C نحصل على :

$$\sum (\ln N_i - \ln \infty + \beta \omega_i) \delta N_i = 0$$

وبما أن التغير في عدد  $N_i$  يأتي عن طريق الحركة الجزيئية للغاز والتصادم بين

الجزيئات ، وهذه عمليات عشوائية ، لذلك لا تتوقف قيم  $\delta N_i$  على بعضها بالنسبة للخلايا

المختلفة ، ولذلك يتلشى معامل  $\delta N_i$  فى المعادلة السابقة .

$$\therefore \ln N_i - \ln \infty + \beta \omega_i = 0$$

$$\therefore N_i = \infty \exp (-\beta \omega_i)$$

وبما أن عدد الجزيئات الكلية ثابتة

$$\therefore \sum N_i = N = \infty \sum (\exp -\beta \omega_i)$$

وتعرف الدالة :  $Z = \sum (\exp -\beta \omega_i)$  بدالة التقسيم . Partition function

وتتوقف على الثابت  $\beta$  وعلى الطريق التى تتغير بها الطاقة  $\omega_i$  من خلية إلى أخرى .

$$\therefore \frac{N}{Z} = \frac{\text{عدد الجزيئات}}{\text{دالة التقسيم}} = \infty \quad \text{الثابت .}$$

عدد الجزيئات فى كل خلية

$$N_i = \frac{N}{Z} \exp (-\beta \omega_i)$$

$$Z = \sum \exp (-\beta \omega) \quad \text{حيث :}$$

### الإنتروبيا والاحتمال : Entropy and probability

استنتجنا دالة التقسيم  $Z$  بفرض وجود اتزان ديناميكى حرارى فى المجموعة ، أى

عندما تكون الحالة الماكرونية أكبر احتمال ديناميكى حرارى  $W_{\max}$  . « هذا الشرط يعطى  $\delta \ln W_{\max} = 0$  »

ومن وجهة نظر الديناميكا الحرارية فحالة الاستقرار هذه لمجموعة مطلقة يصاحبها

أكبر إنتروبيا

فالإنتروبيا  $S$  فى الديناميكا الحرارية يقابلها فى الميكانيكا الإحصائية الاحتمال

الديناميكى الحرارى  $W$  ، ويمكن فرض تناسبها على الصورة

$$S = k \ln W$$

وقد وضع التناسب على شكل دالة لوغارتيمية ، وذلك للحصول على إتفاق بين تعاريف

الديناميكا الإحصائية والديناميكا الحرارية .

« سنرى فيما بعد أن ثابت التناسب  $k$  هو ثابت بولتزمان »

تفسر الميكانيكا الإحصائية الزيادة المستمرة في الإنتروبيا حتى تصل إلى قيمة عظمى

« القانون الثانى للديناميكا الحرارية » على أساس اتجاه طبيعى لأى مجموعة معزولة لى تتحول من حالة أقل احتمالا إلى أخرى أكثر احتمالا .

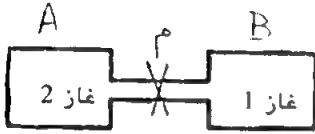
ويستخدم أحيانا مصطلح درجة الفوضى « disorder » وهو عكس درجة الترتيب

لتعريف الإنتروبيا .

مثال : حالة غازين A & B فى غرفتين

يفصلهما صمام . فى البداية يكون كل غاز فى

ناحية . ( أنظر الشكل )



عند فتح الصمام تبدأ جزيئات الغازين فى

الانتشار وبعد فترة نصل إلى حالة عند ما

تكون درجة الترتيب أقل ما يمكن ، والاحتمال

الديناميكي الحرارى أكبر ما يمكن وكذلك الإنتروبيا .

شكل (١-٤)

إيجاد قيمة دالة التقسيم  $Z$  بدلالة دوال الحالة  $U, S, F$  فى

الديناميكا الحرارية :

سبق أن توصلنا لمعادلة الاحتمال الديناميكي الحرارى  $W$  على الصورة

$$\ln W = N \ln N - \sum N_i \ln N_i$$

لكن

$$N_i = \frac{N}{Z} \exp (-\beta \omega_i)$$

$$\therefore \ln N_i = \ln N - \ln Z - \beta \omega_i$$

وبالتعويض من المعادلة السابقة في معادلة  $\ln W$  نحصل على :

$$\ln W = N \ln N - \sum N_i (\ln N - \ln Z - \beta \omega_i)$$

$$\therefore \ln W = N \ln N - \ln N \sum N_i + \ln Z \sum N_i + \beta \sum \omega_i N_i$$

$$\sum N_i = N \quad \& \quad \sum \omega_i N_i = U \quad \text{ولكن}$$

حيث  $U$  هي الطاقة الداخلية الكلية للمجموعة .

$$\therefore S = k \ln W$$

$$\therefore S = Nk \ln Z + k \beta U \quad \dots\dots (1)$$

حتى هذه المرحلة لم تظهر درجة الحرارة في النظرية الإحصائية ، ويمكن إدخالها

باستخدام قوانين الديناميكا الحرارية :

$$dQ = dU + dW = TdS$$

$$\therefore dU = TdS - pdV$$

$$\therefore \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_v = T \quad \text{وعند ثبوت الحجم}$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_v = \frac{1}{T} \quad \dots\dots (2)$$

بمفاضلة المعادلة (١) بالنسبة إلى  $U$

مع تثبيت الحجم نحصل على :

$$\left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_v = Nk \cdot \frac{1}{Z} \left( \frac{\partial Z}{\partial U} \right)_v + k\beta + kU \left( \frac{\partial \beta}{\partial U} \right)_v$$

$$\therefore \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_v = \frac{Nk}{Z} \frac{dZ}{d\beta} \left( \frac{\partial \beta}{\partial U} \right)_v + k\beta + kU \left( \frac{\partial \beta}{\partial U} \right)_v \quad \dots\dots (3)$$

$$\text{وبالمفاضلة بالنسبة إلى } \beta \quad Z = \sum \exp(-\beta \omega_i) \quad \text{لكن}$$

$$\therefore \frac{dZ}{d\beta} = - \left( \sum \omega_i \right) \exp - \beta \omega_i = - \frac{UZ}{N} \quad \dots\dots (4)$$

$$\left[ \sum \omega_i e^{-\beta \omega_i} = \frac{1}{N} \sum N_i \omega_i e^{-\beta \omega_i} = \frac{U}{N} \sum e^{-\beta \omega_i} = \frac{UZ}{N} \right] \gg \left[ \sum N_i \omega_i = U ; \sum e^{-\beta \omega_i} = Z \right]$$

وبالتعويض من (4) في (3) نحصل على :

$$\left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_v = k\beta \quad \dots\dots\dots (5)$$

وتتطبق المعادلة (5) التي استنتجت باستخدام الميكانيكا الإحصائية مع المعادلة (٢) التي استنتجت باستخدام الديناميكا الحرارية ، وذلك بوضع

$$k\beta = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{\beta = \frac{1}{kT}}$$

أو :

وبذلك تكون عدد النقاط في الخلية i في فراغ الطور بدلالة درجة الحرارة المطلقة هو :

$$N_i = \frac{N}{Z} \exp (-\omega_i / kT)$$

ودالة التقسيم Z

$$Z = \sum \exp (-\omega_i / kT)$$

والطاقة الداخلية للمجموعة U (وبالتعويض بدلا من  $N_i$  بما يساويها )

$$U = \sum \omega_i N_i = \frac{N}{Z} \sum \omega_i \exp (-\omega_i / kT)$$

ومن مفاضلة معادلة Z :

$$\therefore \frac{dZ}{dT} = \frac{1}{kT^2} \sum \omega_i \exp (-\omega_i / kT)$$

وبالتعويض في معادلة U نحصل على :

$$U = \frac{NkT^2}{Z} \frac{dZ}{dT} = NkT^2 \frac{d(\ln Z)}{dT}$$

وبالتعويض فى معادلة الإنتروپيا S :

$$\therefore S = Nk \ln Z + \frac{U}{T}$$

وتكون دالة هيلمهولتز  $F = U - TS$

$$F = - N k T \ln Z$$

من المعادلات السابقة يتضح أنه إذا ما حسبنا قيمة دالة التقسيم Z يمكن تعيين جميع

الخواص الديناميكية الحرارية للمجموعة .

## مسائل وتمارين علي الباب الرابع

١ - فى تجربة شتيرن وجيرلاخ تترتب العزوم المغناطيسية للذرات أما موازية أو عكس موازية لاتجاه المجال . أوجد باستخدام الميكانيكا الإحصائية العزم المغناطيسى الكلى فى اتجاه المجال :

١ - إذا كان المجال قويا ودرجة الحرارة منخفضة

٢ - إذا كان ضعيفا ودرجة الحرارة مرتفعة .

**الحل :** نفرض أن  $B$  هو العزم المغناطيسى للذرة بالبوهـر ماجنتون . الطاقة المغناطيسية

للذرة فى اتجاه المجال  $w_1 = -BH$  وفى عكس اتجاه المجال  $w_2 = +BH$

بما أنه لا يوجد سوى مستويين فقط للطاقة :

$$Z = e^{-w_1/kT} + e^{+w_2/kT}$$

∴ دالة التقسيم

$$= e^{-x} + e^{+x}$$

$$Z = \sum e^{-\beta \omega_i}$$

$$\therefore Z = 2 \cosh x$$

$$x = \frac{BH}{kT}$$

عدد الذرات لوحدة الحجم فى مستويى الطاقة  $w_2$  ،  $w_1$  هما :

$$n_1 = n \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}$$

حيث  $n$  هو العدد الكلى للذرات

$$n_2 = n \frac{e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

فى وحدة الحجم

العزم المغناطيسى الكلى فى اتجاه المجال هو :

$$M = B (n_1 - n_2)$$

$$= nB \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = nB \tanh x$$



حيث  $x = \frac{BH}{kT}$  إذا كانت  $x$  صغيرة فإن  $\tanh x$  تساوى تقريبا  $x$

ويكون  $M = n B^2 H / kT$  وهذا هو قانون كورى للمجالات المغناطيسية الضعيفة ، وفى درجات الحرارة العالية

أما إذا كانت  $x$  كبيرة فإن  $\tanh x$  تساوى تقريبا واحداً ، ويصبح  $M = B \cdot n$

٢ - اعتبر فراغ الطور مقسم إلى ثلاث خلايا 1, 2, 3 ، وأن  $N = 30$  ،

$$w_1 = 2J ; w_2 = 4J , w_3 = 6J ; N_1 = N_2 = N_3 = 10$$

فإذا كانت  $-2 = \delta N_3$  . فأوجد  $\delta N_1$  ،  $\delta N_2$  عند حالة الاستقرار الحرارى .

الحل :

$$\Sigma \ln N_i \delta N_i = 0 \quad \text{إذا} \quad \delta U = 0 \text{ \& } \delta N = 0$$

$$\Sigma \omega_i N_i \delta N_i = 0 \quad \therefore \text{فالحالة مستقرة}$$

$$\therefore \ln 10 \delta N_1 + \ln 10 \delta N_2 + \ln 10 \delta N_3 = 0$$

$$\therefore \delta N_1 + \delta N_2 + \delta N_3 = 0$$

$$\therefore \delta N_1 + \delta N_2 = 2 \quad \dots (1)$$

$$2 \delta N_1 + 4 \delta N_2 + 6 \delta N_3 = 0 \quad \text{أيضا (2) .....}$$

$$\delta N_2 = 4 \quad \text{وبحل المعادلتين نحصل على:}$$

$$\delta N_1 = -2$$

٣ - أوجد الاحتمال الديناميكي الحرارى لكل من :

أ - التوزيع الأكثر احتمالا .

ب - التوزيع الأقل احتمالا .

لمجموعة مكونة من  $10^6$  molecules فى فراغ طور مقسم إلى  $5 \times 10^5$  cells

خليه علما بأن طاقه الجزيء  $\omega_i$  واحدة لجميع الخلايا .

٤ - مجموعة من  $N$  جسم . فراغ الطور لها مقيم إلى  $m$  خلية فإذا كانت طاقة الجسم واحدة لجميع الخلايا كما أن  $N \gg m$  أوجد عدد النقط في كل خلية ، وكذلك الطاقة الداخلية وإنتروبيا المجموعة .



# الجزء الثانى

## الباب الخامس

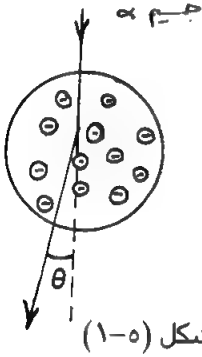
### النظرية الذرية للحالة الصلبة

#### Atomic theory of the solid state

نستعرض أولاً ويسرعة تركيب الذرة

#### الذرة وتركيب المادة :

كان تومسون هو أول من حاول وضع نموذج للذرة وفيه افترض أن الشحنة الموجبة فى الذرة تتوزع بانتظام داخل كرة ، وأن الإلكترونات تتخللها وتحتل أماكن معينة بها ، شكل (١-٥) .



ويعود فشل هذا النموذج إلى أن الانحراف المتوقع حدوثه لأشعة  $\propto$  يجب أن يكون صغيراً ، وهذا يخالف الواقع حيث إنه وجدت انحرافات كبيرة بزوايا قد تزيد عن  $90^\circ$  .

**نموذج رذرفورد :** افترض رذرفورد أن الشحنة الموجبة تتركز فى حيز صغير

جدا ( أقل من  $10^{-12}$  سم ) وأن الإلكترونات تحيط هذه النواة بشكل ما .

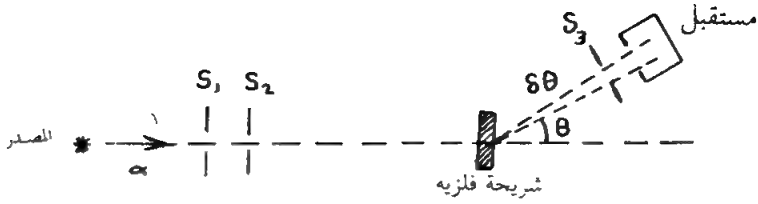
وقد استخدمت تجربة تشتت جسيمات  $\propto$  لدراسة كيفية توزيع الكتلة والشحنة داخل

الذرة ، شكل ( ٥ - ٢ ) .

تسقط حزمة من أشعة  $\propto$  على شريحة رقيقة من فلز ، ويمكن دراسة التوزيع

الزواى للجسيمات المستطارة Angular distribution بواسطة شاشة فلورية أو غرفة

تأين I . C . detector .



ولتفسير النتائج رياضيا فرض رذرفورد ما يأتي : شكل ٥ - ٢

١ - الذرة عبارة عن فراغ فيما عدا كتلتها وهي مركزة في نقطة .

٢ - القوى الكولومية بين جسيمات  $\infty$  والنواة هي فقط التي تحدد انحراف المسار للجسيمات .

٣ - استخدام رذرفورد ميكانيكا نيوتن لتعيين انحراف المسار .

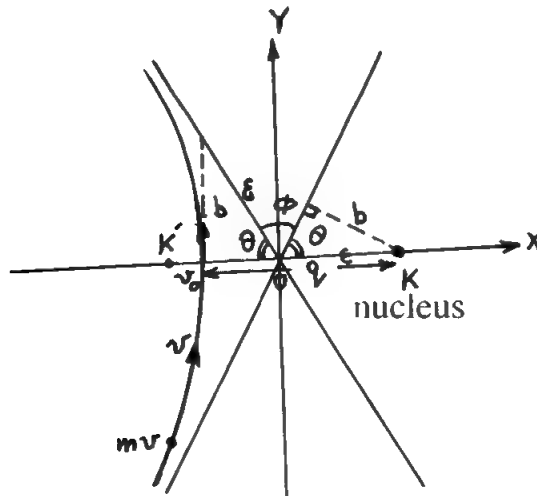
### معادلة رذرفورد للتشتيت :

نفرض أن الشحنة على النواة  $Ze$  وأن جسيم  $\infty$  يقترب من نواة الذرة عند  $K$

فينحرف مساره صانعا قطعاً زائداً تنطبق إحدى بؤرتيه مع النواة  $K$  ، شكل ( ٥-٣ ) .

$b$  = المسافة العمودية بين النواة  $K$  واتجاه جسيم  $\infty$  الأصلي وتسمى

$b$  : بمعامل التصادم impact parameter .



شكل ٥ - ٣

أما  $q$  فهي المسافة من  $K$  إلى رأس القطع الزائد .

ومن هندسة الشكل :  $q = \epsilon (1 + \cos \theta)$  .

حيث  $\epsilon$  هي المسافة  $OK$  وتسمى eccentricity ،

و  $\theta$  هي الزاوية بين الاتجاه الأصلي للجسيم والاتجاه السيني من الشكل :

$$\epsilon = \frac{b}{\sin \theta}$$

$$q = a + \epsilon = \epsilon \cos \theta + \epsilon = \epsilon (1 + \cos \theta)$$

$$\therefore q = \frac{b (1 + \cos \theta)}{\sin \theta} \quad \therefore \frac{b}{q} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

نفرض أن  $v$  هي سرعة الجسيم بعيدا عن النواة وأن  $v_0$  هي سرعته عندما يكون

أقرب ما يمكن منها ، وإن  $m$  هي كتلته .

بتطبيق قانون بقاء الطاقة :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{Z e E}{q}$$

« طاقة الموضع في أقرب نقطة + طاقة الحركة في أقرب نقطة = طاقة الحركة

الأصلية للجسيم » .

$E = 2 e$  هي مقدار الشحنة على الجسيم  $\infty$  .

$$K = \frac{Z e E}{m v^2} \quad \text{بوضع}$$

وباختصار المعادلة بالضرب  $\times \frac{2}{m v^2}$  نحصل على :

$$\frac{v_0^2}{v^2} = 1 - \frac{2 K}{b} \cdot \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

وبتطبيق قانون بقاء كمية الحركة الزاوية conservation of angular momentum

نحصل على :

$$m v b = m v_0 q$$

$$\therefore \frac{v_0}{v} = \frac{b}{q} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$\therefore \frac{v_0^2}{v^2} = \frac{\sin^2 \theta}{(1 + \cos \theta)^2} = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \quad \dots (2)$$

ومن المعادلتى (١) ، (٢) وبالاختصار نحصل على  $b = K \tan \theta$  لكن من الشكل

$\phi = \pi - 2\theta$  حيث  $\phi$  هي زاوية انحراف الجسيم  $\infty$  .

$$\therefore \theta = \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\phi}{2} \right)$$

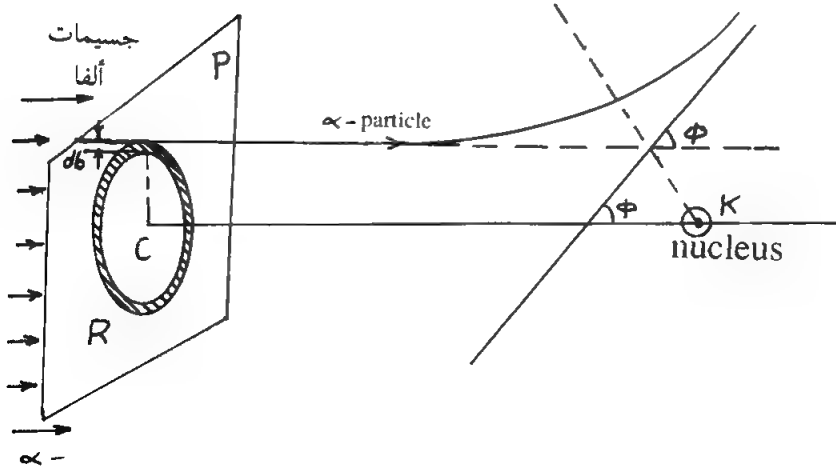
$$\therefore b = K \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\phi}{2} \right) = K \cot \frac{\phi}{2} \quad \dots (3)$$

هذه المعادلة تعطى مقدار انحراف الجسيم ، ولكن بدلالة  $b$  التى لا يمكن قياسها

بطريقة مباشرة فى المعمل .

حساب عدد جسيمات  $\infty$  التى تنحرف بزاوية معينة :

نفرض مستوى  $P$  عموديا على اتجاه أشعة  $\infty$  ، شكل (٥-٤)



شكل ٥ - ٤

نفرض  $K$  نواة ذرة فى طريق الأشعة .

مسقط K على المستوى P هو C .

جميع الجسيمات التي تمر خلال الحلقة R التي أنصاف أقطارها  $b + db$  &  $b$  تتعرض لانحراف يقع بين  $(\phi + d\phi)$  &  $\phi$  .

نفرض أن عدد الجسيمات التي تمر خلال وحدة المساحات من المستوى P هي N في الثانية الواحدة .

عدد الجسيمات التي تعبر الحلقة P في الثانية =

$$dN(\phi) = 2\pi b db . N$$

لكن من معادلة (3) .

$$db = K d(\cot 1/2 \phi) = \frac{K d\phi}{2 \sin^2 \phi / 2}$$

∴ عدد جسيمات  $\infty$  التي تستطار بين  $\phi$  ,  $\phi + d\phi$  هي

$$dN(\phi) = -\pi K^2 \frac{N \cos \phi}{\sin^2 \phi / 2} d\phi$$

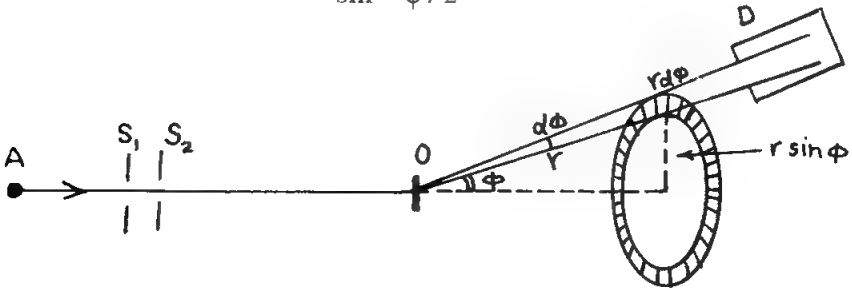
الإشارة السالبة تعنى تناقص dN عند تزايد  $\phi$  هذا بالنسبة لنواة ذرة واحدة .

ولكن إذا اعتبرنا أن t هو سمك شريحة الفلز الذي تستطار عليه الجسيمات ، وأن n

هو عدد الذرات في وحدة الحجم لهذه المادة تكون عدد الذرات في وحدة المساحات عند O

هو nt ويكون العدد الكلى للجسيمات المستطارة على الشريحة في الزاوية  $d\phi$  هو :

$$dN(\phi) = \pi nt N K^2 \frac{\cos \phi / 2}{\sin^3 \phi / 2} d\phi$$



شكل ٥ - ٥



إذا كان عدد الجسيمات المستطارة D على بعد r من الشريحة O ، كما فى شكل (٥-٥) فإن العدد السابق  $N(\phi)$  يتوزع على مساحة الحلقة dA حيث نصف قطرها  $2\pi r \sin \phi$  وسمكها  $r d\phi$

$$\therefore dA = 2\pi r^2 \sin \phi d\phi$$

ويكون عدد الجسيمات فى وحدة المساحات من هذه الحلقة هو :

$$\begin{aligned} N(\phi) &= \frac{dN(\phi)}{dA} \\ &= \frac{\pi n t N K^2 \cos \phi/2}{2\pi r^2 \sin \phi \sin^3 \phi/2} = \\ &= \frac{n t N K^2}{4 r^2 \sin^4 \phi/2} \end{aligned}$$

$$\therefore N(\phi) = \frac{N}{r^2} \cdot n t \cdot 1/4 e^4 \frac{Z^2}{K_{\infty}^2 \sin^4 \phi/2}$$

وقد استبدلنا  $2e = E$  فى المقدار  $\frac{ZeE}{mv^2}$  ووضعنا  $K = 1/2 m v^2$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة الاستطارة لردفورد . وقد وجد أنها تتفق مع التجربة ، مما يثبت صحة النموذج الذى افترضه ردفورد للذرة النووية .

### صعوبات هذا النموذج :

١ - إذا كانت الإلكترونات فى حالة سكون ، فلا يوجد ما يمنع سقوطها إلى داخل النواة بواسطة القوى الكولومية .

٢ - إذا كانت فى حالة حركة دائرية حولها ، فعلى حسب النظريات الكلاسيكية الكهرومغناطيسية فإن الإلكترون يشع من طاقته أثناء الحركة ، وبالتالي تنقص سرعته تدريجياً فيقترب من النواة حلزونياً حتى يسقط بداخلها .

وقد صحح بوهر فى نظريته هذه الصعوبات التى استخدم فيها نظرية الكم لبلانك .

## نظرية بوهر للتركيب الذري :

النتائج الأساسية لنظرية الكم لبلاك هي :

١ - أى متذبذب oscillator يوجد على أحد مستويات كمية Discrete quantum

states each of particular energy value . محالة يحدد كل منها قيمة طاقة معينة .

٢ - يمكن للطاقة أن تمتص أو تنبعث بكميات محددة ، وإن الإشعاع ذا التردد  $f$  يكون

مصحوبا بمقادير من الكم quanta قيمة كل منها  $hf$  ، حيث  $h$  هو ثابت بلانك

$$(h = 6.624 \times 10^{-34} \text{ j . sec})$$

فروض بوهر :

وقد استخدم بوهر النتيجة الثانية لنظرية بلانك وفرض :

١ - أن الإلكترون الذري لا يستطيع أن يتحرك فى أى مسار حول النواة ، ولكنه

يتحرك فى مستويات طاقة أو مسارات معينة .

٢ - لا يفقد الإلكترون أثناء حركته أى جزء من طاقته stationary orbit .

٣ - يمكن للإلكترون أن يقفز من مسار إلى آخر ذى طاقة أقل ، مع انبعاث كم من

$$E_1 - E_2 = h f \text{ المسارين}$$

٤ - فرض بوهر مسارات دائرية للإلكترون . واعتبر أن كمية الحركة الزاوية تخضع

للمبدأ الكمي quantization of the angular momentum .

أى أن :

$$\therefore m v r = \frac{n h}{2 \pi}$$

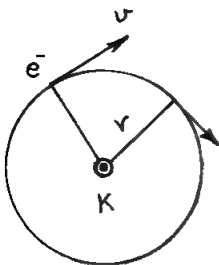
حيث  $r$  نصف قطر المسار  $n$  هو العدد الكمي و  $m$  هي كتلة الإلكترون ،  $v$  سرعته .

### الحالات الكمية للإلكترون فى الذرة

يحدث اتزان حركى للإلكترون حول النواة عندما تتساوى القوة الطاردة المركزية

$$\frac{mv^2}{r} \text{ للخارج مع القوة الجاذبية الكولومية بين شحنة الإلكترون } e \text{ والنواة } Ze \text{ ، شكل}$$

(٦-٥)



شكل (٦-٥)

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{Z e^2}{r^2}$$

وبحذف سرعة الإلكترون  $v$  من المعادلتين السابقتين

نحصل على نصف قطر المسار :

$$r = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m e^2 Z}$$

طاقة الإلكترون الكلية = طاقة حركته + طاقة موضعه

$$- \frac{Z e^2}{r} + \frac{1}{2} m v^2 =$$

$$- \frac{Z e^2}{r} + \frac{1}{2} \frac{Z e^2}{r} =$$

$$\therefore - \frac{1}{2} \frac{Z e^2}{r} = E_n$$

$$E_n = - \frac{2 \pi^2 m e^4 Z^2}{n^2 h^2}$$

تعطى هذه المعادلة مستويات الطاقة المختلفة التي يمكن أن يكون عليها الإلكترون .

بالنسبة لذرة الأيدروجين :  $Z = 1$  نصف قطر المسار الأول  $n = 1$  هو :

$$r_0 = \frac{h^2}{4 \pi^2 m e^2} = 25.27 \times 10^{-9} \text{ cm}$$

أى أن قطر الذرة فى حدود ١ إنجستروم .

### طيف ذرة الأيدروجين :

عندما يقفز إلكترون من مسار خارجى لمسار داخلى تنقص طاقته ، ويظهر الفرق فى

الطاقة على شكل فوتون

$$E_2 - E_1 = h f$$

ويكون تردد خط الطيف الناتج هو :

$$f = \frac{2 \pi^2 m e^4 Z^2}{h^3} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

وبدلالة العدد الموجي :

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{f}$$

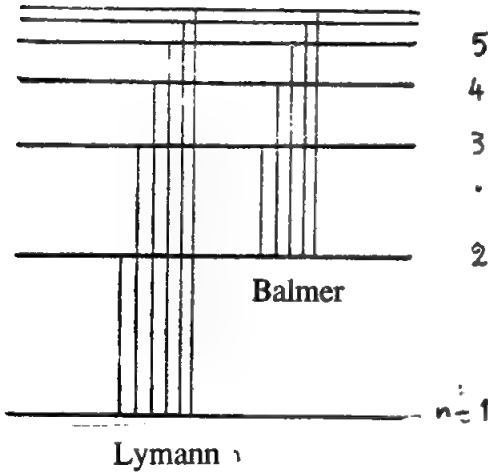
حيث :

$$\bar{f} = R Z^2 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

$$R = \frac{2 \pi^2 m e^4}{c h^3}$$

وتسمى  $R_H$  للأيدروجين بثابت ريديرج ويساوى

$$1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



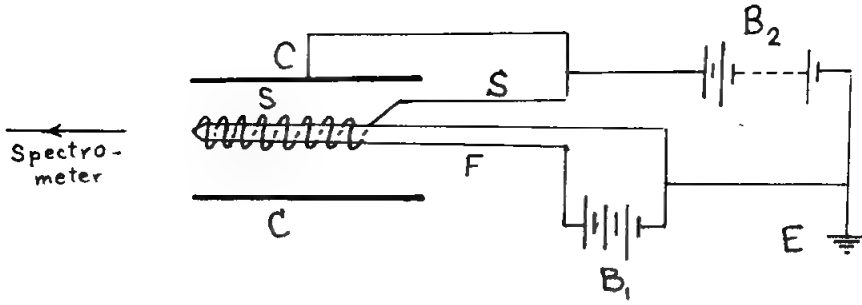
شكل ( ٧-٥ )

Excitation potential

قياس جهد الإثارة :

لقياس جهد الإثارة يستخدم الجهاز المبين بشكل ( ٨ - ٥ ) ويتركب من شبكة

حلزونية S ،



شكل ٥ - ٨

F فتيل يسخن بواسطة بطارية  $B_1$ .

C أسطوانة معدنية تحيط بالشبكة الموضوعة في محورها ويتصلان معا ليكون لهما

نفس الجهد الكهربى .

يوجد داخل الأسطوانة C الغاز تحت الاختبار بضغط مغلغل .

يوضع فرق فى الجهد بواسطة البطارية  $B_2$  بين الأسطوانة والشبكة وبين الفتيل F .

تتسارع الإلكترونات بواسطة جهد الشبكة . وبعد خروجها منها تتحرك فى حيز خال

من أية قوى force free وذلك لتساوى جهد الشبكة والاسطوانة C .

إذا كانت طاقة الإلكترونات كافية لاجداث إثارة لذرات الغاز تخرج فوتونات يمكن

رؤيتها بجهاز اسبكترومتر .

وتجرى التجربة برفع فرق الجهد بين S & F تدريجيا ، مع ملاحظة الرؤية فى

المطياف . نجد أنه عند جهد معين ( جهد الإثارة ) يبدأ انبعاث الفوتونات من الغاز وهذه

تظهر على شكل خط من خطوط الطيف .

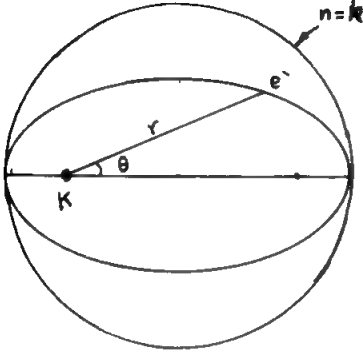
مثال : فى حالة الصوديوم وجد أن جهد الإثارة للخط الأصفر  $2.09 \times 10^{-12}$  فولط ، فتكون

$$\text{طاقة الاثارة لهذا الخط } cV = 2.09 \times 1.6 \times 10^{-12} = 3.34 \times 10^{-12} \text{ ارج}$$

## طاقة الفوتون للخط الأصفر

$$\frac{h c}{\lambda} = h f =$$

$$= 3.36 \times 10^{-12} \text{ ارج}$$



### حركة الإلكترونات في قطع ناقص :

اعتبر سومر فيلد حركة الإلكترونات في قطاعات ناقصة ، كما هو الحال في حركة الكواكب حول الشمس . تكون إحدى بؤرتي القطع هي نواة الذرة K ، انظر شكل ( ٩-٥ )

شكل ( ٩ - ٥ )

للإلكترون في هذه الحالة درجتان من درجات الحرية تمثلان  $r$  ;  $\theta$  بالإحداثيات القطبية . ينتج عن ذلك نوعان من كمية الحركة : ١ - كمية حركة زاوية  $P \theta$  - ٢ - كمية حركة نصف قطرية  $P r$  ، ويوجد عندئذ عدان كميان  $k$  &  $n$  بدلا من عدد واحد كما في نظرية بوهر ذات المسارات الدائرية.

واضح أنه يمكن وجود أكثر من مسار يختلف في قيمة  $k$  ، ولكن له نفس العدد الكمي  $n$  ويصبح المسار دائريا عندما يكون  $n = k$  .

لم يستطع هذا التعديل في نظرية بوهر من تفسير التركيب الدقيق fine structure لأطياف الذرات الثقيلة . ولذلك بدأ التفكير في الميكانيكا الموجية .

## De Broglie Hypothesis

### فرض دي برولي

أدخل دي برولي فكرة الطبيعة المزدوجة للمادة dual nature of matter

فرض أن :

١ - كل جسيم كمية حركته  $p$  ، يكون مصحوبا بموجة طولها  $\lambda$  ، حيث

$$\lambda = \frac{h}{p} , \quad h \text{ هو ثابت بلانك .}$$

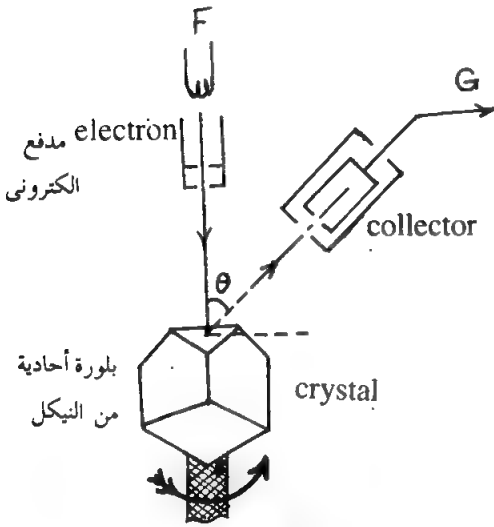
٢ - كلما وجدت موجة طولها  $\lambda$  فإن مربع سعة حركتها square of amplitude

$$\frac{h}{\lambda} = p \text{ يتناسب مع احتمال وجود جسيم له كمية حركة } p$$

وقد أمكن استخدام النظرية الموجية لإثبات هذا الفرض .

## إيجاد طول موجة دي برولى عمليا : Davisson and Germer Expt.

### تجربة دافيسون وجيرمر :



شكل ( ١٠ - ٥ )

درس دافيسون وجيرمر انعكاس

الإلكترونات على بلورة أحادية من النيكل باستخدام الجهاز المبين بشكل ( ١٠ - ٥ ) .

ويتركب من مدفع إلكترونى ، يمكن الحصول منه على إلكترونات ذات سرعة معينة ويمكن التحكم فى قيمتها .

تسقط حزمة الإلكترونات عموديا على المستوى (111) من سطح بلورة من النيكل ، فتشتت الإلكترونات فى جميع الاتجاهات .

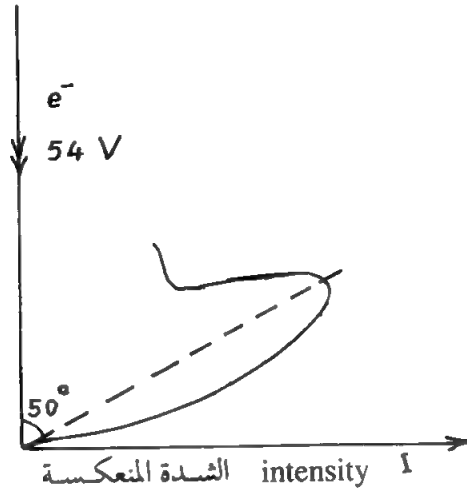
وباستخدام غرفة تأين collector يمكن قياس شدة تيار الإلكترونات المنعكسة فى

الاتجاهات المختلفة حول البلورة . ( ويمكن إدارة البلورة حول محور رأسى ينطبق مع اتجاه الأشعة الساقطة ) .

وبدراسة تغير شدة التيار الإلكتروني المنعكس على البلورة مع الزاوية  $\theta$  بين الشعاع

الوارد والشعاع المنعكس الذى يدخل غرفة التأين ، شكل ( ١١ - ٥ ) وجد انعكاس كبير

بزاوية قدرها  $50^\circ$  عندما كانت الإلكترونات تسقط خلال فرق في الجهد قدره  $54$  فولط بالمدفع الإلكتروني .



شكل ( ١١ - ٥ )

إذا كانت سرعة الإلكترون  $v$  وكتلته  $m$  .

∴ طاقة الإلكترون بسقوطه في فرق جهد  $V$  فولط داخل المدفع الإلكتروني هي :

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

(  $e$  مقاسة بالكولوم )

$$\therefore m v = \sqrt{2 m e V}$$

$$\therefore p = m v$$

كمية الحركة للإلكترون

وبتطبيق فرض دي برولى تكون الموجة المصاحبة للإلكترون هي :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{12.24}{\sqrt{V}} \text{ Å}$$

وفي حالتنا هذه عندما يكون  $V = 54$  تكون :

$$\lambda_c = 1.67 \text{ Å}$$

أما إذا اعتبرنا أن الإلكترونات الساقطة ما هي إلا موجات طولها  $\lambda$  فيمكن تطبيق

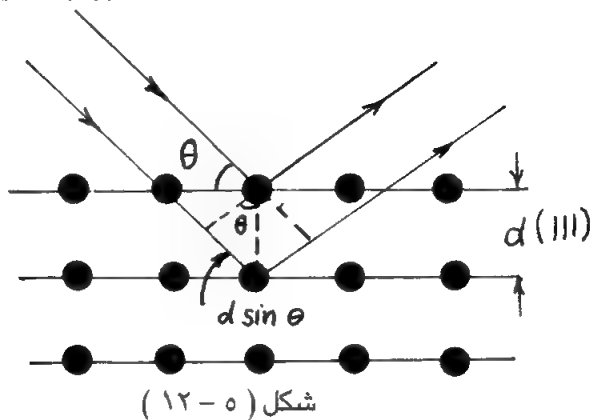
قانون براج باعتبار أن البلورة تمثل محزوز حيود ، انظر شكل ( ١٢ - ٥ )



$$n \lambda_c = d \sin \theta \quad \text{حيث :}$$

وبمعرفة أن  $d$  للنيكل = 2.15 أنجستروم وأن  $\theta = 50^\circ$  بالتجربة فإن طول الموجة مقاسة بطريقة براج هي :

$$\lambda_c = 2.15 \sin 50 = 1.65 \text{ Å}$$



وواضح أن قيمة  $\lambda$  المقاسة بواسطة قانون براج ، أى باعتبار أن الإلكترونات هي أمواج تتفق إلى حد كبير مع طول الموجة كما تحدده معادلة دي بروجي مما يحققها عمليا .

### مشكلة الإثير : Ether

إذا اعتبرنا الجسيمات ( الإلكترونات مثلا ) أمواجا لها طول موجة معينة ، فما هو نوع الوسط الناقل لهذه الأمواج ؟

من المعروف أن سرعة الأمواج  $C$  ترتبط بكثافة الوسط  $d$  ومعامل المرونة الحجمي له  $B$

$$C = \sqrt{B/d}$$

إذا تخيلنا وسطا ما تكون كثافته هي أقل كثافة معروفة لتكن  $(10^{-4} \text{ جم / سم}^3)$  ،

ومعامل مرونته الحجمي أكبر معامل معروف لأي مادة ( لتكن  $10^{12}$  دايين / سم<sup>2</sup> )

مثلا ( فإن سرعة الأمواج في هذا الوسط التخيلي هي :

$$C = \sqrt{10^{12} / 10^{-4}} = 10^8 \text{ cm / sec} .$$

واضح أن هذه السرعة أقل بكثير من قيمة سرعة الضوء المعروفة . وهذا يدل علي أن

وجود مثل هذا الوسط ليس صحيحا .

∴ لا صحة لوجود أى وسط ناقل للأمواج الكهرومغناطيسية وبالرغم من ذلك فإننا سنحاول وضع معادلة موجية ( أسوة بالمعادلات الموجية للصوت حيث يوجد وسط ناقل للموجة ) يمكن بواسطتها وصف حركة تلك الأمواج المصاحبة للجسيمات ، حتى وإن كانت هذه الأمواج ليست أمواجا بالمعنى المفهوم .

فمثلا نعتبر أن الضوء عبارة عن جسيمات أو فوتونات طاقة كل منها  $hf$  فتناسب شدة الضوء فى أى مكان مع كثافة الفوتونات ( عدد الفوتونات فى وحدة الحجم فى ذلك المكان ) .

وتتناسب كثافة الفوتونات مع درجة احتمال وجود الفوتون .  
أى إننا سنهمل وجود وسط يهتز أثناء انتقال الأمواج كما هو الحال فى الذبذبات الميكانيكية ، وبدلا من ذلك نعتبر ما سنسميه أمواج الاحتمال probability waves ، وكلما كانت سعة هذه الأمواج كبيرة كلما كان احتمال وجود الجسم كبيرا .

### مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج Uncertainty principle :

لا يمكن بالتجربة قياس أزواج من المتغيرات مع تحديد الدقة تحديدا لا نهائيا ( غير محدود ) .

مثلا : تحديد مكان جسيم وكمية حركته  $p_x \& x$

تحديد طاقة جسيم فى زمن معين  $E \& t$

تحديد كمية الحركة الزاوية مع الزاوية  $p_\phi \& \phi$

وينص المبدأ على أنه إذا كانت كمية الحركة تتحدد بالمدى  $\Delta p$  ، وكان موضع الجسيم

بتحديد بالمقدار  $\Delta x$  فإن :

$$\Delta p \cdot \Delta x \cong h$$

$$\Delta p \cdot \Delta \phi \cong h$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \cong h \quad \text{وبالمثل :}$$

لتوضيح هذا المبدأ نفرض أننا نريد تحديد بدقة كبيرة موضع إلكترون نستخدم لذلك ميكروسكوب من نوع معين يسقط فوتونات على هذا الإلكترون لتحديد مكانه . وكلما أردنا التحديد بدقة أكبر كلما وجب استخدام أطوال موجة أقصر لهذه الفوتونات أى إننا لنميز مسافات أبعادها  $10^{-9}$  سم يجب استخدام أشعة جاما في هذا الميكروسكوب .

لكى نرى الإلكترون يجب أن يرتد عليه فوتون واحد على الأقل داخل الميكروسكوب . يتصادم هذا الفوتون أصلا مع الإلكترون لكى يرتد وبذلك يعطيه دفعة تغير حتما من سرعته وبالتالي كمية حركته . وكلما أردنا المزيد من الدقة كان علينا استخدام فوتونات أكبر كتلة  $\left( m = \frac{hf}{c^2} \right)$  وبذلك يزداد التغير فى كمية الحركة . أى أن زيادة الدقة فى تحديد المكان  $x$  كانت على حساب الدقة فى تحديد قيمة كمية الحركة  $p$  .

## مسائل علي الباب الخامس

- ١ - جسيم ألفا طاقته  $7.7 \text{ Mev}$  يتجه نحو نواة ذرة رصاص (الوزن الذرى 82).  
أوجد المسافة التى يصل إليها الجسم من النواة قبل ارتداده باعتبار النواة ثابتة .
- ٢ - أوجد طول موجة نيوترون طاقته  $10 \text{ Mev}$  وكتلة النيوترون  
 $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- ٣ - أوجد طول الموجة المصاحبة للإلكترون اكتسب طاقته خلال سقوطه فى فرق جهد قدره  $20 \text{ V}$  .
- ٤ - أثبت أن إلكترون الذرة يوجد خارج النواة وليس دخلها . اعتبر نصف قطر الذرة  $1 \text{ \AA}$  ونصف قطر النواة  $10^{-12} \text{ cm}$  . الطاقة القصوى للإلكترون  $2 \text{ MeV}$  وكتلته  
 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- ٥ - ما هى طاقة حركة إلكترون فى أدنى مستوى للطاقة عند سقوطه فى بئر جهد اتساعه  $5 \times 10^{-9} \text{ cm}$  .
- ٦ - احسب مستويات الطاقة لجسيم كتلته  $0.001 \text{ kg}$  موجود فى بئر جهد مربع اتساعه  $10^{-2} \text{ cm}$  .  
ماذا يجب أن تكون قيمة  $m$  لكى تكون طاقة الحركة  $1 \text{ Joule}$  ؟ وما المسافة التى تفصل  
مستوى الطاقة  $E_n$  &  $E_{n+1}$  ؟
- ٧ - ما هى زاوية السقوط التى تسبب انعكاساً لنيوترونات طاقته  $0.025 \text{ eV}$  عند

سقوطها على سطح بلورة تبعد مستوياتها الذرية عن بعضها  $1.15 \text{ \AA}$  ؟ ( كتلة النيوترون  $1.67 \times 10^{-24} \text{ gm}$  )

٨ - ما هي درجة الدقة التي يمكن بها تحديد سرعة سيارة كتلتها  $1.5 \times 10^2 \text{ kg}$  يتحدد موضع مركز الكتلة لها إلى  $1 \text{ \AA}$

٩ - عمر الإثارة لنواة ذرة هو  $5 \times 10^{-14} \text{ sec}$  ما هو أقل خطأ في قياس طاقتها ؟

## الباب السادس

### معادلة شرودنجر الزمنية : Time dependent Schrodinger equation

لإيجاد معادلة الأمواج المصاحبة لجسيم ما نبدأ أولاً بمعادلة موجة توافقية مستوية plane harmonic matter wave طولها  $\lambda$  وتنتشر في الاتجاه الموجب لـ  $x$  .

معادلة هذه الموجة هي :

$$\Psi = A \sin 2 \pi \left( f t - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \dots (1)$$

حيث  $\Psi$  هي الكمية التي تتذبذب . (وهي الإزاحة في حالة الأمواج الميكانيكية) .

لكن من النظرية الكمية  $E = h f$  ومن فرض دي برولى  $\lambda = \frac{h}{p}$  ، حيث  $E$  طاقة

الجسيم ،  $p$  كمية حركته .

وبالتعويض في المعادلة الموجية نحصل على :

$$\therefore \Psi = A \sin \frac{2 \pi}{h} (E t - p x)$$

إذا كانت  $V$  هي طاقة الموضع للجسيم تكون الطاقة الكلية له .

$$E = \frac{p^2}{2 m} + V \quad \dots (2)$$

بمفاضلة المعادلة (١) لإيجاد المعادلة التفاضلية لـ  $\Psi$  .

١ - بالنسبة إلى  $t$  :

$$\therefore \frac{d\Psi}{d t} = \frac{2 \pi}{h} E A \cos \frac{2 \pi}{h} (E t - p x)$$

٢ - بالنسبة إلى  $x$  :

$$\frac{d\Psi}{d x} = - \frac{2 \pi}{h} p A \cos \frac{2 \pi}{h} (E t - p x)$$

وبالمفاضلة مرة ثانية :

$$\therefore \frac{d\Psi}{dt^2} = - \frac{4\pi^2}{h^2} E^2 A \sin \frac{2\pi}{h} (Et - px)$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = - \frac{4\pi^2}{h^2} p^2 A \sin \frac{2\pi}{h} (Et - px)$$

ومن معادلة (2)  $E = \frac{p^2}{2m} + V$  يمكن وضع المعادلة التفاضلية التي تعطى المعادلة

الموجية على الصورة :

$$\frac{d\Psi}{dt} = a \frac{d^2\Psi}{dx^2} + b V \Psi \quad \dots (3)$$

حل هذه المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية ، والتي تصف الموجة يكون على

الصورة :

$$\Psi = A \sin \frac{2\pi}{h} (Et - px) + B \cos \frac{2\pi}{h} (Et - px) \quad \dots (4)$$

حيث A & B ثابت .

بمفاضلة المعادلة (4) وبالتعويض في معادلة (3)

وبمساواة معاملات حدود الجيب وجيب التمام كل على حدة ، ولذا لتتحقق المعادلة

لجميع قيم t نحصل على :

$$- \frac{2\pi}{h} E B = - a \frac{4\pi^2}{h^2} p^2 A + b V A$$

$$\frac{2\pi}{h} E A = - a \frac{4\pi^2}{h^2} p^2 B + b V B$$

ومنها :

$$E = a \frac{2\pi}{h} \frac{A}{B} p^2 - \frac{bh}{2\pi} \frac{A}{B} V$$

$$E = - a \frac{2\pi}{h} \frac{B}{A} p^2 + \frac{bh}{2\pi} \frac{B}{A} V$$

هذه المعادلات تنطبق على المعادلة (2) إذا كان :

$$a \frac{2\pi}{h} \frac{A}{B} = \frac{1}{2m} ; - \frac{bh}{2\pi} \frac{A}{B} = 1$$

$$- a \frac{2\pi}{h} \frac{B}{A} = \frac{1}{2m} ; \frac{bh}{2\pi} \frac{B}{A} = 1$$

$$A^2 = - B^2 \quad \text{بحذف } a \text{ أو } b \text{ نحصل على :}$$

$$A = \pm i B$$

$$\therefore a = \frac{ih}{4\pi m} \quad \text{وباعتبار } A = -i B \quad \text{نجد أن}$$

$$b = \frac{2\pi}{ih}$$

وتصبح المعادلة الموجية (3)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{ih}{4\pi m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2\pi}{ih} V \Psi$$

$$\therefore - \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = - \frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V \quad \dots (5)$$

وتعرف هذه المعادلة بمعادلة شرودنجر الزمنية في اتجاه واحد . وتجمع هذه المعادلة

للأمواج المادية matter waves خصائص التدفق الحرارى heat flow في الجوامد وخصائص أخرى تشابه انتشار الموجات الميكانيكية ( الصوتية ) في الأوساط المرنة .

### المعنى الطبيعي للدالة $\Psi$ :

تمثل الدالة  $\Psi$  في معادلة شرودنجر تلك الكمية التي تتذبذب في الفراغ ( الابعاد

الثلاثة ) وأيضا على مدى الأزمنة المختلفة . ويجب أن يتحقق ثلاثة شروط لهذه الدالة  $\Psi$  :

$$(i) \iiint_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx dy dz \quad \text{لابد أن يكون التكامل محدودا}$$

$$(ii) \quad \text{يجب أن تكون } \Psi \text{ محدودة وأحادية القيمة}$$



(iii) يجب أن تكون  $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$  ,  $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$  ,  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  دوال متصلة

عندما نعالج تجربة تكون فيها الحالة الجسيمية للمادة هي الأساس ، كما هو الحال في تجارب الاستطارة scattering ، يكون مربع القيمة المطلقة للدالة  $|\Psi|^2$  متناسبا مع عدد الجسيمات التي تعبر وحدة المساحات العمودية على اتجاه حركتها في الثانية الواحدة .  
أما عندما نعالج مثل هذه المشاكل في الضوء ( البصريات ) حيث تكون الطبيعة الموجية للفوتونات هي المطلوبة فإننا نعتبر شدة الضوء ( عدد الفوتونات التي تعبر وحدة المساحات في الثانية ) متناسبة مع  $|\Psi|^2$

### الحالة العيارية : Normalization condition

مربع الدالة  $\Psi$  يعطى درجة احتمال وجود جسيم في مكان معين في لحظة معينة .  
وتعرف كثافة الاحتمال probability density بالمقدار  $|\Psi|^2$  .  
وبدهى أن الاحتمال الكلى لوجود جسيم ما هو الوحدة . أى أن :

$$\iiint |\Psi|^2 dx dy dz = 1$$

حيث يكون التكامل على جميع القيم الممكنة لـ  $x, y, z$  .  
عندما تستوفى الدالة الموجية  $\Psi$  هذا الشرط يقال عنها : إنها حالة عيارية  
normalization condition .

### الحالة العمودية : Orthogonality condition

عندما يتلاشى قيمة التكامل السابق ، أى أن :

$$\iiint |\Psi|^2 dx dy dz = 0$$

يكون الجسيم غير موجود على الإطلاق وتسمى الحالة عندئذ بالحالة العمودية orthogonal .

## معادلة شرودنجر الغير زمنية :

### Time independent Schrodinger equation

عند معالجة الحالات الموقوفة أو الكمية Stationary or quatum states تمثل المعادلة

الموجية والدالة  $\Psi$  حالة موجة موقوفة stationary wave يظهر فيها الزمن فى حد منفصل

separate factor أى أن :

$$\begin{aligned}\Psi &= X(x, y, z) \cdot e^{-i\omega t} \\ &= X(x, y, z) \cdot e^{-2\pi i f t} \\ &= X(x, y, z) \cdot e^{-\frac{2\pi i}{h} \cdot E t}\end{aligned}$$

حيث  $X(x, y, z)$  تمثل السعة الموجية وتتوقف على إحداثيات المكان فقط . بإجراء

التفاضل جزئيا مرة بالنسبة للزمن ومرتين بالنسبة لإحداثيات المكان ، نحصل على :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi}{\partial t} &= -\frac{2\pi i}{h} E e^{-\frac{2\pi i}{h} E t} \cdot X \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} &= e^{-\frac{2\pi i}{h} E t} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} ; \dots \text{etc} \dots\end{aligned}$$

بالتعويض فى معادلة شرودنجر الزمنية ذات البعد الواحد

$$\therefore E e^{-\frac{2\pi i}{h} E t} \cdot X = -\frac{h^2}{8\pi^2 m} e^{-\frac{2\pi i}{h} E t} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + V e^{-\frac{2\pi i}{h} E t} X$$

$$\therefore \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \Psi = 0$$

هذه هي معادلة شرودنجر الغير زمنية للبعد الواحد . أما اذا استخدمنا الأبعاد

الثلاثة x y z تصبح المعادلة :

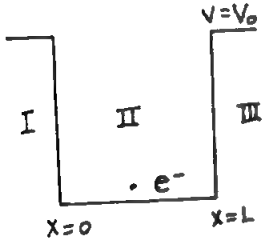
$$\nabla^2 X + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) X = 0$$

حيث  $\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$  ويسمى لابلاس أوبريتور operator

وواضح من هذه المعادلة أنه إذا كانت  $E > V$  تعطى المعادلة حلولاً على شكل دالة الجيب ، أما إذا كانت  $E < V$  فإن الدالة  $\Psi$  تكون على شكل دالة أسية .

### الإلكترون فى بئر جهد قائم : Electron in a square potential well

إذا اعتبرنا الكترون حر يتحرك فى الاتجاه الموجب  $x$  بسرعة ثابتة تكون طاقة موضعه مساوية للصفر حيث لا تؤثر عليه أى قوى خارجية . أما إذا أثرت على الإلكترون قوى تلزمه على الوجود والحركة فى المنطقة بين  $x = L$  &  $x = 0$  داخل بئر جهد [ شكل (٦-١) ] . فإن طاقة الوضع تكون كبيرة وعندئذ يقال أن الإلكترون ساقط فى بئر الجهد potential well ارتفاعه يساوى طاقة الموضع للإلكترون  $V_0$



لحل معادلة شرودنجر فى هذه الحالة نفرض ثلاث مناطق I , II , III كما فى الشكل . شكل (٦ - ١)

داخل المنطقة II يكون الجهد ثابتا . ولكن للتبسيط يمكن اعتبار بدء قياس الجهد ، أى نقطة الأصل ، عند هذا الجهد الإلكترونى .

∴ يكون جهد الإلكترون اعتباريا يساوى صفراً ويكون الجهد عند قمة البئر مساويا لجهد الإلكترون ( يجب أن يساوى الجهد هنا بالقياس المطلق صفراً حيث إن الإلكترون يكون حراً تماماً ، ولا يرتبط إطلاقاً بالقوى الجاذبة ) .

وبهذه الطريقة نضع فى معادلة شرودنجر لهذا الإلكترون  $V = 0$  فتصبح :

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{8 \pi^2 m E}{h^2} \Psi = 0$$

ولهذه المعادلة الحل العام الآتى :

$$\Psi = A \sin \omega x + B \cos \omega x \quad \dots (1)$$

$$\omega^2 = \frac{8 \pi^2 m E}{h^2} \quad \text{حيث } A \text{ \& } B \text{ ثوابت ,}$$

داخل المنطقة I , III يكون الجهد  $V_0$  أكبر كثيرا من  $E$  خاصة فى حالة الآبار العميقة ، لذلك نضع معادلة شرودنجر على الصورة :

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (V_0 - E) \Psi = 0$$

الحل العام للمعادلة يعطى بوال أسية :

$$\therefore \Psi = C e^{-\omega' x} + D e^{\omega' x}$$

حيث  $D \text{ \& } C$  ثوابت ،

$$\omega'^2 = \frac{8 \pi^2 m (V_0 - E)}{h^2}$$

لكن من أحد شروط الدالة  $\Psi$  أن تكون دائما محدودة ، لذلك فبالنسبة للمنطقة I عندما  $x \rightarrow \infty$  فإن الحد  $C e^{-\omega' x}$  يؤول إلى مالا نهاية ، وهذا طبعا غير جائز ، لذلك يجب أن يتلاشى الثابت

$$\therefore C = 0$$

وتكون المعادلة الموجية فى المنطقة I هى :

$$\Psi = D e^{\omega' x} \quad \dots (2)$$

وبالمثل فى المنطقة III عندما  $x \rightarrow \infty$  فإن الحد  $D e^{\omega' x}$  يتلاشى فقط

إذا تلاشت (  $D$  ) أى أن  $D = 0$  . فى هذه الحالة تكون معادلة الموجة فى المنطقة III هى :

$$\Psi = C e^{-\omega' x} \quad \dots (3)$$

أيضا من شروط الدالة  $\Psi$  أن تكون متصلة وكذلك

$$\frac{d \Psi}{dx}$$

∴ عند حدود بئر الجهد  $X = L$  أو  $X = 0$  وباستعمال معادلة (1)

$$\therefore \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{x=L} = A \omega \cos \omega L - B \omega \sin \omega L \quad \dots (4)$$

أما إذا استخدمنا المعادلة (3) للحصول على نفس المقدار :

$$\left( \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{x=L} = -\omega^2 C e^{-\omega L} = -\omega^2 \Psi \quad \dots (5)$$

يجب أن تكون المعادلتان السابقتان (4) ، (5) متطابقتين

إذ أنهما يمثلان نفس القيمة . ولكن إذا ألت  $V_0$  إلى  $\infty$  فإن المعادلة (4) لا تتغير حيث

إن قيمة  $V_0$  لا تظهر في  $\omega$  ، بينما باستخدام المعادلة (5) نجد أن :

$$\left( \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{x=L} \longrightarrow \infty$$

تؤول إلى ما لا نهاية ما لم تؤول  $\Psi$  إلى الصفر . حيث إن :

$$\omega^2 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(V_0 - E)}$$

$$V_0 \longrightarrow \infty \quad \omega^2 \longrightarrow \infty$$

ونتيجة لذلك فإن قيمة  $\Psi$  عند  $x = 0$  أو عند  $x = L$  تقترب من الصفر كلما ازدادت

قربا قيمة  $V_0$  من ما لا نهاية ويكون تغير الدالة  $\Psi$  داخل بئر الجهد خاضعا لدالة الجيب ،

شكل (٦ - ٢)

### قيم الطاقة Eigen values :

يمكن إيجاد مستويات الطاقة في بئر جهد لا نهائي العمق للإلكترون ( $V_0 = \infty$ )

باستخدام المعادلة (1) والتعويض فيها بشروط الحدود . boundary conditions .

$$\Psi = 0 \quad \text{تكون} \quad x = L \quad , \quad x = 0 \quad \text{عند}$$

$$\therefore B = 0 \quad , \quad \sin \omega L = 0$$

$$\Psi = A \sin \omega x + B \cos \omega x$$

$$\text{at } x = 0 \quad \therefore 0 = B$$

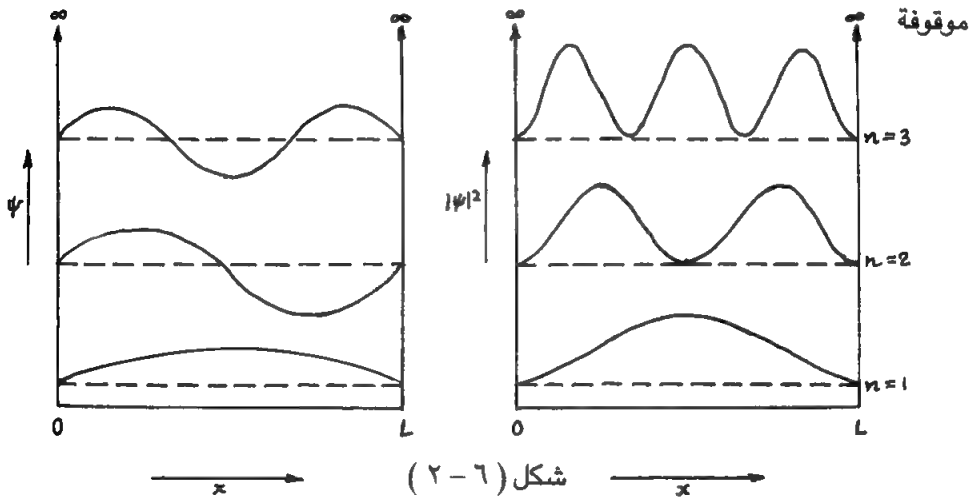
$$\text{at } x = L \quad 0 = A \sin \omega L + 0$$

$$\therefore \omega L = n \pi$$

$$\therefore \frac{n^2 \pi^2}{L^2} = \omega^2 = \frac{8 \pi^2 m E}{h^2}$$

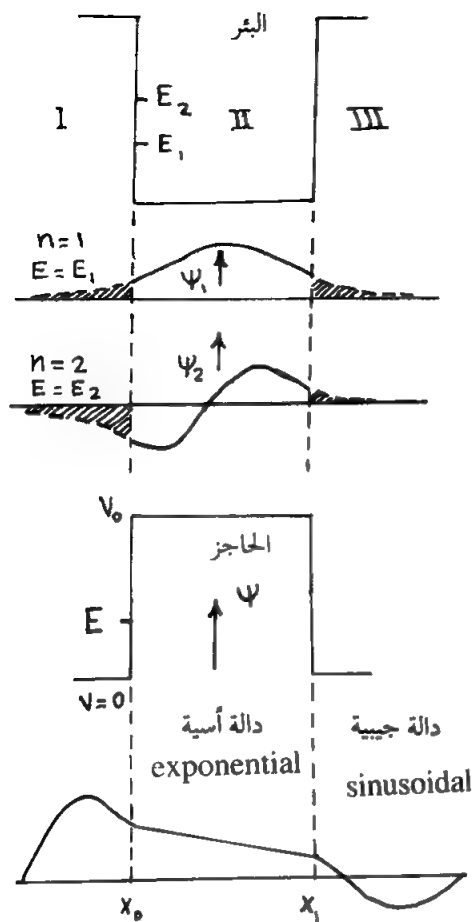
$$\therefore E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

حيث  $n$  هو العدد الكمي وتعطى هذه المعادلة مستويات الطاقة للإلكترون في حالته الموقوفة .  
وجود الاعداد الكمية ومستويات الطاقة المتفرقة discrete energy levels يميز دائما حل  
جميع حالات الجسيمات التي يحدها حيز محدود من الفراغ حيث تكون موجتها المصاحبة



### ظاهرة الأنفاق Tunnel effect

عندما تكون طاقة الموضع للإلكترون  $V_0$  صغيرة أى أنه عندما يكون عمق بئر الجهد صغيرا نجد أننا إذا استخدمنا شروط الحدود boundary conditions لإيجاد الدالة الموجية  $\Psi$  هناك فإن قيمتها لا تتلاشى بل توجد قيم لـ  $\Psi$  داخل كل من المنطقتين I & III تقل حسب دالة أسية ، كلما ازدادت  $x$  سواء في الاتجاه الموجب أو السالب ،



ولما كان  $\Psi$  قيمة حقيقية

داخل حاجزى الجهد Potential

barrier III & I ، لذلك تكون لـ

$|\Psi|^2$  قيمة حقيقية . أى احتمال

حقيقى لوجود الإلكترون خارج بئر

الجهد ، وهذا هو الجديد فى

الموضوع فالنظرية الكلاسيكية لا

تدع أى احتمال لوجود الجسيم

خارج بئر الجهد ، بينما ثبت

بواسطة الميكانيكا الموجية وجود

احتمال لأن يخترق الجسيم حاجز

بئر الجهد ويتواجد فى المنطقة

المحرمة كلاسيكيا ، وتسمى هذه

الظاهرة بظاهرة الانفاق Tunnel

effect

انظر شكل ( ٦ - ٣ )

وتزداد هذه الظاهرة وضوحا كلما نقصت قيمة  $V_0$  شكل (٦-٣)

يمكن إذا للإلكترونات أن تخترق حاجزا سمكه  $(x_1 - x_0)$  وتعرف درجة احتمال

النفاذ transmission probability بأنها النسبة بين  $|\Psi|^2$  مقدرة عند  $x_1$  إلى  $|\Psi|^2$

مقدرة عند البعد  $x_0$  ، وتستخدم ظاهرة الانفاق فى الانبعاث المجالى للإلكترونات من

الجوامد Field - ion microscope فى ميكروسكوب الانبعاث الأيونى المجالى .

## مسائل وتمارين علي الباب السادس

١ - أثبت أن  $\cos 2 \pi (px / h)$  هو حل لمعادلة شرودنجر في بعد واحد .

٢ - احسب احتمال الأنفاق tunneling probability لإلكترون في بئر جهد حيث

$(V_0 - E) = 1 \text{ ev}$  واتساع حاجز الجهد  $1^\circ \text{A}$  وقارن بين هذه القيمة والقيمة المناظرة

لإلكترون ساقط في بئر عمقه  $10 \text{ ev}$  واتساع حاجز جهده  $10^\circ \text{A}$  .

٣ - جسم صغير كتلته  $1 \text{ mg}$  يتحرك بين حائطين المسافة بينهما  $1 \text{ cm}$  أوجد أقل

سرعة للجسم .

٤ - يسقط إلكترون طاقته  $30 \text{ ev}$  على حائل ( بئر جهد ) مربع ارتفاعه  $40 \text{ ev}$  ، ما

احتمال نفاذ tunnel probability للإلكترون في الحاجز إذا كان سمكه  $L$  يساوي  $0.1 \text{ n m}$

،  $1 \text{ n m}$  ،

الحل :

$$U - E = 10 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$T = e^{-2KL}$$

احتمال الأنفاق في الحاجز هو

$$K = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{(h/2\pi)}$$

حيث

وبالتعويض نجد أن الاحتمال يزداد من القيمة  $8.49 \times 10^{-15}$  إلى القيمة  $0.0392$

عندما يقل سمك الحاجز من  $1$  إلى  $0.1$  نانومتر .

٥ - استخدم نموذج جسم ساقط في بئر جهد لحساب مستويات الطاقة لنيوترون

موجود بنواة قطرها  $2 \times 10^{-5} \text{ n m}$  .



هل الفروق بين مستويات الطاقة حقيقية ؟ .

٦ - الدالة الموجية  $\Psi$  لجسيم يتحرك فى بئر جهد ذى بعد واحد هى :

$$\Psi(x) = A \sin(n\pi x/L)$$

استخدم الحالة العيارية normalization condition لإثبات أن الثابت A يعطى

$$A = \sqrt{2/L} \text{ بالمعادلة :}$$

$$\text{normalization condition} \quad \int_0^L |\Psi|^2 dx = 1 \quad \text{الحل :}$$

ثم أجرى التكامل .

٧ - متذبذب توافقى ذى بعد واحد دالته الموجية هى :

$$\Psi = A \times e^{-bx^2}$$

أثبت أن  $\Psi$  تحقق معادلة شرودنجر ثم أوجد الطاقة الكلية E وهل هذه هى الطاقة الأرضية أم طاقة أول مستوى إثارة ؟ .

٨ - جسيم كتلته  $m_0$  موجود فى بئر جهد اتساعه L . إذا كان اتساع البئر صغيرا

فإن الحركة تصير نسبوية وتصبح الطاقة  $E = p^2 / 2 m_0$  غير حقيقية .

أ - أوجد قيم مستويات الطاقة للجسيم فى هذه الحالة .

ب - وإذا كانت  $L = 10^{-12} \text{ m}$  أوجد أقل طاقة حركة .

ج - ما هى نسبة الاختلاف فى الطاقة إذا استخدمنا معادلة الطاقة اللانصبوية ؟

٩ - اشرح نظرية الأنفاق ، وبين كيف تستخدم لتفسير ظاهرة الانبعاث الإلكتروني من

الأقطاب الباردة ، كما فى ميكروسكوب المجال الأيونى ؟

١٠ - إذا كان ثابت القوة في حركة توافقية بسيطة هو  $0.1 \text{ J / m}$  . اوجد التردد ،  
علماً بأن الكتلة المتذبذبة  $1 \text{ kg}$  . ماذا يكون العدد الكمي في هذه الحالة إذا كانت الطاقة  
الكلية هي  $0.1 \text{ J}$  ؟ . وماذا يكون الفرق بين مستويي الطاقة  $(E_{n+1} - E_n)$

١١ - يسقط الكترون طاقته  $5 \text{ ev}$  على حاجز جهد ارتفاعه  $6 \text{ ev}$  وأتساعه  $5^\circ \text{ A}$  .  
أوجد درجة احتمال النفاذ في هذا الحاجز .

١٢ - احسب الفرق بين مستويي الطاقة الأول والأرضي للإلكترون في بئر جهد لا  
نهائي الارتفاع اتساعه

$$(1) \quad 5^\circ \text{ A} \quad (2) \quad 1 \text{ cm}$$

ماذا يكون طول الموجة المصاحبة لعملية الانتقال من المستوى الأول للمستوى الأرضي  
في كل حالة ؟



## الباب السابع

### ذرة الإلكترون الواحد

يتحرك الإلكترون في ذرة الأيدروجين حول النواة في مجال قوة كهربائية  $F$

$$F = - \frac{Z e^2}{r^2} \quad (Z = 1 \text{ for } H_2)$$

إذا كان  $V$  هو جهد الإلكترون

$$\therefore F = - \frac{dV}{dr}$$

$$\therefore dV = - F dr = \frac{e^2}{r^2} dr$$

$$\therefore V = - \frac{e^2}{r}$$

حيث  $r$  هو بعد الإلكترون عن النواة (ويساوى بالإحداثيات المتعامدة  $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ) وتصبح معادلة شرودنجر لإلكترون ذرة الأيدروجين :

$$\nabla^2 \Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E + e^2 (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}) \Psi = 0$$

يعطى حل هذه المعادلة قيمة الدالة الموجية  $\Psi$  بدلالة  $x, y, z$  فى أى مكان

حول النواة . يكون احتمال وجود الإلكترون كبيرا كلما زادت قيمة  $I \Psi I^2$

ويستخدم عادة لحل المعادلة السابقة الإحداثيات القطبية الكرية  $r, \theta, \phi$  Spherical polar

coordinates المبينه شكل (٧ - ١) حيث :

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

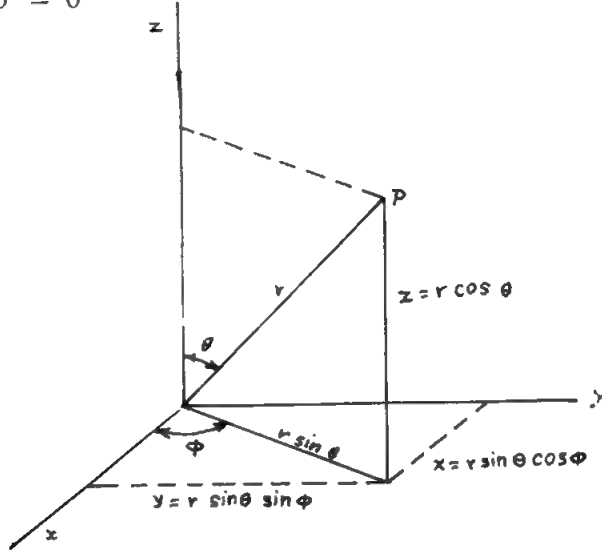
وباستخدام الاحداثيات  $x, y, z$  بالاحداثيات القطبية  $r, \theta, \phi$

فى معادلة شرودنجر نجدها قد انفصلت الى ثلاثة معادلات تفاضلية معتمدة : —

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left( E + \frac{e^2}{r} \right) - \frac{\lambda}{r^2} \right] R = 0 \quad \dots\dots (a)$$

$$\left[ \frac{d^2}{d\theta^2} + \cot \frac{d}{d\theta} + \lambda - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad \dots\dots (b)$$

$$\left[ \frac{d^2}{d\phi^2} + m_l^2 \right] \phi = 0 \quad \dots\dots (c)$$



شكل (٧-١)

حيث  $\lambda$  يسمى Separation parameter عامل الانفصال وحيث الدوال  $\phi \Theta R$

تبين تغير الدالة الموجية في هذه الاتجاهات  $\phi \Theta r$

**أولاً :** حل المعادلة الثالثة (c) سهل ويعطى دالة جيب أو جيب تمام أى :

$$\phi = e^{im_l \phi}$$

ويجب أن يكون  $m_l$  صحيحاً integer وإلا كانت الدالة الموجية  $\phi$  متعددة القيمة .

ويسمى  $m_l$  بالعدد الكمي المغناطيسى .

**ثانياً :** قيم المتغير  $\lambda$  التى لا تعطى حلولاً للمعادلة (b) بحيث تكون الدالة الموجية

$\Theta$  محدودة ومتصلة وأحادية القيمة هي :

$$\lambda = l(l+1)$$

ويكون بذلك عدد المعاملات التى لا تتوقف على بعضها هي  $(2l+1)$

وهذه تناظر القيم المقبولة من العدد الكمي المغناطيسى  $m_l$

ثالثا : حل المعادلة الأولى (a) يشبه حل بئر الجهد القائم .

أى إننا لا نجد قيمة مقبولة للدالة الموجية إلا إذا خضعت طاقة الإلكترون E للمعادلة :

$$E_n = - \frac{2 \pi^2 m e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

وهذه هي نفس معادلة الطاقة التي تحصل عليها بوهر من نظريته الخاصة بالمسارات الإلكترونية .

أى أن الميكانيكا الموجية أعطت نفس مستويات الطاقة الإلكترونية ، ولكن لم يعد العدد الكمي النصف قطري  $n$  ، radial  $q.N$  ، يصف مسار معين ، ولكنه يعبر عن كثافة الاحتمال ( الاحتمال لوحدة الحجم ) لوجود الإلكترونات على أبعاد مختلفة من النواة .

### الدالة الموجية للهيدروجين :

يمكن كتابة الدالة الموجية للهيدروجين التي تصف حالته الأولى

$$\Psi_{1st}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

حيث  $a_0$  هو نصف قطر بوهر ويعطى بالمعادلة

$$a_0 = \frac{(h/2\pi)^2}{mke^2} = 0.0529 \text{ nm}$$

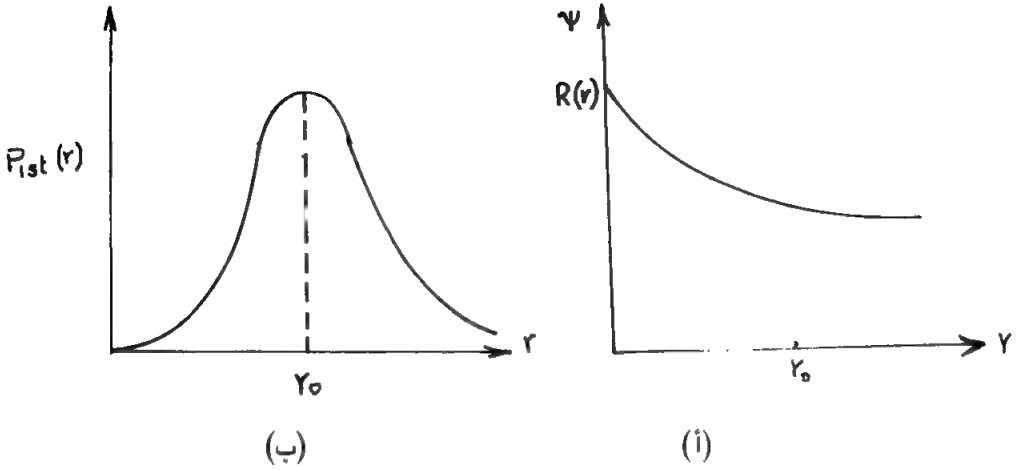
وفى هذه المعادلة  $k$  هو ثابت كولوم ويساوى :

$$k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0}$$

ويلاحظ أن الدالة الموجية  $\Psi_{1st}(r)$  تتناقص مع  $r$  وتقترب قيمتها من الصفر عند البعد  $r = \infty$  كما مبين بشكل ( ٧-١٢ ) .

وتعرف كثافة الاحتمال Probability density بأنها الاحتمال لوحدة الحجم لوجود

الإلكترون فى أى مكان ، وتساوى مربع الدالة الموجية (normalized) أى  $|\Psi_{1st}|^2$  ،



شكل (٧ - ٢)

وعلى ذلك تكون كثافة الاحتمال لوجود الإلكترون في المستوى الأول 1s state هو

$$|\Psi_{1st}|^2 = \left( \frac{1}{\pi a_0^3} \right) e^{-2r/a_0}$$

إذا اعتبرنا الحجم  $dV$  تكون كثافة الاحتمال لوجود الإلكترون فيه هو

$$P(r) dr = |\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 4\pi r^2 dr$$

وذلك باعتبار قشرة حول النواة تبعد مسافة  $r$  من المركز وسمكها  $dr$  أي أن كثافة

الإحتمال في اتجاه نصف القطر  $r$  هي :

$$P(r) = 4\pi r^2 \cdot |\Psi|^2$$

وبالتعويض بدلا عن  $|\Psi|^2$  نحصل على كثافة الاحتمال النصف قطري لذرة

الهيدروجين في حالتها الأرضية

$$P_{1st}(r) = \left( \frac{4r^2}{a_0^3} \right) e^{-2r/a_0}$$

ويبين الشكل (٧ - ٢ ب) تغير  $P_{1st}(r)$  مع  $r$  وقمة المنحنى تبين أكبر احتمال

للبعد  $r$  عند حالة معينة .

**مثال :** أوجد احتمال وجود الإلكترون خارج المسار الأول ليوهر في ذرة الهيدروجين في حالتها الأرضية .

**الحل :** نوجد الاحتمال بإجراء تكامل لكثافة الاحتمال  $P_{1st}(r)$  ابتداء من نصف قطر بوهر  $a_0$  وحتى ما لانهاية .

$$P = \int_{a_0}^{\infty} P_{1st}(r) dr = \frac{4}{a_0^3} \int_{a_0}^{\infty} r^2 e^{-2r/a_0} dr$$

وبتغيير المتغير  $r$  ووضع بدلا منه  $x = \frac{2r}{a_0}$  يكون  $dr = \left(\frac{a_0}{2}\right) dx$  مع مراعاة أن

$x = 2$  عند  $r = a_0$

$$\therefore P = \frac{1}{2} \int_2^{\infty} x^2 e^{-x} dx = -\frac{1}{2} (x^2 + 2x + 2)e^{-x} \Big|_2^{\infty}$$

$$\therefore P = 5e^{-2} = 0.677$$

. أى أن درجة احتمال وجود الإلكترون خارج المدار الأول هي ٦٧٪ .

### الدالة الموجية للمستويات الأعلى من المستوى الأرضي

لكل قيمة من قيم  $n$  أى لكل حل من المعادلة (a) يوجد حل أو أكثر للمعادلة (b)

وتوصف هذه الطول بعدد كمى آخر  $l$  يأخذ القيم

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1) .$$

ويعين هذا العدد مدى تغير الدالة الموجية  $\phi$  مع الزاوية  $\theta$  عند ثبوت  $r$  . فكلما كبرت

قيمة  $l$  تتغير قيمة  $\phi$  بسرعة مع الزاوية  $\theta$  ولذلك فإن احتمال وجود الإلكترون بالقرب من النواة يكون قليلا .

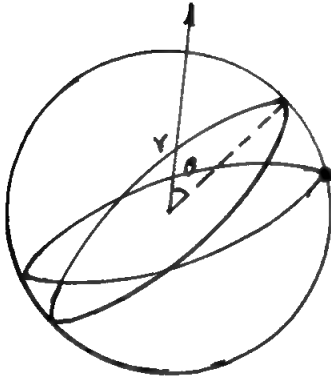
وبالمثل وجد أنه لكل قيمة من قيم  $l$  أى لكل حل من حلول المعادلة يوجد حل أو

أكثر للمعادلة c . وتعطى هذه الطول المختلفة بعدد كمى آخر  $m_l$  يمكن أن تأخذ القيم :



$$m_l = -l, -(l-1), -(l-2), \dots, 1, 0, 1, \dots, l$$

وتصف الدالة الموجية  $\phi$  كيفية تغير الدالة الموجية الكلية بتغير الزاوية  $\phi$   
 $\therefore$  يمكن وصف الحالة الكمية quantum state للاكترون في الذرة بثلاثة أعداد  
 كمية  $n, l, m_l$  ويكون بذلك قد تحدد تماما تغير الدالة الموجية الكلية من نقطة إلى أخرى  
 في الفراغ .



**التعبير الطيفي spectroscopic notation :**

تسمى الحالات الإلكترونية المقابلة للأعداد الكمية :

$$l = 0, 1, 2, 3$$

بالمستويات s, p, d, f على الترتيب .

فمثلا :

$$n=1 ; l=0 \text{ تكافئ } 1s$$

$$n=3 ; l=2 \text{ تكافئ } 3d$$

وهكذا

شكل (٧ - ٣)

**المعنى الطبيعي للأعداد الكمية  $n, l, m_l$  :**

١ - يحدد العدد الكمي  $n$  مستوى الطاقة كما في معادلة بوهر :

$$E_n = - \frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

وتغيير  $l, m_l$  عند ثبوت قيمة  $n$  لا يغير من مستوى طاقة المجموعة ، وإن كان

يسبب تحلل المستوى Degeneracy :

orbital angular -

٢ - يحدد العدد الكمي المداري لكمية الحركة الزاوية  $l$

momentum quantum number

كمية الحركة الزاوية  $L$  لحركة الجسيم حول المركز الجاذب . حيث

$$L = \ell \frac{h}{2\pi}$$

وتأخذ  $\ell$  القيم من 0 إلى  $(n - 1)$  .

٣ - يرتبط العدد الكمي المغناطيسي  $m_\ell$  بمركبة متجه كمية الحركة الزاوية  $L$  على المحور

الرأسي  $z$

∴ مركبة  $L_z$  على الرأسى هى :

$$L_z = m_\ell \cdot \frac{h}{2\pi}$$

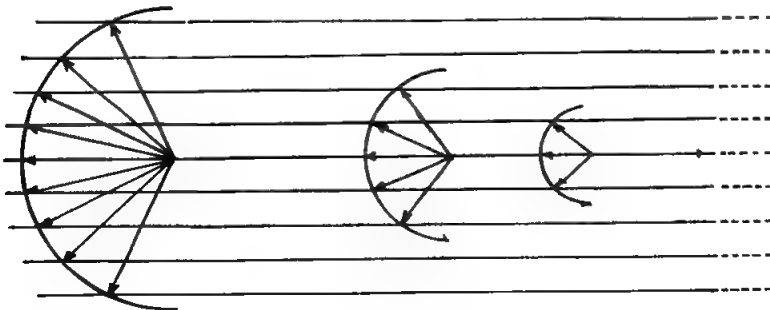
اتجاه متجه كمية الحركة الزاوية :

من حل معادلة شرودنجر نجد أنه عندما تكون قيمة  $\ell = 1$  يمكن لمتجه كمية الحركة

الزاوية  $L$  أن يأخذ ثلاثة أوضاع فى الفراغ تكون مركباتها على محور  $z$  هى :

$$+\frac{h}{2\pi}, 0, -\frac{h}{2\pi}$$

انظر الشكل (٧-٤) .



شكل (٧-٤)

أى أن  $m_l = +1, 0, -1$  .

وهذا يعنى أن لكل  $l$  يوجد  $(2l + 1)$  طريقة لوضع المتجه  $L$  فى الفراغ وهذا

يعنى أن هناك أوضاعاً معينة فقط فى الفراغ يمكن أن يأخذها وهذه الأوضاع هى فقط

التي يكون فيها مسقط  $L$  على الرأسى  $z$  عدداً

صحيحاً  $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

ويسمى ذلك التحديد بكمية الفراغ Space

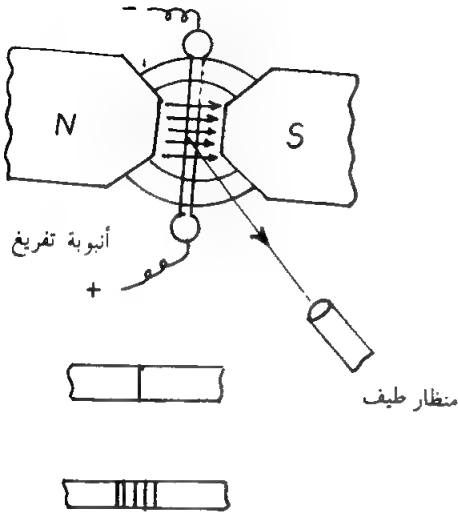
quantization ، وذلك لأن ليس كل اتجاه فى

الفراغ ممكناً للمتجه  $L$  .

وإثبات مبدأ كمية الفراغ نحصل عليه

بدراسة تأثير المجال المغناطيسى على خطوط

الطيف كما فى تأثير زيمان Zeeman's effect



شكل (٧ - ٥)

وضع زيمان أنبوبة تفريغ كهربائى فى مجال مغناطيسى وفحص الضوء بواسطة

مطياف له قوة تفريق كبير شكل (٧ - ٥) وجد أن خطوط الطيف قد انقسمت إلى عدة

خطوط متقاربة كما وجد أن مقدار الانشطار magnitude of splitting يتوقف على

شدة المجال المغناطيسى .

### ولتفسير ظاهرة زيمان Zeeman effect :

نفرض إلكترون سرعته  $v$  يتحرك فى مسار نصف قطره  $r$  ، ويعمل عدد من

الدورات فى الثانية  $= \frac{v}{2\pi r}$  هذه الحركة تكافئ تياراً كهربائياً  $I$  يمر فى اتجاه

مسار الإلكترون .

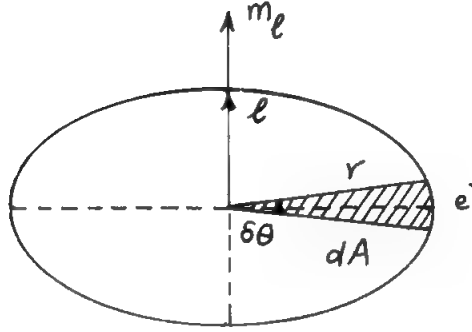
$$\therefore I = \frac{-e v}{2 \pi r c} = \frac{-e}{c T} \quad \left( \frac{v}{2 \pi r} = \frac{1}{T} \right)$$

فيتكون مجال مغنطيسي عمودى على مستوى المسار .

ويمكننا اعتبار وجود مغنطيسى محوره عمودى على مستوى المسار عزمه المغنطيسى

$$M_l = IA \quad \text{و يعطى نفس التأثير . من شكل ( ٧ - ٦ )}$$

تكون مساحة المسار A تساوى :



شكل ( ٧ - ٦ )

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\Theta = \int_0^T \frac{1}{2} r^2 \frac{d\Theta}{dt} dt$$

حيث T هو زمن الدورة فى المسار .

ولكن كمية الحركة الزاوية  $m v r$  تخضع للمبدأ الكمى . أى أن :

$$m v r = m r^2 \dot{\Theta} = \ell \frac{h}{2 \pi}$$

∴ تكون مساحة المسار :

$$A = \int_0^T \frac{\ell h}{4 \pi m} dt = \frac{\ell h}{4 \pi m} \cdot T .$$

ويكون العزم المغنطيسى المصاحب لحركة الإلكترون

$$\overline{M_l} = - \frac{e}{c.T} \cdot \frac{\ell h}{4 \pi m} . T$$

$$\therefore \overrightarrow{M_l} = \frac{-e h}{4 \pi m c} \cdot \vec{\ell} = - B \cdot \vec{\ell}$$

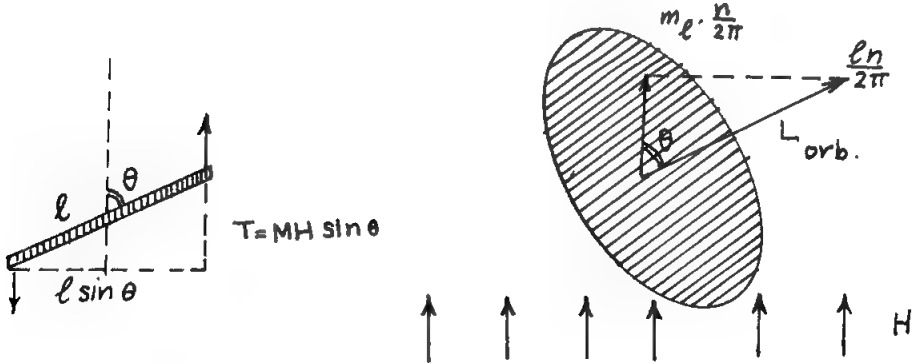
حيث B هو بوهر ماجنتون Bohr magneton ، ويساوى العزم المغنطيسي الناتج عن إلكترون يدور فى المسار الأول لذرة الأيدروجين . (وهو وحدة العزم المغنطيسى ) كمية

$$\text{حركته الزاوية هي } \frac{h}{2 \pi} \quad (B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ amp} / \text{m}^2)$$

ولما كان  $\overrightarrow{M_l}$  كمية متجهة عمودية على مستوى المسار ، ولما كانت  $\vec{B}$  مقداراً ثابتاً لذلك يجب أن يكون  $\vec{\ell}$  كمية متجهة .

### طاقة الموضع المغنطيسية :

عند التأثير بمجال مغناطيسى خارجى يدور مستوى الملف ، وتتوقف طاقة الموضع المغنطيسية على مقدار الميل  $\theta$  بين اتجاه المجال المغنطيسى والعمودى على مستوى الملف .



شكل (٧ - ٧)

إذا كان  $T$  هو الأزواج المؤثر على المغنطيس الجزيئي عندما تؤثر بمجال مغنطيسي

H

يكون :

$$T = MH \sin \theta$$

حيث  $\theta$  هي زاوية الميل مع اتجاه المجال : شكل (  $V = V$  )

إذا حركنا المغنطيس زاوية صغيرة  $\theta$  يتغير الجهد المغنطيسي بمقدار :

$$dV = T d\theta$$

وبفرض أننا بدأنا التأثير بالمجال عندما كان محور المغنطيسي الجزيئي متعامدا مع

المجال ( أى أن مستوى المسار للإلكترون فى اتجاه المجال ) يكون الجهد المغنطيسي لإدارة

محور المغنطيس ليصنع زاوية  $\theta$  مع المجال

$$\begin{aligned} V &= \int_{1/2\pi}^{\theta} T d\theta \\ &= \int_{1/2\pi}^{\theta} MH \sin\theta d\theta = -MH \cos\theta \end{aligned}$$

ولكن

$$\cos\theta = m_l \cdot \frac{h}{2\pi} L (\text{orb.})$$

$$\therefore V = -MH m_l \frac{h}{2\pi} L (\text{orb.})$$

$$= + \frac{eh}{4\pi mc} \cdot H \cdot m_l$$

$$V = B \cdot m_l \cdot H$$

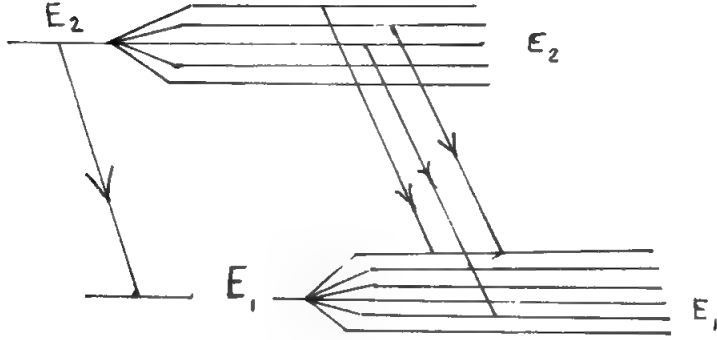
حيث B هو بوهر ماجنتون ،  $m_l$  هو العدد الكمي المغنطيسي ، ولما كانت قيم

$m_l$  أعداداً صحيحة فقط ، يكون التغير فى الجهد المغنطيسي على مراحل ، ولا يكون

التغير متصلاً .

وينتج عن ذلك ما يأتى :

عند التأثير بمجال مغناطيسى خارجى على الإلكترون فى ذرة ما فإن كل مستوى من مستويات الطاقة يتحلل degenerates إلى عدد من المستويات شكل ( ٧ - ٨ ) ، مما يتسبب عنها ظهور عدة خطوط طيفية مكان الخط الواحد الذى كان يميز مستوى الطاقة قبل إدخال المجال المغنطيسى .



شكل ( ٧ - ٨ )

وبالرغم من أن هذه النظرية قد فسرت عددا من خطوط الطيف الدقيقة إلا أنها عجزت عن تفسير الجميع ، ولذلك بدأ التفكير فى حركة الإلكترون مغزليا بالإضافة لحركته المدارية .

### حركة الإلكترون مغزليا Electron spin ( لف الإلكترون )

حسب النظرية الكلاسيكية للكهرومغناطيسية ، إذا أديررت كرة عليها شحنة منتظمة فى حركة مغزلية يكون لها عزم مغنطيسى ، إذ يمكن اعتبارها كأنها مغطاة بتيارات كهربائية ، ويكون لها أيضا كمية حركة زاوية بسبب كمية حركة المجال الكهرمغناطيسى المحيط بها .

وعلى هذا الأساس فرض أو هلمنك وجود حركة مغزلية للإلكترونات ، أما موازية أو

عكس موازية للمجال المغنطيسى . parallel or anti parallel

ويمكن اثبات أن كمية الحركة الزاوية المصاحبة للحركة المغزلية هى :

$$P_{\perp} = S \cdot \frac{h}{2\pi}$$

حيث  $S$  هو العدد الكمي المغزلي ، ويساوى  $\pm 1/2$  ويكون العزم المغناطيسى

المصاحب هو :

$$\frac{eh}{2\pi m c} \cdot S$$

وبإدخال العدد الكمي المغزلي تكون حالة الإلكترون قد عينت تماما بأربعة أعداد كمية

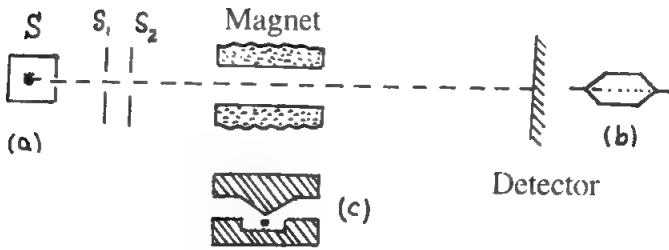
هى  $n, l, m, S$

**تحقيق وجود الحركة المغزلية للإلكترون عمليا :**

**تجربة شتيرن وجيرلاخ Stern & Gerlach**

تمرر حزمة من ذرات الفضة المتعادلة ذات الطاقة الواحدة بين قطبي مغنطيسى قوى

مفروق « diverging » غير منتظم ، شكل ( ٧ - ٩ )



شكل ( ٧ - ٩ )

وقد صممت الأقطاب بحيث تحرف الذرات التى تحتوى على عزم مغنطيسى .

وقد وجد أن عدد من هذه الذرات قد انحرف إلى أعلى ، بينما انحراف الباقي إلى

أسفل ، وظهر الشعاع على حاجز الوميض وكأنه اثنان منفصلان كما وجد أن الإزاحة



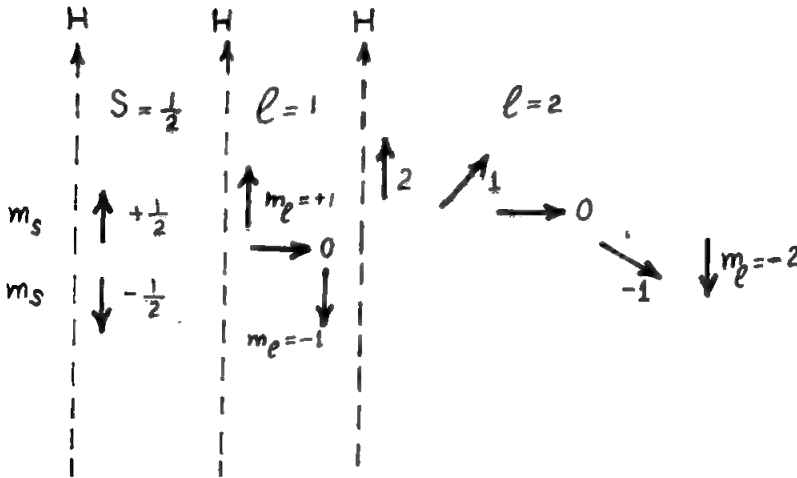
لأعلى تساوى تماما الازاحة لأسفل .

ولما كانت ذرات الفضة هنا متعادلة ، فإن هذا الانحراف قد نشأ عن الإلكترون الوحيد في المسار الخارجى . single - valence electron ، فالتجربة تثبت أن تركيب هذه الإلكترونات ليست واحدة ، بدليل الاختلاف فى اتجاه الانحراف .

وبذلك يؤثر المجال المفرق على الإلكترونات بقوة تعتمد فى اتجاهها على اتجاه الحركة المغزلية للإلكترون ، وبالتالي فهو ينحرف إما إلى أعلى أو إلى أسفل .

وقد أمكن إثبات بالتجربة أن مركبة الحركة الزاوية المغزلية للإلكترون فى اتجاه المجال

هى :



شكل (٧ - ١٠)

$$P_{SH} = S \frac{h}{2\pi} ; S = \pm 1/2$$

ومن نتائج هذه التجربة أيضا إثبات نظرية تكمية الفراغ ( شكل ٧ - ١٠ )

space quantization .

## مبدأ باولى : Pauli exclusion principle :

تعالج جميع الحالات السابقة حالة جسيم واحد فى المجموعة مثلا إلكترون واحد فى مسار حول نواة . ولكن ليست هذه هى الحالة العامة .

فى حالة الذرة متعددة الإلكترونات يعالج كل إلكترون على حدة ، ثم تجمع الحلول للحصول على حل عام . وتكون طاقة الذرة هى مجموع طاقات الإلكترون فى حالاتها المختلفة . ولما كان هناك عدد من الإلكترونات فقد وجد باولى أنه لا يمكن لأكثر من إلكترون واحد أن يكون على حالة كمية واحدة . أى أنه لا يمكن لأى إلكترونين أن يشتركا فى نفس الأعداد الكمية الأربعة  $n, l, m, s$  ، وهذا يعنى أن مستوى الطاقة الأول يشغله الكترونان فقط  $S = \pm 1/2$  ، وإذا وجد أكثر من إلكترونين فى الذرة فإن الثالث يأخذ مكانه فى مستوى الطاقة الأعلى ، وبعد أن يتم شغل هذا المستوى أيضا ننتقل للمستوى التالى وهكذا .

ومن الجدير بالذكر أن مبدأ باولى قد تم اكتشافه قبل تطور ميكانيكا الكم والتى أثبتته فيما بعد .

## الجدول الدورى : Shells and subshells :

### The periodic table :

اعتبر ذرة متعادلة بها عدد  $Z$  من الإلكترونات فى مستويات الطاقة المنخفضة lowest states .

أول إلكترونين يشغلان  $1s$  وهى الحالة الكمية الأولى التى يعرفها

$$(n = 1 ; l = 0 ; m_l = 0 , S = \pm 1/2)$$

وباعتبار مبدأ باولى لا يجوز أن يتواجد فى هذه الحالة أكثر من هذين الإلكترونين . ولكن يمكن للإلكترونات أن توجد على مستويات الطاقة الأعلى .

$$n > 1$$

تكون الإلكترونات التي يكون لها نفس العدد الكمي  $n$  ما يسمى قشرة إلكترونية Shell

تنقسم كل قشرة الكترونية shell إلى تحت قشرات subshells حسب قيمة  $l$

وعدد الإلكترونات التي توجد في كل subshell تحت قشرة هو  $N_l = 2(2l + 1)$

لأن  $m_l$  تأخذ القيم

$$-l, -(l-1), \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$$

وهذه تعطي عدد  $(2l + 1)$  قيما مختلفة لقيم  $m_l$  المختلفة وبما أن في كل حالة قيمة

$s = \pm \frac{1}{2}$ ، لذلك تكون عدد الإلكترونات الكلية في الـ (subshell) تحت صدفة هو

$$2(2l + 1)$$

$$<< S = 2 ; p = 6 ; d = 10 ; f = 14 \dots\dots >>$$

أي أن عدد الإلكترونات الكلي الذي يوجد في القشرة shell هو  $2n^2$

ونحصل على هذه القيمة بتجميع الإلكترونات الموجودة في sub shells تحت

القشرات لجميع قيم  $l$ .

$$\begin{aligned} l &= n-1 \\ \therefore N_n &= \sum_{l=0}^{n-1} N_l \\ &= \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 4 \sum_{l=0}^{n-1} l + 2 \sum_{l=0}^{n-1} 1 \end{aligned}$$

لكن المتسلسلة

$$\sum_{l=0}^{n-1} l = 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1)$$

وبما أن عدد المتسلسلة  $n$  ومتوسط قيمة الحد  $\frac{n-1}{2}$  يكون مجموع المتسلسلة هو

$$\sum_{l=0}^{n-1} l = n \left( \frac{n-1}{2} \right)$$

$$\sum_{l=0}^{n-1} l = n \times 1$$

أيضا

وبالتعويض فى معادلة  $N_n$  نحصل على عدد الإلكترونات الذى يملأ القشرة :

$$\therefore N_n = 4 \frac{n(n-1)}{2} + 2n = 2n^2$$

ويبين الجدول الآتى أعداد الإلكترونات فى مستويات الطاقة المختلفة :

n	l	$m_l$	$m_s$	Number	of electrons
1	0	0	$\dots \pm 1/2$	2	1 $S^2$
2	0	0	$\dots \pm 1/2$	2	2 $S^2$
	1	1	$\dots \pm 1/2$	6	2 $P^6$
		0	$\dots \pm 1/2$		
		-1	$\dots \pm 1/2$		
3	0	0	$\dots \pm 1/2$	2	3 $S^2$
	1	1	$\dots \pm 1/2$	6	3 $P^6$
		0	$\dots \pm 1/2$		
		-1	$\dots \pm 1/2$		
	2	2	$\dots \pm 1/2$	10	3 $d^{10}$
		1	$\dots \pm 1/2$		
		0	$\dots \pm 1/2$		
		-1	$\dots \pm 1/2$		
		-2	$\dots \pm 1/2$		

وبترتيب العناصر حسب أعدادها الذرية ، أى حسب عدد الإلكترونات الموجودة بكل ذرة نحصل على ما يسمى بالجدول الدورى .

إذا بدأنا بالأيديروجين  $Z = 1$  ويشغل الإلكترون الوحيد هنا المستوى الأول  $n = 1$  ويكون رمز الالكترين هو  $1S^1$  ، بالنسبة للهيليوم يوجد الكترونان  $1S^2$  ، ويصبح مستوى الطاقة الأول  $n = 1$  عندئذ مشبعا ، أى لايقبل أى الكترون إضافى ، ويكون شكل الدالة

الموجية  $\Psi$  في هذه الحالة كريا تقريباً ، ولذلك لايقبل الهيليوم الاتحاد مع أى عنصر آخر (inert gas) ولذلك يسمى خاملاً . وكذلك الحال كلما امتلا أحد مستويات الطاقة عن آخرها فإننا نصل إلى عنصر خامل . العنصر الخامل التالى بعد الهيليوم هو النيون ويحتوى على  $(1s^2 + 2s^2 + 2p^6)$  عشرة إلكترونات لكل ذرة . والتالى هو الأرجون ويحتوى ٢٨ ويطلق عادة على الأغلفة الأولى الحروف

K ; L ; M ; N ;

(n = 1) (n = 2) (N = 3) (n - 4)

### الجدول الدورى

	M			L		K	
	3 d $l = 2$	3 P $l = 1$	3 S $l = 0$	2 P $l = 1$	2 S $l = 0$	1 S $l = 0$	
First short period						1	H 1
						2	He 2
					1	2	Li 3
					2	2	Be 4
				1	2	2	B 5
				2	2	2	C 6
				3	2	2	N 7
				4	2	2	O 8
				5	2	2	F 9
				6	2	2	Ne 10
Second short period			1	6	2	2	Na 11
			2				Mg 12
		1	2	Neon core			Al 13
		2	2				Si 14
		3	2				P 15
							S 16
							Cl 17
							A 18

## مسائل علي الباب السابع

١ - أوجد التردد الكلاسيكي للإلكترون يدور في مسار دائري حول بروتون بدلالة نصف قطر المسار .

٢ - عندما يرى خط الصوديوم ( $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ) في اتجاه خطوط مجال مغنطيس شدته ( $10,000 \text{ Oe}$ ) يظهر هناك خطان يفصلها مسافة  $d\lambda$  . أوجد هذه المسافة .

٣ - إذا كان العمر الزمني لذرة مثارة هو  $10^{-8} \text{ s}$  أوجد أقل تردد للفوتون المنبعث منها باستخدام مبدأ عدم التحديد ( اعتبر هذا الزمن هو زمن انبعاث الفوتون ثم أوجد طاقته ومن ثم تردده )

٤ - عندما يتحد الكترون وجسيم الفاء وكلاهما في حالة سكون لتكوين أيون هليوم ينبعث فوتون . أوجد الطاقة التي يحملها هذا الفوتون .

٥ - إذا علم إن ميزون باي ( $\pi$  - meson) له نفس شحنة الإلكترون ولكن كتلته 275 ضعفا . وإذا فرض أن هذا الميزون يكون مع بروتون ذرة تشبه ذرة الهيدروجين . أوجد طاقة المسار ونصف قطره ( $n = 1$ ) .

٦ - إذا علم أن طول موجة الخط الأول لطيف ذرة الهيدروجين في سلسلة بالمر هو  $6563 \text{ \AA}$  وإذا وجد أن الاختلاف في هذا الطول عندما يكون الطيف للهيدروجين الثقيل ( ديوتيريوم ) هو  $1.8 \text{ \AA}$  . أوجد النسبة بين كتلة ذرة الديوتيريوم وذرة الهيدروجين .

٧ - أوجد الأعداد الكمية المصاحبة للحالات الممكنة لذرة الهيدروجين التي تقابل العدد الكمي الرئيسي  $n = 2$ .

٨ - اعتبر الإلكترون له الأعداد الكمية التالية

$$n = 4 ; \quad l = 3 ; \quad m_l = 3$$

أوجد القيمة العددية لكمية الحركة الزاوية المدارية ومركبتها في اتجاه  $z$

٩ - ينشأ الضوء الأصفر للصوديوم من انتقال الإلكترون من المستوى  $3p$  إلى المستوى  $3s$ .

أوجد طول موجة الضوء الناتج إذا علم أن فرق مستوي الطاقة هو

$$E_{3p} - E_{3s} = 2.1 \text{ eV}$$

## الباب الثامن

الذرة متعددة الإلكترونات The many electron atom

نموذج المتجهات للذرة The Vector model

لأي إلكترون يدور حول النواة كمية حركة زاوية  $\frac{\hbar}{2\pi}$  حيث  $l$  كمية متجهة تأخذ القيم  $0, 1, 2, \dots$

وله أيضا كمية حركة زاوية مغزلية  $\frac{\hbar}{2\pi}$  حيث  $S_z = \pm 1/2$  تكون محصلة كمية الحركة الزاوية للمتجهين  $S$  و  $l$  هي :

$$\vec{J} = \vec{l} + \vec{S}$$

$$\therefore J = l \pm 1/2$$

أى إنه لكل قيمة من قيم  $l$  يوجد قيمتان لمحصلة كمية الحركة الزاوية  $J$  . عند وجود مجال مغنطيسى تميل هذه المتجهات بتأثير المجال بحيث تصنع مساقطها على اتجاه المجال ( الأعداد الكمية المغنطيسية  $m_l, m_s$  ) أعدادا صحيحة أو نصف صحيحة integers or half integers

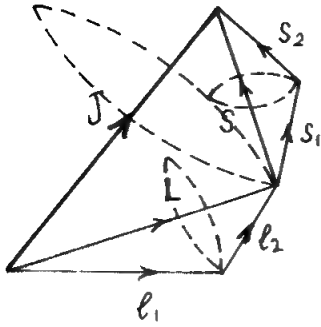
الربط بين الإلكترونات electron coupling :

الفعل البيني للإلكترون فى الذرة متعددة الإلكترونات يحدد صفات التركيب الإلكتروني electron configuration ، وبالتالي يحدد مستويات الطاقة فى الذرة .

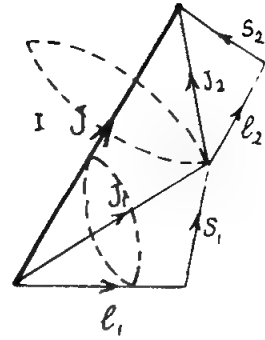
يوجد نوعان من الربط ( طريقتان للربط ) . شكل ( ٨ - ١ )

$$١ - \text{ربط أولا بين متجهات } l \text{ للإلكترونات المختلفة فنحصل على } L = \sum_i l_i$$

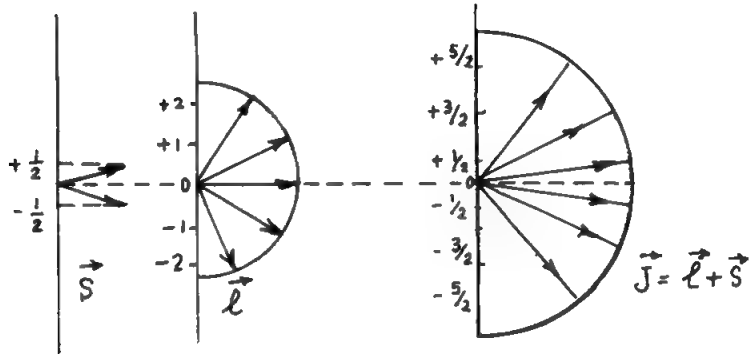




L - S coupling



J - J . coupling



شكل ( ٨ - ١ )

$$S = \sum_i S_i$$

وبالمثل بالنسبة للمتجهات s فتكون المحصلة

فإذا حصلنا S & L نحصل على المتجهة J حيث :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

ويسمى هذا الربط بربط L - S

٢- إذا حصلنا متجهات  $\vec{l}$  ,  $\vec{s}$  لكل إلكترون على حدة لنحصل على :

$$\vec{j}_1 = \vec{l}_1 + \vec{s}_1 \quad ; \quad \vec{j}_2 = \vec{l}_2 + \vec{s}_2 \quad \dots$$

ثم نحصل المتجهات  $\vec{J}$  لجميع الإلكترونات حيث تسمى هذه الطريقة بـ « Russels -

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i$$

« Saunders coupling

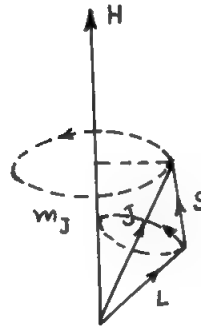
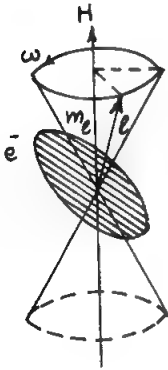
وتوجد طرق أخرى لتحصيل هذه المتجهات ولكن الطريقة الأكثر استعمالاً هي طريقة جمع المتجهات S & L .

**حركة إلكترون الذرة في مجال مغنطيسي : Larmor precession :**  
إذا أثّرنا بمجال مغنطيسي على ذرة ما فإن محاور حركة الإلكترونات تدور حول المجال بسرعة زاوية  $\omega_L$  تساوى حسب النظرية الكهرمغنطيسية :

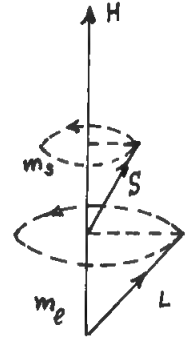
$$\omega_L = \frac{e H}{2 m c}$$

حيث  $e$  شحنة الإلكترون  $m$  كتلته ،  $c$  سرعة الضوء . ويكون تردد لارمور :

$$f_L = \frac{e H}{4 \pi m c}$$



مجال ضعيف



مجال قوى

شكل ( ٨ - ٢ )

نعتبر الان ثلاث حالات : [ انظر شكل ( ٨ - ٢ ) ]

أ - في ذرة معزولة يكون المتجه  $L$  ثابت الاتجاه والمقدار ، ولكن يدور كل من  $S$  حول المتجه  $L$  وذلك بسبب المجال المغنطيسي الذاتي لحركة الإلكترون ، والذي يسبب ذلك هو الفعل البيني المغزلى المدارى spin - orbit interaction

### ب - فى وجود مجال مغنطيسى ضعيف :

تستمر حركة  $L$  ,  $S$  حول  $J$  ولكن يدور المتجه  $J$  أيضا حول اتجاه المجال المغنطيسى  $H$  ويوصف عادة الإلكترون فى هذه الحالة بالأعداد الكمية الآتية :  $m_j, j, l, n$  .

### ج - فى وجود مجال مغنطيسى قوى :

يتلاشى نسبيا أو يتضاعل تأثير الفعل البينى المغزلى المدارى فى وجود مغنطيسى قوى ، إذ يكون عندئذ مجال الإلكترون الذاتى صغير جدا نسبيا . ولذلك فإن المتجه  $J$  ( محصلة  $L$  ,  $S$  ) يكون غير قائما ، ويدور كل من  $L$  ,  $S$  على انفراد حول المجال  $H$  .  
وتوصف حالة الإلكترون عندئذ بالأعداد الكمية  $m_s, m_l, l, n$  .

### تأثير المجال المغنطيسى على مستويات الطاقة فى الذرة :

نعتبر أولا إلكتروناً واحداً ممن فى الذرة . حركته المدارية تكسبه عزم مغنطيسى  $m_l$  ويكافئ فى تأثيره مغنطيس يتعامد محوره مع مستوى المدار للإلكترون :

$$M_l = I \cdot A = - \frac{ev}{2\pi rc} \cdot \pi r^2$$

$$= - \frac{evr}{2c}$$

لِلإلكترون أيضا كمية حركة زاوية .

$$P_l = m v r$$

وبحذف السرعة  $v$  من المعادلتين السابقتين نحصل على :

$$\therefore \vec{M}_l = - \frac{e}{2mc} \cdot \vec{P}_l$$

حيث يكون المتجهان  $\vec{M}_l$  ,  $\vec{P}_l$  متعاكسين اتجاهها لأن الإلكترون شحنة سالبة .

عندما ندخل فى الاعتبار الحركة المغزلية للإلكترون نجد حسب النظرية الكهرمغنطيسية

عزما مغنطيسى  $M_s$  مصاحبا لهذه الحركة المغزلية كذلك كمية حركة زاوية  $P_s$  ويمكن إثبات

أن

$$\vec{M}_S = - \frac{e}{mc} \vec{P}_S$$

ويلاحظ هنا أن النظرية تعطى عزما مغنطيسيا للحركة المغزلية يعادل ضعف العزم المغنطيسى الناشئ عن الحركة المدارية نفرض أننا أثّرنا بمجال مغنطيسى H فى اتجاه Z مثلا تكون مركبتا  $P_S$  ،  $P_L$  فى اتجاه المجال هما  $P_{SH}$  ،  $P_{LH}$  ويكون متوسط العزم المغنطيسى فى اتجاه المجال هو :

$$M = - \frac{e}{2mc} (P_{LH} + 2 P_{SH})$$

عندما يكون هناك عدد كبير من الإلكترونات فى الذرة الواحدة يكون هذا العزم المتوسط فى اتجاه H هو :

$$\vec{M} = - \frac{e}{2mc} \left( \sum P_{LH} + 2 \sum P_{SH} \right)$$

إذا كان هذا العزم المتوسط فى اتجاه المجال المغنطيسى فإن الذرة تكون بارامغنطيسية paramagnetic .

إذا كانت الحركة المغزلية الإلكترونية فى الذرات المختلفة فى المادة تترتب متراصة فى اتجاه المجال المغنطيسى كانت هذه المادة فيرومغنطيسية Ferro-magnetic .

### نظرية الطاقة المغنطيسية : Theory of magnetic energy

عند التأثير بمجال مغنطيسى H على مغنطيس عزمه M يكون للمغنطيس طاقة موضع تساوى  $MH \cos \theta$  - حيث  $\theta$  هى الزاوية بين M ، H فى حالة ذرة متعددة الإلكترونات يكون التغير فى مستوى الطاقة الذرية الناشئ عن المجال المغنطيسى هو :

$$\Delta E_H = - \vec{M} \cdot \vec{H}$$

$$\vec{M} = M \cos \theta$$

حيث

وتساوى مركبة العزم المغنطيسى فى اتجاه H

$$\therefore \Delta E_H = \frac{eH}{2mc} \sum (P_{LH} + 2 P_{SH})$$

عندما يكون المجال قويا تتعرف حالة الإلكترونات بالأعداد الكمية  $m_l$  ,  $m_s$  ,  $n$  وتكون مركبتا كمية الحركة الزاوية المدارية والمغزلية  $P_{SH}$  ,  $P_{LH}$  على الترتيب فى اتجاه المجال هما:

$$P_{LH} = m_l \cdot \frac{h}{2\pi}$$

$$P_{SH} = m_s \cdot \frac{h}{2\pi}$$

ويكون عندئذ التغير فى الطاقة المغنطيسية هو :

$$\Delta E_H = \frac{eh}{4\pi mc} \Sigma (m_l + 2 m_s) \cdot H$$

ويتم الجمع  $\Sigma$  على جميع إلكترونات الذرة .

إذا كان مستوى الطاقة هو  $E_n$  قبل التأثير بالمجال ، ثم أصبح  $E_H$  بعد المجال فإن :

$$\Delta E = E_H - E_n$$

$$\therefore E_H = E_n + \frac{eh}{4\pi mc} \Sigma (m_l + 2 m_s) \cdot H$$

ولما كان تغير  $(m_l + 2 m_s)$  دائما بأعداد صحيحة integral ، لذلك فإن كل

مستوى أصلى واحد للطاقة الإلكترونية  $E_n$  ينقسم إلى عدد من المستويات  $E_H$  تميزها القيم

الصحيحة  $m_l + 2 m_s$  ، والتي تأخذ القيم من  $(l + 1)$  عندما تكون

$m_s = + 1/2$  &  $m_l = 1$  إلى  $(l + 1)$  - عندما تكون  $m_l = - 1$  &  $m_s = - 1/2$  . وتبعد عن

بعضها بمقادير متساوية من الطاقة equally spaced . الفرق بين أى مستويين متتاليين هو

$$H = B \cdot H = \frac{eh}{4 \pi mc} \cdot H$$

أى حاصل ضرب بوهر ماجنتون في شدة المجال المغنطيسى .

في حالة مغنطيسي قوى « تأثير زيمان المعتاد » :

إذا اعتبرنا مستويين من الطاقة  $E_2$  ،  $E_1$  يميزهما  $n = 2$  ،  $n = 1$  يكون تردد خط

$$\nu_0 = (E_2 - E_1 / h)$$

الطيف بينما هو :

انظر شكل ( ٨ - ٣ )

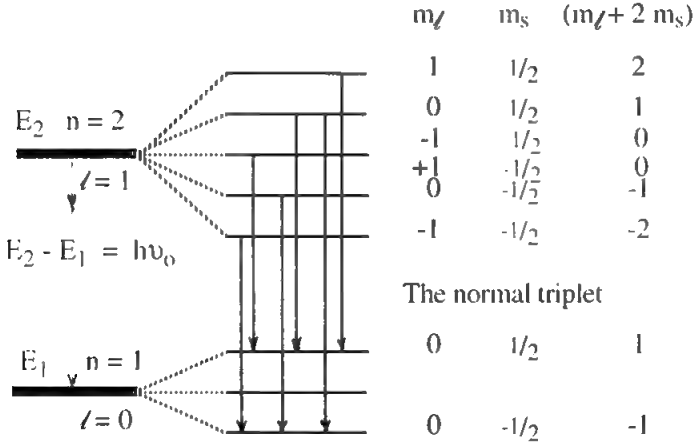
وعند التأثير بالمجال المغنطيسي يكون :

$$E_2' - E_1' = (E_2 - E_1) + \frac{eh}{4\pi mc} (m_l + 2 m_s) H$$

$$\Delta m_l = m_l^* - m_l \text{ \& } \Delta m_s = m_s^* - m_s \quad \text{حيث :}$$

( النجمة هنا تعنى وجود المجال المغنطيسي )

$$\therefore h\nu' = h\nu + \frac{eh}{4\pi mc} (\Delta m_l + 2 \Delta m_s) \cdot H$$



شكل ( ٨ - ٣ )

$$\therefore \nu' = \nu + \frac{eH}{4\pi mc} (\Delta m_l + 2 \Delta m_s)$$

وتعطى قاعدة الاختيار selection rule الشرط اللازم ، لكى يقفز الإلكترون من المستوى المرتفع للمنخفض وهذه هى : -

$$\Delta \ell = \pm 1 , \Delta (m_\ell) = \pm 1 \text{ or } 0 ; \Delta m_s = 0$$

∴ الترددات الممكنة عند وجود المجال هى :

$$(i) \Delta M = 0 \quad \therefore \nu^1 = \nu$$

$$(ii) \Delta M = -1 \quad \therefore \nu^1 = \nu + \frac{eH}{4\pi mc}$$

$$(iii) \Delta M = +1 \quad \therefore \nu^1 = \nu - \frac{eH}{4\pi mc}$$

وهذا يدل على أن الخط الواحد  $\nu$  قد انقسم إلى ثلاثة تسمى بالثلاثى المعتاد Normal triplet ، وهذا يفسر تأثير زيمان المعتاد Normal Zeeman effect فى حالة المجالات القوية .

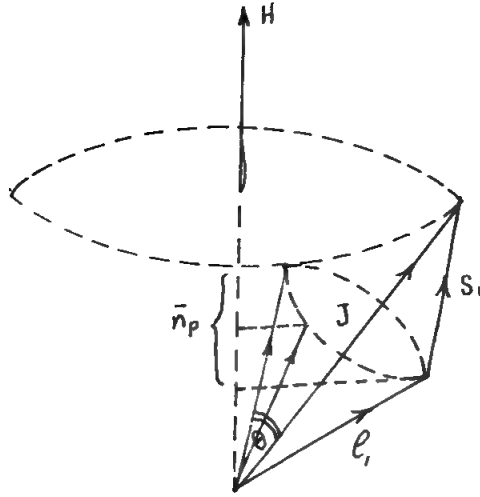
### أثير زيمان الشاذ :

أما فى حالة المجالات الضعيفة ، فقد وجد أن الخط الواحد ينقسم إلى عدد أكبر من الخطوط ، وسمى هذا بتأثير زيمان الشاذ Anomalous Zeeman's effect .

فى حالة المجال المغنطيسى الضعيف يستمر الفعل البينى المدارى المغزلى ، ويكون العدد الكمى  $J$  مناسباً  $spn - obit$  interaction للإستعمال فى هذه الحالة . شكل (٨-٤)

تحدد الطاقة المغنطيسية بالقيم المتوسطة لكميات الحركة الزاوية المدارية والمغزلية فى اتجاه المجال المغنطيسى . مركبات المتجهات  $(S, \ell)$  لكل إلكترون فى اتجاه عمودى على المحصلة  $J$  تتلاشى ، حيث إن الشكل من  $\ell$  ،  $S$  يدور حول  $J$  بالفعل البينى اللف المدارى .

∴ مركبات  $\ell$  ،  $S$  فى اتجاه  $J$  هى التى يكون لها التأثير فقط ، وتعطى مركبات هذه المركبات فى اتجاه المجال  $H$  القيم المتوسطة لمركبات كمية الحركة الزاوية الالكترونية فى اتجاه المجال المغنطيسى .



شكل ٨ - ٤

إذا كان  $M$  هو العدد الكمي الكلي المغنطيسي Total magnetic quantum number

وهو يتناسب مع  $\cos \theta$  حيث  $\theta$  هي الزاوية بين اتجاه المحصلة  $J$  مع المجال  $H$  فإن :

$$\bar{P}_{/H} = g_1 M \frac{h}{2\pi}$$

$$\bar{P}_{SH} = g_2 M \frac{h}{2\pi}$$

حيث  $g_1$   $g_2$  هي مقادير ثابتة ( ثوابت التناسب ) ولا تتوقف على قيمة  $M$  . وبالتجميع

على كل الكترونات الذرة فإن :

$$\Sigma \bar{P}_{/H} + 2 \Sigma \bar{P}_{SH} = g M \frac{h}{2\pi}$$

$$g = \Sigma g_1 + \Sigma g_2 \quad \text{حيث :}$$

وبذلك نحصل على طاقة مستوى معين ،  $J$  مثلاً

$$E_{HJ} = E_{OJ} + \frac{eh}{4\pi mc} g MH$$

حيث  $E_{HJ}$  .  $E_{OJ}$  هما طاقتا المستوى  $J$  فى وجود وفى عدم وجود المجال  $H$  على

الترتيب .

من المعادلة السابقة يظهر أنه فى حالة التأثير بمجال مغنطيسى ضعيف ينقسم

مستوى الطاقة  $J$  إلى عدد من المستويات تفصل بينهما قيم متساوية من الطاقة . ويتوقف



العدد على القيم المختلفة التي تأخذها M .

وقيمة المعامل g تتغير مع تغير المستوى J ويسمى g بمعامل لاندى للانقسام Landé

, splitting facor

إذا اعتبرنا مستويين للطاقة  $J_1, J_2$  فإن :

$$E_{HJ1} = E_{OJ1} + \frac{eh}{4\pi mc} H g_1 M_1$$

$$E_{HJ2} = E_{OJ2} + \frac{eh}{4\pi mc} H g_2 M_2$$

وبالطرح وبالقسمة على hc لإيجاد الأعداد الموجية :

$$\frac{1}{hc} (E_{HJ2} - E_{HJ1}) = \frac{1}{hc} (E_{OJ2} - E_{OJ1}) + \frac{eh}{4\pi mc^2} (g_2 M_2 - g_1 M_1)$$

or

$$\nu = \nu_0 + (g_2 M_2 - g_1 M_1) \cdot L$$

$$\text{حيث } L \text{ تساوى } \frac{eh}{4\pi mc^2}$$

وتعطى المعادلة السابقة جميع خطوط زيمان للمستويين  $J_1, J_2$  عند وجود مجال

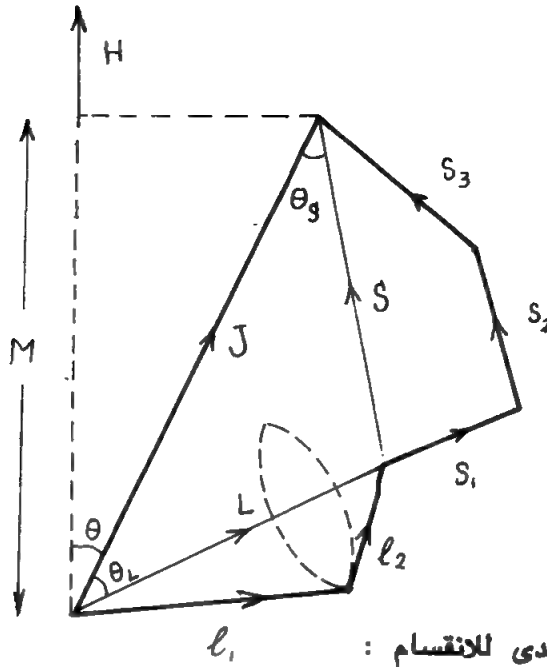
مغناطيسي ضعيف . ويلاحظ أن  $M_1$  تأخذ القيم من  $J_2 + 1$  إلى  $J_2 - 1$  وتأخذ  $M_2$  من  $J_1 + 1$

إلى  $J_1 - 1$

. ويخضع المقدار بين القوسين  $(g_2 M_2 - g_1 M_1)$  إلى قاعدة الاختيار Selection

. rule

$$\Delta M = M_2 - M_1 \\ = 0 \text{ or } 1$$



شكل ( ٨ - ٥ )

حساب معامل لاندى للانقسام :

اعتبر رابطة LS فى مجال مغنطيسى ضعيف . يبين شكل ( ٨ - ٥ ) حالة ذرة ذات

٣ إلكترونات حيث  $l_3 = 0$

يتوقف أطوال مساقط المتجهات  $s, l$  فى اتجاه المجال المغنطيسى H على شدة

المجال.

المركبات العمودية على L الكل من  $(l_1, l_2)$  تتلاشى عند تجميعها فى جميع

الأوضاع.

مجموع مساقط المتجهات  $l$  فى اتجاه المجال H هى نفسها مسقط المتجه L فى اتجاه

H أى أن :

$$\Sigma l_H = L \cos \theta_L \cos \theta$$

حيث  $\theta_L$  هى الزاوية بين  $(J, L)$

$\theta$  هى الزاوية بين  $(J, H)$

بالمثل بالنسبة للمتجهات S

$$\Sigma S_H = S \cos \theta_S \cos \theta$$

حيث  $\theta_S$  هى الزاوية بين  $(J, S)$

من هندسة الشكل :

$$M = J \cos \theta$$

$$S^2 = J^2 + L^2 - 2 LJ \cos \theta_L$$

$$L^2 = J^2 + S^2 - 2 JS \cos \theta_S$$

$$\Sigma \ell_H = \frac{M}{2 J^2} (J^2 + L^2 - S^2)$$

$$\Sigma S_H = \frac{M}{2 J^2} (J^2 + S^2 - L^2)$$

ونظرا لأن نموذج المتجهات للذرة يمثل بشكل ما كميات الحركة الزاوية ، لذلك تكون مركبات كمية الحركة الزاوية المدارية والمغزلية فى اتجاه H هى :

$$\Sigma P_{\ell_H} = \frac{h}{2 \pi} \Sigma \ell_H$$

$$\Sigma P_{S_H} = \frac{h}{2 \pi} \Sigma S_H$$

وباستبدال الأعداد الكمية  $J^2$  ،  $L^2$  ،  $S^2$  بالمقادير  $J(J+1)$  ،  $L(L+1)$  ،  $S(S+1)$

(  $S+1$  ) كما أثبتت النظرية الكمية ، نجد أن

$$\begin{aligned} \Sigma P_{\ell_H} + 2 \Sigma P_{S_H} &= \frac{Mh}{4 \pi J(J+1)} [(3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1))] \\ &= \frac{Mh}{2 \pi} \left[ \left( 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right) \right] \\ &= g \frac{Mh}{2 \pi} \end{aligned}$$

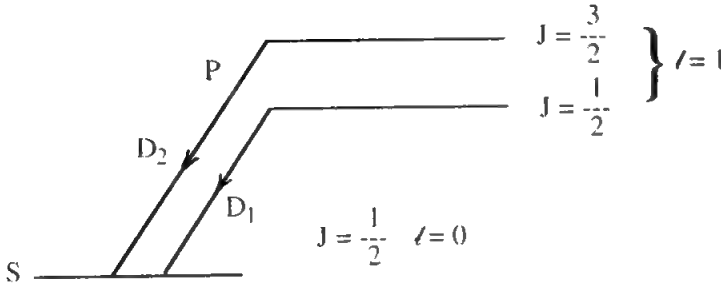
حيث g هو ثابت لاندى للانقسام ويعطى بالمقدار :

$$\begin{aligned} g &= \left[ \left( 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right) \right] \\ &= 3/2 + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \end{aligned}$$

### حساب تأثير زيمان الشاذ لخطى الصوديوم :

يظهر في طيف الصوديوم خطان  $D_1$  ،  $D_2$  في اللون الأصفر  $5890$  ،  $5896 \text{ \AA}$

A وقد أظهر التحليل الطيفي أنهما ناشئان عن انتقال الإلكترون من p - state حيث الأعداد الكمية الداخلية هي  $J = 3/2$  ،  $J = 1/2$  ،  $l = 1$  إلى الحالة S ( S - state ) حيث الأعداد الكمية هي  $l = 0$  ،  $j = 1/2$  ( كما في شكل ٨ - ٦ )



شكل ( ٨ - ٦ )

أولا نحسب قيم  $g$  لكل من المستويات الثلاثة :

$$g_1 = 2 \quad \therefore j = 1/2 , l = 0 \quad - ١$$

$$j = 1/2 , l = 1 \quad - ٢$$

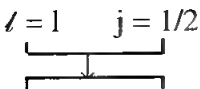
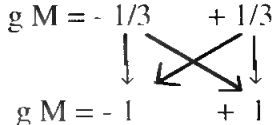
$$g_2 = 3/2 + \frac{1/2 \times 3/2 - 1 \times 2}{2 \times 1/2 \times 3/2}$$

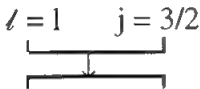
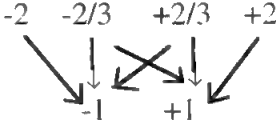
$$\therefore g_2 = 2/3$$

$$\therefore g_3 = 4/3 \quad j = 3/2 , l = 1 \quad - ٣$$

لإيجاد مواضع خطوط الطيف الجديدة في مجال مغنطيسي ضعيف نكون جدولاً كما

يأتى :

D <sub>1</sub> transition	g = factor	M = - 1/2   M = + 1/2
$l = 1 \quad j = 1/2$  $l = 0 \quad j = 1/2$	$g_2 = 2/3$  $g_1 = 2$	$g M = - 1/3 \quad + 1/3$  $g M = - 1 \quad + 1$

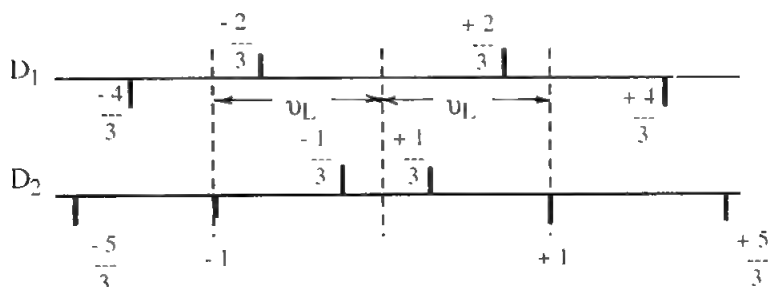
D <sub>2</sub> transition	g = factor	-3/2   -1/2   1/2   3/2
$l = 1 \quad j = 3/2$  $l = 1 \quad j = 1/2$	$g_3 = 4/3$  $g_1 = 2$	$-2 \quad -2/3 \quad +2/3 \quad +2$  $-1 \quad +1$

شكل ( ٧ - ٨ )

$$\Delta M = 1$$

selection rules

$$\Delta M = \pm 0$$



شكل ( ٨ - ٨ )

ويبين شكل ( ٨ - ٨ ) انقسام خطى طيف الصوديوم فى مجال مغنطيسى ضعيف .

# الجزء الثالث

## الباب التاسع

### فيزياء الجوامد Solid-State Physics

#### ٩ - ١ مقدمة :

تتركب المادة فى حالاتها المعروفة غازية ، سائلة ، صلبة من ذرات وجزيئات دائمة الحركة ، ويربط بينها قوى تكون صغيرة جدا فى حالة الغازات ، وتكون أكبر فى حالة السوائل بينما هى فى الأجسام الصلبة قوى كبيرة جدا ، تحفظ للجسم شكله وحجمه . ونظرا لصغر هذه القوى فى الغازات والسوائل فإن جزيئاتها تتحرك عشوائيا ، ولا يكون هناك ترتيب منتظم لها . بينما فى حالة الأجسام الصلبة فهى نوعان :

أ - مواد صلبة بلورية crystalline وهى التى تترتب ذراتها بانتظام على شكل خلايا تتكرر فى الاتجاهات الصلبة X, Y, Z لتكون الجسم .

ب - مواد صلبة غير بلورية amorphous مثل الزجاج الذى يعتبر فى معظم الأحوال كأنه سائل فوق مبرد super cooled liquid.

#### ٩ - ٢ قوى الترابط Binding forces بين الذرات :

##### ١ - قوى جاذبة : Attractive force :

١ - قوى كولومية Couomb forces تنتج من تجاذب الشحنات الكهربائية المختلفة.

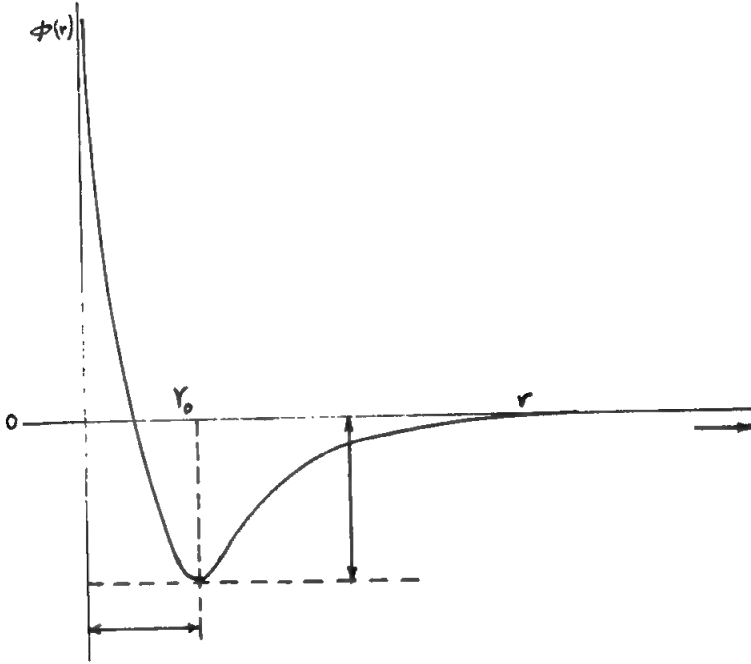
٢ - قوى فاندرفال Vander Waal تنتج عن تجاذب ثنائى القطب الكهربائى .

٣ - قوى تبادل exchange forces تنشأ عن الارتباط الكيميائى واشتراك الإلكترون بين ذرتين .

ب - قوى نافرة Repulsion forces :

ونوعها كولومى وتنتج من تنافر السحب الإلكترونية عندما تقترب ذرتان من بعضهما بدرجة كبيرة .

منحنى طاقة الموضع : Potential energy curve



شكل ( ٩ - ١ )

باعتبار القوى السابقة نجد أن طاقة الموضع لذرتين متجاورتين تتغير مع المسافة بينهما حسب شكل (٩-١) .

وقد وضع Mie شكل التغير لطاقة الموضع مع المسافة بين الذرتين على الشكل الآتى:

$$\phi(r) = -\frac{a}{r^m} + \frac{b}{r^n}$$

حيث  $a, b$  ثوابت والحد الأول يمثل القوى الجاذبة والحد الثانى يمثل القوى الطاردة

وتتغير قيم  $m$  ,  $n$  حسب الحالة فمثلا فى حالة البلورات الأيونية تكون  $m = 1$  وبالنسبة للبلورات الجزيئية تكون  $m = 6$  Molecular crystals

## أنواع الجوامد المتبلورة :

### ١ - البلورات الأيونية : Ionic crystals

مثل كلوريد الصوديوم  $NaCl$  . لذرة الصوديوم إلكترون واحد فى مساره الخارجى  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$  إذا أزيل هذا الإلكترون فإن ذرة الصوديوم يكون تركيبها الإلكتروني مثل ذرة النيون  $1s^2 2s^2 2p^6$  وهذا التركيب أكثر استقرارا . إذا نظرنا إلى ذرة الكلور  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$  نجد أنه ينقصها إلكترون واحد لتصبح مثل ذرة الأرجون (18) A الأكثر استقرارا . لذلك فإن اتحاد ذرتى الصوديوم والكلور يكون سريعا ، ويكون الملح الصلب المتكون على الشكل الأيونى .

ولكن نحفظ للجسم الصلب تعادله الكهربائى ، لذلك يجب أن تتراص أيونات الصوديوم والكلور  $NaCl$  ، تبادليا فى أى اتجاه ، أى أن كل أيون صوديوم يحيط به ستة أيونات كلور كأقرب جيران nearest neighbors . وتكون قوى الترابط الرئيسية فى هذا التركيب هى قوى كولومية بين الشحنات السالبة والموجبة .

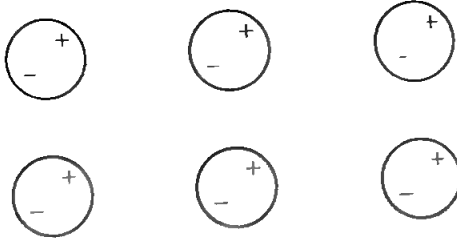
### ٢ البلورات الجزيئية Molecular crystal :

يكون الترابط هنا بقوى فاندرفال .

جميع ذرات البلورة تكون متشابهة ومتعادلة . تحمل كل ذرة شحنات موجبة فى النواه وسالبة حولها ، وهذا يشبه بشكل ما ثنائى قطب كهربائى electric dipole حيث تترتب الذرات والجزيئات كما فى شكل ٩ - ٢ ، بحيث تكون الشحنات المختلفة أقرب ما يمكن



دائماً .



شكل ( ٩ - ٢ )

وتكون القوى الكهربائية المحصلة هي الفرق بين قوى التجاذب والتنافر بين الشحنات المختلفة والمتشابهة ، ويكون الجذب أكبر قليلا من الطرد لقرب الشحنات المختلفة عن الشحنات المتماثلة .

يكون الترابط هنا ضعيفا ، ولذلك فإن درجة انصهار مثل هذه المواد ( كالشمع مثلا ) يكون صغيرا حيث إن رفع الحرارة وما يتبعه من تهيج حرارى thermal agitation يسبب كسر الحالة الصلبة إلى سائلة .

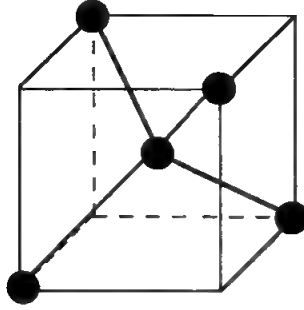
### ٣ - البلورات التساهمية covalent crystals :

فى هذه البلورات تكون الكثافة الكهربائية بين الذرات المتجاورة كبيرة وتتشترك الإلكترونات فى الذرات المتجاورة .

من المعروف أننا نحصل على تركيب إلكتروني مستقر إذا استوفت الذرة عدد  $2n^2$  إلكترون فى الغلاف الخارجى لها .

فى ذرة الكربون مثلا  $2p^2 2s^2 1s^2$  يمكن لها أن تأخذ ٤ إلكترونات لتشبع غلافها الثانى . فإذا كان لكل ذرة كربون أربعة ذرات كاقرب جيران يمكن أن تشترك كل

ذرتين متجاورتين فى إلكترونين ، وتصبح بذلك جميع ذرات الكربون فى الجسم الصلب ، وكأن بغلافها الخارجى عدد ٨ الكترونات وليس أربعة فقط ، وهذا وضع مستقر .



شكل (٩ - ٣)

شكل (٩ - ٣)

وتنشأ من هنا قوى ترابط غاية فى القوة كما فى حالة شبكية الماس ، شكل (٩ - ٣).

#### ٤ - البلورات الفلزية :

تتميز الفلزات بعدد صغير من الإلكترونات فى أغلفتها الخارجية . وتعطى ذرات الفلز هذه الإلكترونات الخارجية لتكوين سحابة من الشحنات السالبة تحيط بأيونات هذه الذرات ، ويعود ذلك لضعف الرابطة بين هذه الإلكترونات الخارجية وبين الذرات التابعة لها . وتكون قوى التجاذب بين الأيونات والسحابة الإلكترونية هى القوى الأساسية للترابط بين ذرات الفلز ، الذى يمكن تصويره على أنه رصة منتظمة من الأيونات الموجبة يحيط بها سحابة من الإلكترونات .

ولما كانت الرابطة هنا بين الأيون والسحابة الإلكترونية المحيطة ، لذلك تتميز الرابطة فى الفلزات بأنها مطاطة flexible ، ويعود هذا الاختلاف إلى عدم وجود ربط مباشر بين الذرات وبعضها ، كما فى الحالات السابقة .

ويلاحظ هنا أيضا أن السحابة الإلكترونية فى الفلزات تعطى لها خواصا مميزة مثل

التوصيل الكهربائي والحرارى الجيد وكذلك لمعة السطح الخارجى .

التركيب البلورى Crystal Structure space lattice :

تعريف الشبكة الفراغية :

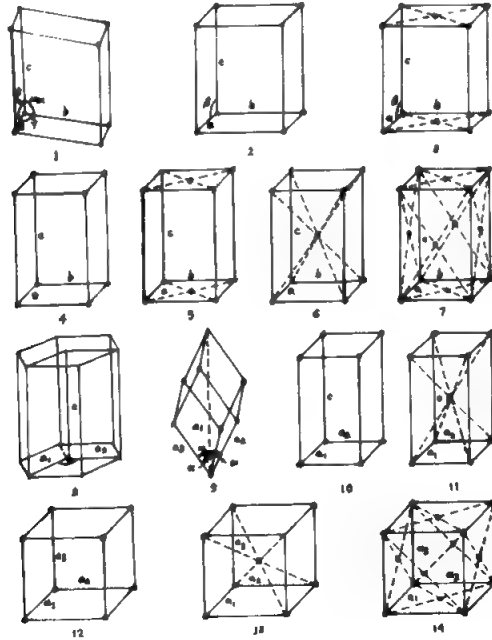
إذا ترتب فى الفراغ عدد لا نهائى من النقط ، بحيث يكون لكل نقطة نفس الجيران identical surroudings فإنها تكون شبكة فراغية . لكل نقطة فيها نفس عدد الجيران على نفس الأبعاد والاتجاهات .

عدد التناسق . p coordination number هو عدد اقرب جيران .

شبيكات برافيه الأربعة عشر The 14 - Bravais lattices :

يوجد فقط أربعة عشر طريقة يمكن بواسطتها ترتيب أى عدد من النقط ، بحيث

تستوفى شروط تكوين الشبكة ، شكل ( ٩ - ٤ )



شكل ( ٩ - ٤ )

لكل طريقة من هذه الطرق تتحدد وحدة خلية unit cell عندما تتكرر هذه الوحدة في الاتجاهات الفراغية الثلاثة X, Y, Z نحصل على الجسم .  
وحدة الخلية هي أصغر منشور أو متوازي مستطيلات توجد عند كل ركن من أركانها نقطة شبكية lattice point .

### المجاميع البلورية . وحدة الخلية Crystal systems & unit cells :

عدد المجاميع سبعة وأساسها محاور ثلاثة X, Y, Z تميل بزوايا  $\alpha$  .  $\beta$  .  $\gamma$  . تؤخذ عادة هذه المحاور على أنها خطوط تقاطع الثلاثة أوجه الأساسية للبلورة ، والتي توازي مستويات التماثل planes of symmetry في البلورة إذا كانت تحتوى أياها .  
المجاميع السبعة هي : -

1 ) Triclinic  $\alpha \neq 90$  ,  $\beta \neq 90$  ,  $\gamma \neq 90$

$$c < a < b$$

2 ) Monoclinic  $\alpha = \gamma = 90$  ,  $\beta \neq 90$

$$c < a , \quad b \text{ arbitrary}$$

3 ) Ortho rhombic  $\alpha = \beta = \gamma = 90$

$$c < a < b$$

4 ) Tetragonal  $\alpha = \beta = \gamma = 90$

$$c = b \neq a$$

5 ) Hexagonal  $\alpha = \beta = 90$  ,  $\gamma = 120$

$$a = b , \quad c \text{ arbitrary}$$

6 ) cubic  $\alpha = \beta = \gamma = 90$

$$a = b = c$$

7 ) Trigonal  $\alpha = \beta = \gamma \neq 90$

$$a = b = c$$

## تعيين أبعاد وحدة الخلية بمعرفة الكثافة والتركيب البلوري للمادة :

تتبلور معظم الفلزات بترتيب ذرى بسيط هو عادة f.c.c. تكعيبي متمركز الوجه أو

تكعيبي متمركز الجسم b.c.c أو h.c.p سداسى .

ومن أمثلة بلورات b.c.c : Fe, Cr, V, Na, K

وبلورات f.c.c : Au - Pt - Al - Cu

وبلورات h.c.p : Mg - Cd - Zn

فى حالة وحدة الخلية التكعيبية cubic cells يمكن تعيين أبعادها بمعرفة الكثافة d

وعدد الذرات فى الخلية .

مثلا : كثافة الحديد =  $7.94 \text{ g/c.c}$

الوزن الذرى للحديد = 55.85

كتلة ذرة الأيدروجين =  $1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$

يتبلور الحديد على الشكل b. c . c.

عدد الذرات فى وحدة الخلية = 2

حجم الخلية =  $a^3$

حيث a هو طول ضلع الخلية Lattice parameter

$$\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}} = \text{الكثافة}$$

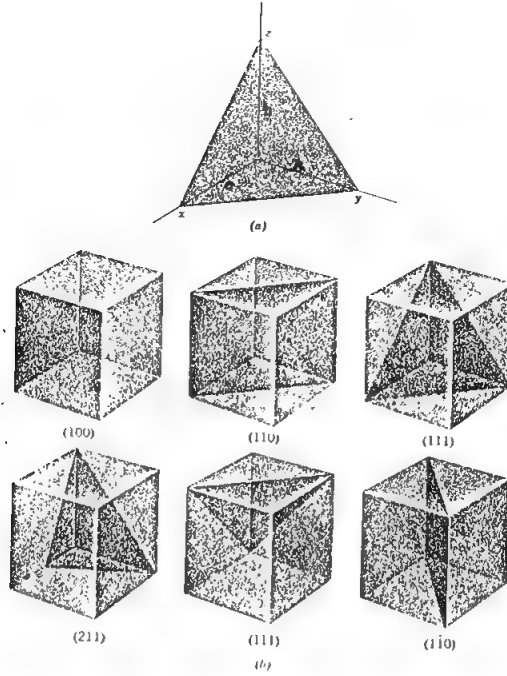
$$\therefore 7.94 = \frac{1.66 \times 10^{-24} \times 2 \times 55.85}{a^3}$$

$$\therefore a = 2.86 \times 10^8 \text{ cm}$$

## معاملات ميلر Miller indices :

تستعمل معاملات ميلر لتعريف الشبيكة فى حالة المحاور المتعامدة فقط وهدفها اعطاء

وصف كامل لأى مستوى أو اتجاه فى الفراغ .



شكل ( ٩ - ٥ )

لتعريف أى مستوى نفرض أنه يقطع المحاور  $x, y, z$  فى  $a, b, c$  ونوجد مقلوبات لهذه الأعداد فنحصل على  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$  ويتوحيد المقامات تصبح  $\frac{h}{x}, \frac{k}{x}, \frac{l}{x}$  وبإزالة المقامات يكون المستوى قد تعرف بالمعاملات  $(h \ k \ l)$  وهى التى يطلق عليها اسم معاملات ميلر ، وبين شكل ( ٩ - ٥ ) بعض المستويات الأساسية فى الشبكة التكعيبية .

لتعريف اتجاه فى الفراغ نفرض وجود متجه طوله اختيارى يتجه فى نفس الاتجاه المطلوب تحديده . نوجد مساقط هذا المتجه على المحاور  $x, y, z$  ونوجد أصغر مجموعة أعداد صحيحة تتناسب مع هذه المساقط ، ولتكن  $(h \ k \ l)$  وهذه تمثل الاتجاه .  
ويلاحظ أن معاملات ميلر لتعريف أى اتجاه هى نفسها المعاملات التى تعرف المستوى

العمودى على هذا الاتجاه .

عدد مجاميع المستويات sets of planes التى لها نفس معاملات ميللر .

١ - إذا كانت المعاملات كلها مختلفة عددياً مثل (321) فإن عدد المجاميع يكون ٢٤ .

٢ - إذا تساوى معاملان مثل (211) فإن عدد المجاميع يصبح ١٢ .

٣ - إذا تساوى جميع المعاملات مثل (111) فإن عدد المجاميع يصبح ٤ .

٤ - إذا كان أحد المعاملات صفراً وتساوى الآخران مثل (110) يكون عدد المجاميع

٥ - إذا كان معاملان من الثلاثة صفرياً نحصل على ٣ مجاميع فقط .

المسافة العمودية بين مستويين متتاليين فى مجموعة معينة ( h k l ) تعطى بالمعادلة :

$$d(hkl) = a / \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$$

حيث a هو طول ضلع المكعب لوحدة الخلية ويسمى lattice parameter .

الزاوية  $\theta$  بين الاتجاهين  $u_1 v_1 w_1$  ،  $u_2 v_2 w_2$  هى :

$$\cos \theta = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2}{\left( u_1^2 + v_1^2 + w_1^2 \right)^{1/2} \left( u_2^2 + v_2^2 + w_2^2 \right)^{1/2}}$$

تعريفات فى التركيبات البسيطة :

١ - عدد التناسق : هو عدد أقرب جيران .

٢ - نصف قطر الذرة : هو نصف المسافة بين أقرب ذرتين متجاورتين فى بلورة من

العنصر النقى بدلالة طول ضلع الخلية .

٣ - الكثافة النسبية للرص : هى النسبة بين الحجم الذى يشغله الكرات التى تمثل

الذرات فى الخلية إلى الحجم الكلى للخلية . ويبين الجدول التالى بعض بيانات عن التركيبات البلورية المعتادة

structure	s.c.	b.c.c.	f.c.c. h.c.p.	diamond
coordination No.	6	8	12	4
Atomic radius (a = cubic edge)	$a/2$	$a\sqrt{3}/4$	$a\sqrt{2}/4$	$a\sqrt{3}/8$
Atoms per unit cube	1	2	4	8
Density of packing	$\pi/6$ 52 %	$\pi\sqrt{3}/8$ 68 %	$\pi\sqrt{2}/6$ 74 %	$\pi\sqrt{3}/16$ 34 %

### الإنماء البلورى

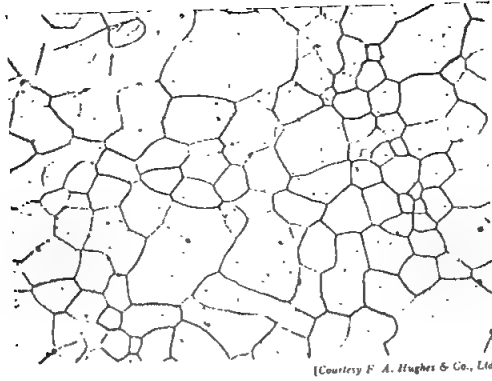
عندما يبدأ مصهور فلز فى التجمد تثبت درجة حرارته ، حتى يتم تحوله من الطور السائل إلى الطور الجامد مع خروج الحرارة الكامنة فى عملية التحول . تظهر تلقائيا فى أماكن مختلفة من المصهور نويات بلورية ، تأخذ فى النمو على شكل دندريت كلما ازداد التحول إلى الطور الجامد ، ويكون ذلك النمو على حساب السائل المحيط وتستمر عملية النمو حتى يتم التحول إلى الطور الجامد .

ويأخذ الدندريت شكل أفرع طويلة يقف نموها إذا ما تلامست مع دندريت آخر تختلف فيه اتجاهات المستويات الذرية ، وبنهاية التجمد تكون أسطح التلامس بين هذه الدندريئات حدودا حبيبية Grain boundaries فى مادة متعددة الحبيبات poly crystalline . انظر شكل ( ٩ - ٦ ) ويعرف حاليا الحد الحبيبي بأنه سطح يحتوي انخلاعات 2-D array of dislocations .

عندما تكون عدد النويات التى يتجمد عليها السائل قليلة يكون الحجم الحبيبي كبيرا ، وإن كان ذلك لا يحدث تلقائيا .

ولكى نحصل على بلورة أحادية من مادة ما يجب أن تعالج حراريا بطرق خاصة بالإنماء البلورى ، تتوقف الطريقة على المادة المراد تحضير بلورة أحادية لها .





شكل (٩ - ٦)

## ١ - الإنماء البلورى من المحاليل المائية :

تستخدم هذه الطريقة لتحضير بلورات المواد العضوية وغير العضوية ، وفيها نحتاج لتحضير محلول مائى فوق مشبع يترك لترسب فيه بلورات أحادية ، كما هو الحال عند تحضير بلورات السكر أو الملح . وإذا أردنا تحضير بلورة أحادية لها اتجاهات بلورية معينة ، نبدأ النمو ببذرة بلورة seed crystal معلومة الاتجاهات توضع فى السائل فوق المشبع ، فتتكون بلورة كبيرة لها نفس اتجاهات البذرة . وتصلح هذه الطريقة لتنمية بلورات من الهاليدات القلوية وملح روشيل .

## ٢ - الإنماء البلورى من المحاليل الصلبة :

ليس من الضرورى أن يكون المحلول مائيا لتحضير بلورة منه فالمحاليل الصلبة أيضا تعطى بلورات ( كما فى حالة الياقوت الأحمر " الروبى " ) وذلك باستعمال مذيبات نقط انصهارها مرتفعة . والجهاز المستخدم فى التحضير بسيط ، ويتركب من بوتقة من البلاتين توضع داخل فرن على قاعدة دورانية لتنظيم درجة حرارة المصهور داخلها ، ويكون دوران القاعدة فى كلا الاتجاهين ليتم خلط جميع المكونات بها . توضع المواد داخل البوتقة ويسخن الفرن كهربائيا حتى تنصهر وتذوب وبعد خلط المصهور جيدا تخفض درجة الفرن

تدرجيا بمعدل ثابت حوالى ٤° م في الساعة وتستمر عملية خفض الدرجة لمدة أيام ، وفى النهاية تذاب المواد المتجمدة فى البوتقة لاستخراج البلورات التى تكون قد تكونت أثناء عملية التبريد البطيء ، والمواد الابتدائية اللازمة لتحضير بلورات الياقوت الأحمر هى كالآتى:

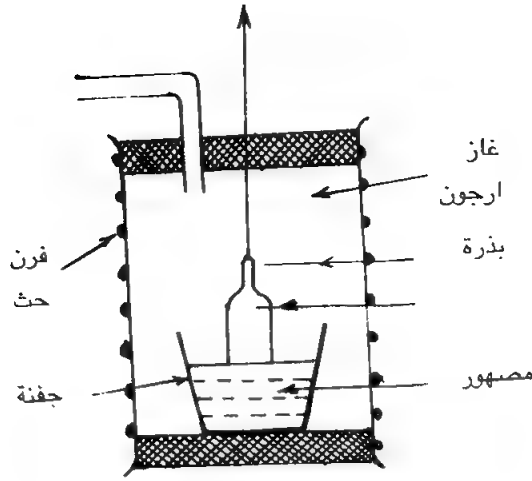
- ١ - أكسيد رصاص  $PbO$  ( ٥٠٠٠ جم ) .
- ٢ - أكسيد البورون  $B_2O_3$  ( ٤٠٠ جم ) .
- ٣ - أكسيد الألومنيوم  $Al_2O_3$  ( ٧٤٠ جم ) .
- ٤ - أكسيد الكروم  $Cr_2O_3$  ( ٠.١ جم ) .

### ٣ - الإنماء البلورى عن طريق الضغط والحرارة :

تستخدم هذه الطريقة لتحضير بلورات من الماس ، من المعروف أن الماس يتركب من ذرات كربون ، ولتحويل الكربون النقى فى صورته العادية على شكل جرافيت سداسى البنية إلى ماس تربط بين ذراته روابط تساهمية يوضع الجرافيت النقى فى مكبس قوى يصل ضغطه إلى مليون رطل على البوصة المربعة كما يمكن رفع درجة حرارة أسطوانة الضغط إلى درجات تصل إلى ٢٠٠٠ درجة مئوية عندما ينضغط الجرافيت فى حيز صغير جدا ، ويتحول حينئذ إلى ماس .

### ٤ - طريقة التنمية من المصهور : Growing from the melt

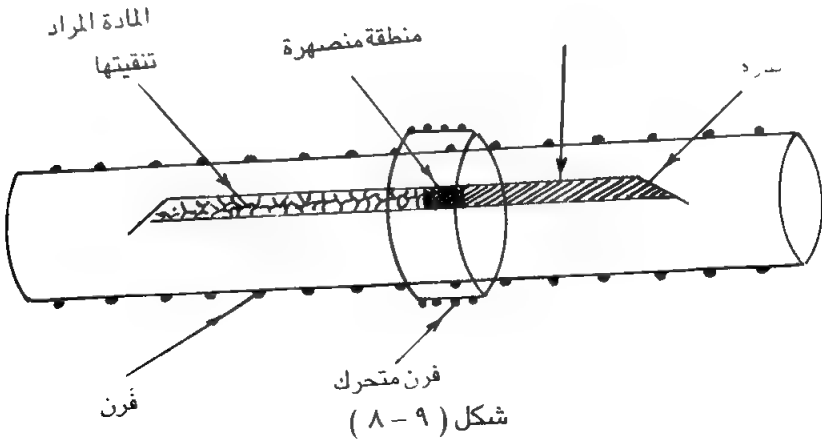
تعتمد هذه الطريقة على غمس بذرة بلورة seed crystal فى مصهور المادة ، ثم بسحبها إلى أعلى ببطء شديد ( سرعة حوالى ٢٠ سم فى اليوم ) تقترب الذرات عند تجمدها على بذرة البلورة بنفس الترتيب كما فى البذرة ، ونحصل فى النهاية على بلورة كبيرة أحادية single crystal . كما فى شكل ( ٩ - ٧ )



شكل (٧ - ٩)

##### ٥ - طريقة الصهر النطاقي : zone - melting method

توضع المادة المتعددة الحبيبات poly - crystalline فيما يشبه قارب من الجرافيت شكل ( ٨ - ٩ ) وتوضع عند طرف المادة بذرة البلورة المراد الإنماء عليها . حول القارب يوجد فرن يرفع درجة الحرارة إلى درجة أقل قليلا من نقطة الانصهار للمادة . ثم بواسطة



شكل ( ٨ - ٩ )

فرن صغير آخر يمكن أن ترفع درجة الحرارة في منطقة صغيرة من القارب إلى درجة أعلى قليلاً من نقطة الانصهار أى أن هذه المنطقة الصغيرة تتحول إلى مصهور . عند تحريك الفرن الصغير ببطء شديد من ناحية البذرة إلى الطرف الآخر للمادة ، فإننا نحرك المنطقة المنصهرة كذلك ببطء ، وبذلك نعطي الفرصة للذرات لكي تتجهده عند اتصال المادة بالبذرة بنفس الترتيب المنتظم لها ، وبذلك نحصل في النهاية على بلورة أحادية من المادة .

## السبائك : ALLOYS

في هذا الجزء نناقش ماذا يحدث عند إدخال كمية من عنصر في عنصر آخر ، أى عند تكوين الإشابات والسبائك . لقد وجد هيوم ورذرى Hume - Rutherford إنه إذا أضيف عنصر B لعنصر آخر A تتشبه شكل الشبكة لذويان B في A ، وتعتمد درجة الذوبان على الفرق بين نصف قطري الذرتين . إذا شغلت الذرة B نقط الشبكة كما الذرة A ، يقال عن الإشابة أنها تبادلية substitutional alloy ، وإذا كان نصف قطر الذرة المذابة أقل من ٦٠ ٪ من الذرة المذيبة شغلت الذرات المذابة مواقع الفراغات البينية في الشبكة interstitial sites ، ويقال عندئذ عن الإشابة إنها محلول بينى جامد Interstitial solid solution . (محلول جامد تخلى) .

تتوقف درجة ذوبان B في A على الطاقة الحرة للنظام ، فتكون الإشابة في حالة مستقرة إذا كانت الطاقة الحرة أقل ما يمكن ، وتكتب هذه القاعدة على الصورة الترموديناميكية :

$$dF = d(E - TS) = 0$$

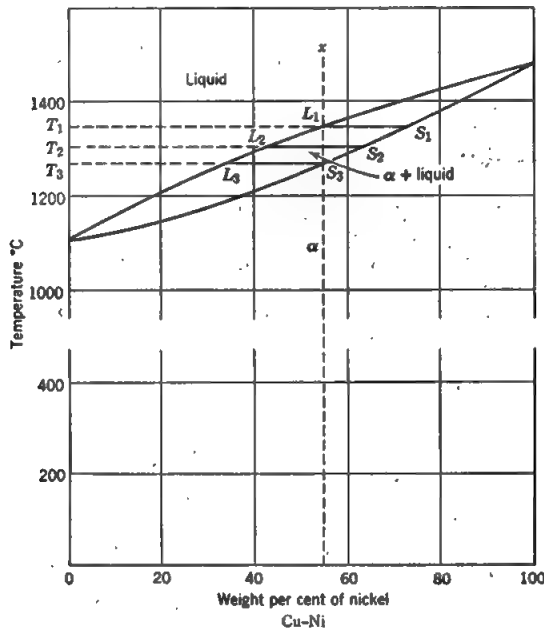
ويلزم مقدار من الطاقة Q لتحريك الذرات والوصول إلى أقل طاقة حرة F في النظام ، وتسمى هذه بطاقة التنشيط activation energy

وتكون سرعة التفاعل هي :

$$r = A e^{-Q/RT}$$

حيث A ثابت ، R هو ثابت الغاز .

يمكن بالحساب تعيين البنية التركيبية للإشابة أو للسبيكة في حالة الاتزان عند درجة حرارة معينة . ويسمى منحنى العلاقة بين درجة تركيز المذاب في المذيب عند درجات الحرارة المختلفة بمنحنى الطور phase diagram . وفيما يلي نعتبر الحالة السهلة التي يكون فيها الذوبان تاما بين العنصرين B & A ، كما في حالة النحاس والنيكل المبينة بشكل ( ٩ - ٩ ) . المنطقة بين المنحنين تمثل حالة الاتزان بين الجامد والسائل ، ويطلق على المنحنى العلوى liquidus والسفلى solidus ، وبينهما يتزن الطوران الجامد والسائل



شكل ( ٩ - ٩ )

### قاعدة ليفر The Lever Rule :

تبين قاعدة ليفر النسبة بين أى

طورين في إشابة ، إذا علم تركيب

الطورين وتركيب السبيكة .

شكل ( ٩ - ١٠ )

نفرض أن المركبتين B & A (شكل ٩ - ١٠) لهما التركيز C & C - 1 على الترتيب.

نفرض أن الإشابة تتركب من طورين (١) & (٢) حيث تركيز المركبة A هو C<sub>1</sub> & C<sub>2</sub> على الترتيب .

نفرض أن نسبة الطور (١) في الإشابة هو x وعلى ذلك تكون نسبة الطور (٢) هو (1 - x) . ولإيجاد قيمة x بدلالة تركيز الطورين وتركيز الإشابة (C<sub>1</sub> , C<sub>2</sub> , C) نفرض أن وزن السبيكة كلها W ، يكون وزن المركبة A هو CW ويكون وزن A في الطور (١) هو C<sub>1</sub> W x ووزنه في الطور (٢) هو C<sub>2</sub> W (1 - x) ولكن

$$C W = x C_1 W + (1 - x) C_2 W$$

أى أن :

$$x = \frac{C - C_2}{C_1 - C_2} = \frac{m}{l}$$

$$1 - x = \frac{C_1 - C}{C_1 - C_2} = \frac{n}{l}$$

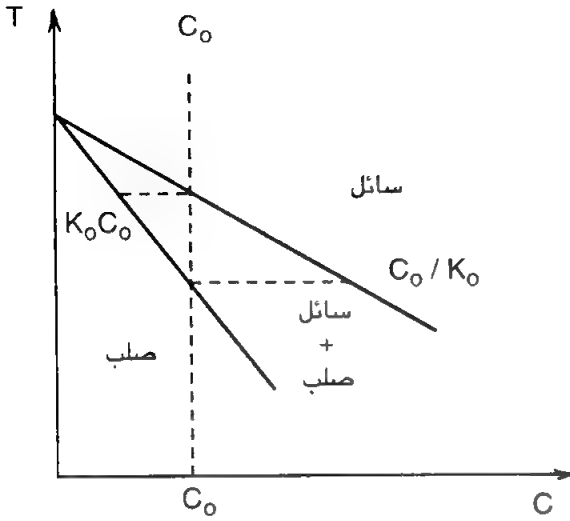
$$\frac{x}{1 - x} = \frac{C - C_2}{C_1 - C} = \frac{m}{n}$$

وتعتبر المعادلات السابقة عن قاعدة ليفر .

### تحضير بلورات غاية فى النقاء بتكرار الصهر النطاقي :

يؤثر وجود الشوائب فى المواد الصلبة على خواصها بدرجة كبيرة ، فمثلاً درجة النقاء ٩٩,٩ ٪ تجعل المسافة بين كل ذرتين شائبتين لا تزيد عن ثمانى أو عشر مسافات ذرية . ولذلك من المهم الحصول على درجات نقاء تقدر بخمس تسعات ٩٩,٩٩٩ ٪ أو أكثر ، ويستخدم لذلك طريقة الصهر النطاقي المستخدمة فى تحضير البلورات الأحادية . من المعروف أن وجود المذيب فى السبائك الثنائية يرفع أو يخفض من درجة تجمد

## المذاب



نفرض أن نقطة تجمد المذيب قد انخفضت نتيجة لإدخال المذاب يكون شكل منحنى الطور كما مبين بشكل (١١-٩)

حيث  $K_0$  هو معامل توزيع المذاب ، ويعرف بأنه النسبة بين تركيز المذاب في المادة الصلبة إلى التركيز في السائل .

شكل ( ٩ - ١١ ) يبين تغير تركيز المذاب مع درجة الحرارة

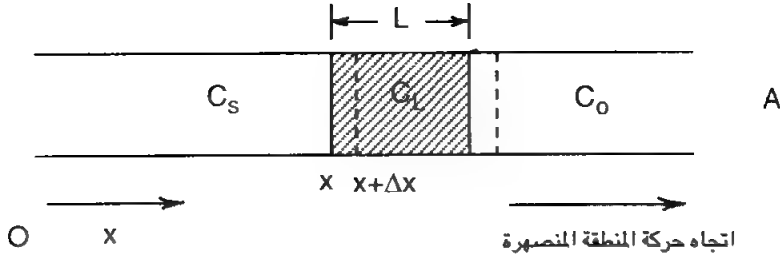
$$(K_0 < 1)$$

إذا ما تجمد مثل هذا المحلول  $C_0$  فإن تركيز المذاب يكون أكبر ما يمكن في الأجزاء السائلة قبل أن تتجمد . أى أن الشوائب المذابة تفضل أن تبقى في الحالة السائلة عنها في الحالة الصلبة .

فعند السطح الفاصل بين المصهور والجامد تختلف نسب توزيع الشوائب بين الطورين ، ويطلق اسم معامل التوزيع  $K_0$  على النسبة بين تركيز الشوائب المذابة  $C_S$  في الجزء الذي تجمد إلى تركيزها في الجزء السائل  $C_L$  ، أى أن

$$K_0 = C_S / C_L$$

وتتوقف قيمة  $K_0$  على كل من المادة المذابة والشوائب المذابة ، وكذلك على درجة حرارة السطح الفاصل بين الجامد والسائل . ومعدل التجمد . فمثلاً إذا كان  $K_0 = 0.5$  تكون نسبة تركيز الشوائب في طور السائل إلى نسبتها في الطور الجامد هي ٢ : ١ . إذا تحرك السطح الفاصل بين السائل والجامد ، فإن الشوائب تفضل تلقائياً التواجد في منطقتها السائل ، وبذلك يقل تركيزها في منطقة الجامد .



شكل ( ٩ - ١٢ ) حركة منطقة منصهرة على قضيب منتظم المقطع A .

نفرض قضيباً منتظم المقطع وأن L هو طول منطقة صغيرة منصهرة من القضيب تتحرك بواسطة فرن متحرك من اليسار إلى اليمين شكل ( ٩ - ١٢ ) . ونفرض أن  $K_0 < 1$  . كلما تقدمت المنطقة المنصهرة يزداد تركيز الشوائب في المصهور ويصبح  $C_0 / K_0$  ، بينما يقل تركيز الشوائب في الجامد ويصبح  $C_0$  . نفرض أن تركيز الشوائب في الجامد عند النقطة x على القضيب هي  $C_S(x)$  ، وأن تركيز الشوائب في المنطقة المنصهرة هي  $C_L(x)$  وأن  $C_0$  هو تركيز الشوائب في البداية قبل تحريك المنطقة المنصهرة .

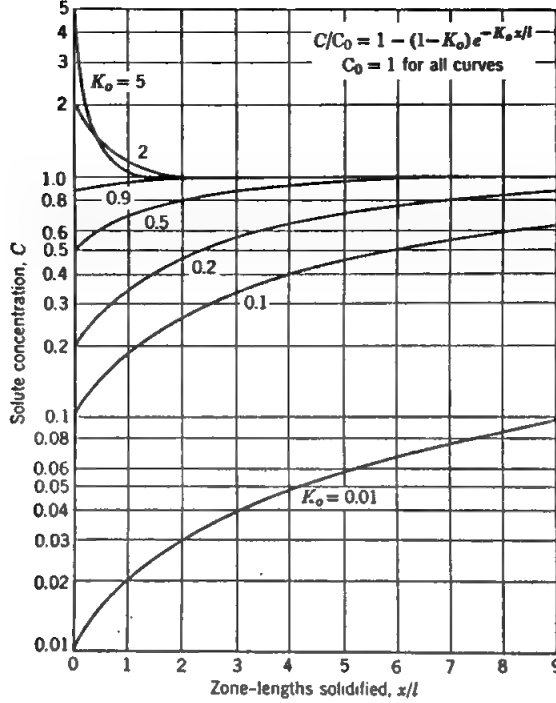
نفرض أن المنطقة المنصهرة تحركت مسافة  $\Delta x$  إلى اليمين . كمية الشوائب في المنطقة بعد الإزاحة  $L A C_L(x + \Delta x) =$

وتساوى هذه الكمية الشوائب في المنطقة قبل الإزاحة ناقص الكمية التي تجمدت على اليسار بالإضافة إلى تلك التي انصهرت في المنطقة على اليمين . وبإيجاد المعادلة التفاضلية مع اعتبار  $\Delta x$  تؤول للصفر وإن  $C_L(x=0)$  تساوى  $C_0$  نجد أن :

$$C_S(x) = C_0 - C_0 (1 - K_0) e^{-K_0 x / L}$$

ويبين شكل ( ٩ - ١٣ ) رسماً بيانياً للمعادلة السابقة لقيم مختلفة من  $K_0$  مع اعتبار  $C_0 = 1$  . ويبين كل منحنى تغير تركيز الشوائب المذابة مع النسبة بين طول جزء القضيب الذي مرت عليه المنطقة المنصهرة (x) إلى طول المنطقة المنصهرة (L) ، وذلك لمرور واحد للمنطقة المنصهرة .





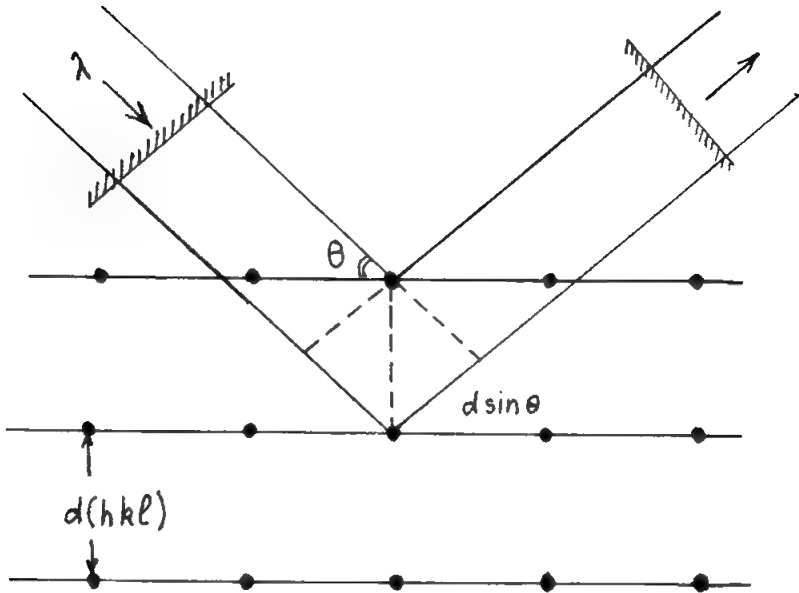
شكل ( ٩ - ١٣ )

يتبين من الشكل أنه كلما كانت  $K_0$  صغيرة تتم تنقية الشوائب بدرجة كبيرة بمرور المنطقة المنصهرة ، ويمكن زيادة درجة النقاء بإعادة إمرار المنطقة المنصهرة ، ويراعى أن تكون دائما في نفس الاتجاه .

#### إيجاد التركيب البلورى بواسطة أشعة X Structure analysis :

. فى عام ١٩١٢ اختبر لاوا Laue ظاهرة تداخل الضوء باستخدام أشعة X بدلا من الضوء المنظور مع استخدام بلورة أحادية بدلا من محزوز الحيود diffraction grating اعتمادا على أن الطول الموجى للأشعة السينية يتراوح بين ٠.٠١ ، ١٠ أنجستروم وأن البعد البينى للذرات فى البلورة يصل لبضعة إنجستروم قليلة .  
عندما تسقط الأشعة السينية على أى ذرة متعادلة يتسبب المجال الكهرومغناطيسى

المتردد فى إحداث استقطاب متردد أيضا داخل الذرة . تعمل الذرات فى هذه الحالة كمتذبذبات كهربائية electric oscillators وتشع نفس التردد مثل الموجة الساقطة .



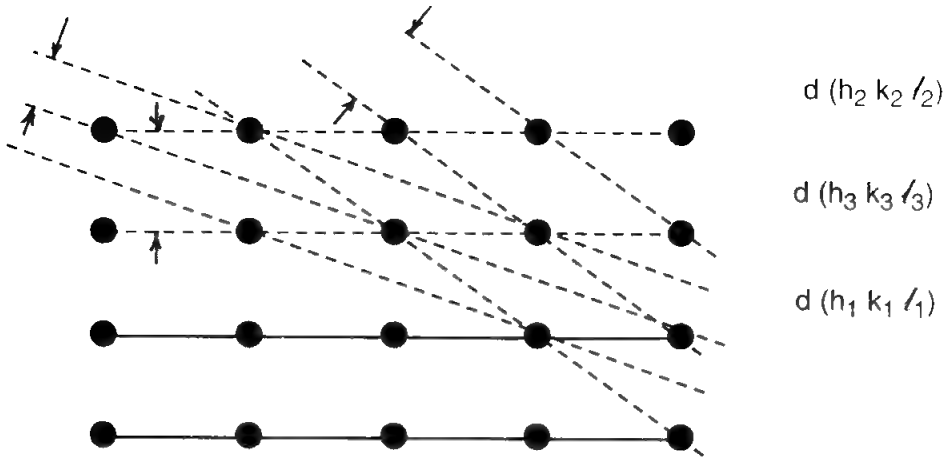
شكل ( ٩ - ١٤ )

اعتبر البلورة كأنها رصة من المستويات الذرية المتتالية شكل ( ٩ - ١٤ ) .  
يستطيع كل مستوى أن يعكس جزءاً من الأشعة الساقطة .

إذا كانت المستويات متساوية البعد عن بعضها بمقدار  $d(hkl)$  سم فإن الفرق فى طول المسار لتلك الأشعة المنعكسة على المستويات المتعاقبة هو  $2 d(hkl) \sin \theta$  حيث  $(hkl)$  هى معاملات ميلر لهذه المجموعة من المستويات .  
وبتطبيق نظرية التداخل فإن الأشعة المنعكسة تتداخل وتقوى بعضها البعض إذا كان الفرق فى طول المسار هو :

$$2 d(hkl) \sin \theta = n \lambda$$

وهو ما يعرف بقانون براج للتداخل الإنشائى Constructive



شكل (٩ - ١٥) يبين المستويات الذرية المختلفة

### شكل ( ٩ - ١٥ ) يبين المستويات الذرية المختلفة

مما سبق يتضح أنه باستخدام أشعة سينية لها طول موجة احادى اللون  $\lambda$  mono-chromatic radiation « معلومة القيمة يمكننا بدراسة انعكاس هذه الأشعة على البلورة أن نوجد مقدار المسافات  $d(hkl)$  بين المستويات الذرية المختلفة ، وبعدها نستطيع تعيين الترتيب الذرى فى وحدة الخلية ( انظر شكل ( ٩ - ١٥ ) .

عند تعيين التركيب البلورى عمليا يجب أن نمر بالخطوات التالية :

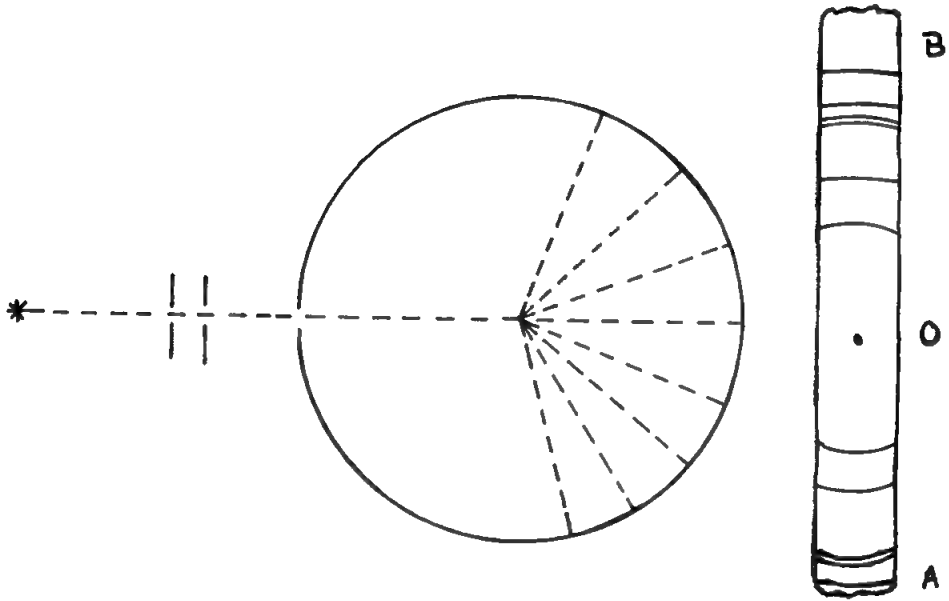
أ - إذا وجدت بلورة كبيرة macroscopic للمادة نحدد لها الزاوية الواقعة بين أحرفها التى تقاطع المستويات الأساسية لوحدة الخلية فيها .

ب - باستخدام الأشعة السينية نوجد أبعاد وحدة الخلية بدراسة هندستها الفراغية مع معرفة الأبعاد العمودية بين المستويات الذرية  $d(hkl)$  .

ج - يمكن تعيين عدد الذرات فى وحدة الخلية ، وذلك بمقارنة شدة الانعكاس على المستويات المختلفة باستخدام ميكروفوتومتر . فالمستويات ذات الكثافة السطحية الكبيرة

تعطى شدة انعكاس أكبر فتعطى أثراً أكبر على الفيلم ، وبالتالي تكون الخطوط أكثر سواداً ، شكل ( ٩ - ١٦ ) .

د - تجرى بعد ذلك محاولات لتوزيع عدد الذرات فى وحدة خلية ، بحيث تعطى نفس مستويات التماثل فى البلورة . فى الحالات البسيطة يكون من السهل إيجاد الترتيب الذرى الوحيد الذى يعطى الشكل البلورى .



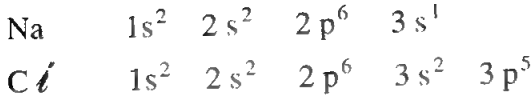
( شكل ٩ - ١٦ )

### إيجاد طاقة الشبكة للبلورات الأيونية :

تتكون البلورة الأيونية إذا انتقل إلكترون من ذرة من نوع معين إلى ذرة مجاورة من نوع آخر . وتسمى الرابطة بينهما رابطة أيونية ، إذ تتسبب عملية الانتقال هذه فى جعل الذرة الأولى أيوناً موجباً ، بينما تصير الذرة الثانية أيوناً سالباً . ولكى تحتفظ البلورة بتعادلها الكهربى تترتب أيونات البلورة ، بحيث تتعاقب دائماً الأيونات السالبة والموجبة فى

أى اتجاه داخل البلورة ، وعلى ذلك تكون البنية تكعيبية بسيطة . ومثال البلورات الأيونية كلوريد الصوديوم وفلوريد الليثيوم .

التركيب الإلكتروني للكلور والصوديوم هو :



وعلى ذلك إذا انتقل الكترونا من ذرة الصوديوم إلى ذرة الكلور تتشبع قشرتا كل منهما ويسعدا بذلك الجوار مكونين رابطة أيونية قوية أساسها التجاذب الكولومى بين الأيونين ، وبالمثل بالنسبة لفلوريد الليثيوم  $\text{Li}^+ \text{F}^-$  .

يمكننا اعتبار أن توزيع الشحنة حول الأيونات توزيعا كريا متماثلا ، فيما عدا تشوه بسيط بالقرب من نقط التلامس بين الأيونات كما سنفرض أن طاقة الشبكة فى البلورات الأيونية تعود إلى القوى الكولومية بين الأيونات .

يمكن إيجاد قيمة تقريبية لطاقة الشبكة كما يلي :

فى حالة كلوريد الصوديوم  $\text{Na}^+ \text{Cl}^-$

المسافة بين أيوني الصوديوم والكلور فى الشبكة  $r_0 = 2.81 \text{ \AA}$

طاقة الموضع التجاذبية بين الأيونين  $P.E = e^2 / r_0$

$$\therefore P.E = (4.8 \times 10^{-10})^2 / (2.81 \times 10^{-8})$$

$$= 8 \times 10^{-12} \text{ ergs}$$

$$\equiv 5 \text{ eV}$$

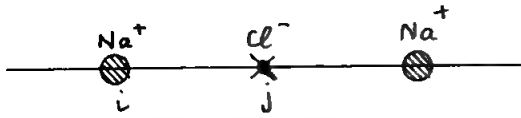
وتقترب هذه القيمة التقريبية من القيمة المقاسة معمليا ، وهى  $8 \text{ eV / molecule}$  وهى

قيمة حرارة التكوين Heat of Formation للبلورة ، وتساوى  $183 \text{ Kcal / mole}$  .

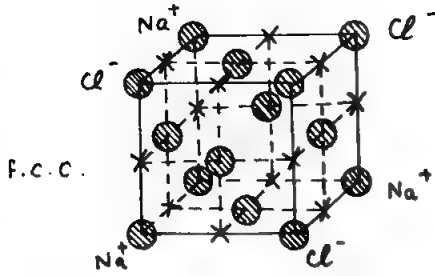
### حساب طاقة الشبكة الأيونية :

اعتبر شبكة من كلوريد الصوديوم تكعيبية متمركز الوجه

توجد أيونات الكلور والصوديوم متعاقبة فى نقط الشبكة .



لكل أيون أقرب ستة جيران  
مختلفة عنه في الشحنة ، بينما له ١٢  
جار من نفس شحنته ( انظر شكل  
١٧-٩ ) .



اعتبر أيونين  $i$  و  $j$  .

الطاقة الكلية لكل أيون هي :

$$\phi_i = \sum_j \phi_{ij}$$

ويشمل الجمع كل الأيونات فيما عدا

بالطبع  $i = j$  وهذا هو معنى وضع نجمة فوق علامة الجمع .

$\phi_{ij}$  تمثل الطاقة الكولومية الناشئة عن التجاذب والتنافر بين الأيونات وتعطى

بالمعادلة : ( معادلة مي (Mie's equation) )

$$\phi_{ij} = \pm \frac{e^2}{r_{ij}} + \frac{\lambda}{r_{ij}^n} \quad (1)$$

والإشارات السالبة والموجبة لتبين الفعل بين الشحنتات المتماثلة والشحنتات المختلفة ،

والثوابت  $n$  و  $\lambda$  تتحدد قيمتهما من قياس ثابت الشبكة وانضغاطيتها .

اعتبر شبكة مكونة من  $(2N)$  أيونات

طاقة الشبكة  $U_0$  هي :

$$U_0 = N \phi_{ij}$$

وهنا اعتبرنا الفعل البيني بين أزواج الأيونات عند حساب طاقة الموضع ، كما اعتبرنا

أن الطاقة الكلية للشبكة هي الطاقة اللازمة لتفكيك بنية البلورة ، لتصبح أيونات حرة بينها

مسافات لا نهائية .

نفرض أن  $R$  هي المسافة بين أقرب جارين في البلورة . تكون المسافة بين الأيونين  $i$

z & هي :

$$r_{ij} = P_{ij} \cdot R \quad (2)$$

وبالتعويض في المعادلة (١)

$$\therefore \phi_{ij} = \pm \frac{1}{P_{ij}} \cdot \frac{e^2}{R} + \frac{\lambda}{P_{ij}^n R^n}$$

وبتجميع فعل كل جيران الأيون z تكون الطاقة :

$$\phi = - \frac{\infty e^2}{R} + \frac{\lambda A_n}{R^n} \quad (3)$$

حيث

$$A_n = \sum^* P_{ij}^{-n}$$

$$\infty = \sum^* ( \overline{+} ) P_{ij}^{-1}$$

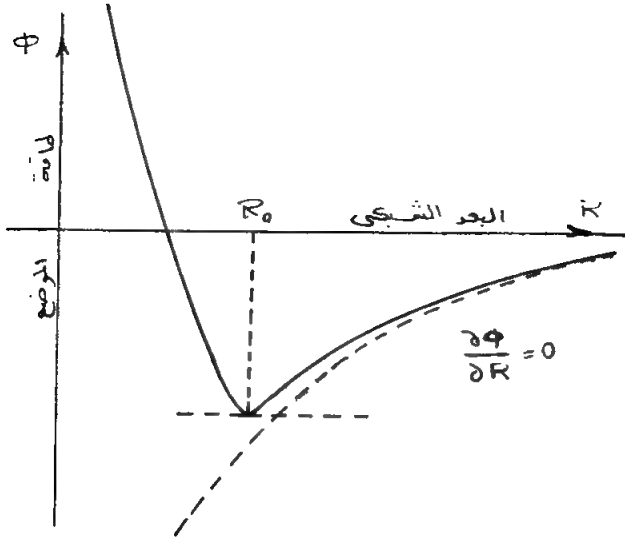
**حساب قيمة  $\infty$  :**

يعرف  $\infty$  بأنه ثابت ماديلنج ويميز البنية البلورية . ويبين شكل ( ٩ - ١٨ ) رسماً بيانياً لتغير طاقة الموضع مع المسافة بين الأيونات .

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} = 0 \quad \text{عند وضع الاتزان أى عند أى نقطة من نقاط الشبكة تكون}$$

وبمفاضلة المعادلة (٣) بالنسبة للمسافة R ومساواة الناتج بصفر نحصل على :

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} = \frac{\infty e^2}{R_0^2} - \frac{n A_n \lambda}{R_0^{n+1}} = 0 \quad (4)$$



شكل ( ٩ - ١٨ )

ويحذف  $\lambda A_n$  من معادلتى (٢) و (٤) نحصل على :

$$\phi = - \frac{\infty e^2}{R_0} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (5)$$

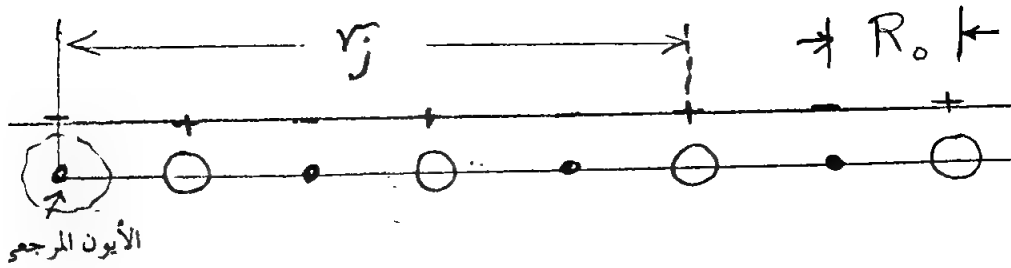
وتكون الطاقة الكلية للشبيكة البلورية المكونة من عدد  $N$  أيونات عندما تكون الأيونات مستقرة فى نقاط الشبيكة هي :

$$U_0 = - N \frac{\infty e^2}{R_0} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (6)$$

وقد أمكن لماديلنج حساب ثابت الطاقة الكولومية  $\infty$  باعتبار شبيكة خطية ثنائية ، كما فى شكل ( ٩ - ١٩ ) حيث  $R_0$  هى المسافة بين أيونين متجاورين .

اعتبر الأيون السالب المبين بالشكل أيونا مرجعيا ، بعد الأيون  $j$  عنه هو  $r_j$  وستعرفه الإشارة  $\pm$  وفقا لشحنته .





شكل ( ٩ - ١٩ )

بحذف  $P_{ij}$  من المعادلة (٢) نحصل على ثابت ماديلنج على الصورة

$$\frac{\infty}{R_0} = \sum_j \frac{(\pm)}{r_j}$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{2R_0} + \frac{1}{3R_0} - \frac{1}{4R_0} + \dots \right]$$

والمعامل 2 فى المعادلة لأننا اعتبرنا  $r_j$  دائما موجبة ، وأن هناك أيونين لهما نفس البعد من الأيون المرجعى .

$$\therefore \infty = 2 \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right)$$

وبمعرفة أن :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

وبوضع  $x = 1$  نحصل على :

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

وعلى ذلك يكون :

$$\infty = 2 \ln 2$$

$$\cong 1.4$$

وهذه القيمة صالحة للشبيكة الخطية ثنائية الذرة ، أما فى حالة البلورات الحقيقية

ثلاثية الأبعاد فيحتاج حساب  $\infty$  إلى مشقة أكبر ، وقد وجد إيفان أن قيمتها تساوى تقريبا

: 1.75  $\cong \infty$  بالنسبة لبلورة ثلاثية البعد ، وهذه قيمة قريبة جدا من قيمة  $\infty$  المقاسة لبلورة كلوريد الصوديوم Na Cl وهي :

$$\infty = 1.747558$$

### حساب قيمة n :

n فى معادلة مى هو الأس فى الحد الثانى الخاص بالجهد الناشئ عن الفعل البينى السالب للأيونات . من الديناميكا الحرارية :

$$K = - \frac{1}{v} \left( \frac{dv}{dp} \right) \quad (7)$$

حيث K الانضغاطية وهي مقلوب معامل المرونة الحجمى للمادة .  
من القانون الأول للديناميكا الحرارية

$$d\Phi = dU + p dv$$

عند درجات الحرارة المنخفضة يمكن إهمال التأثيرات الحرارية ، وبذلك يكتب القانون

الأول على الصورة :

$$dU = - p dv$$

$$\frac{\delta U}{\delta v} = - p$$

$$\frac{\delta^2 U}{\delta v^2} = - \frac{\delta p}{\delta v}$$

$$\therefore \frac{1}{K} = v \left( \frac{d^2 U}{dv^2} \right)$$

إذا كانت R المسافة بين الأيونين فى بلورة Na Cl ، يكون حجم الخلية  $R^3$  ، وتحتوى

الخلية على جزئى واحد أى على عدد ٢ أيون فإذا كان فى البلورة عدد N جزئى يكون الحجم هو :

$$V = 2 N R^3 \quad (8)$$

وبمفاضلة الطاقة U بالنسبة للحجم :

$$\therefore \frac{dU}{dv} = \frac{dU}{dR} \cdot \frac{dR}{dv}$$

وبالمفاضلة بالنسبة للحجم مرة ثانية :

$$\therefore \frac{d^2U}{dv^2} = \frac{dU}{dR} \cdot \frac{d^2R}{dv^2} + \frac{d^2U}{dR^2} \left( \frac{dR}{dv} \right)^2 \quad (9)$$

عند وضع التوازن ، أى عند نقطة الشبكة  $R = R_0$

$$\frac{dU}{dR} = 0$$

$$\therefore \frac{d^2U}{dv^2} = \frac{d^2U}{dR^2} \left( \frac{dR}{dv} \right)^2$$

وبإيجاد  $\frac{dR}{dv}$  من معادلة (8) نحصل على :

$$\left( \frac{dR}{dv} \right)^2 = \frac{1}{36 N^2 R^4} \quad (10)$$

وبالتعويض فى المعادلة (7) نحصل على :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{18 N R_0} \left( \frac{d^2U}{dR^2} \right)_{R=R_0} \quad (11)$$

وباستخدام معادلة الطاقة رقم (3)

$$\therefore \phi \text{ ( or } U \text{ )} = N \left[ \frac{\lambda A_n}{R^n} - \frac{\infty e^2}{R} \right]$$

وبمفاضلة U مرتين بالنسبة إلى R نحصل على :

$$\frac{d^2U}{dR^2} = N \left[ \frac{n(n+1) A_n \cdot \lambda}{R^{n+2}} - \frac{2 \infty e^2}{R^3} \right]$$

وعند الاتزان ومن معادلة (4)

$$\frac{\infty e^2}{R_0^2} - \frac{n A_n \lambda}{R_0^2} = 0$$

ويحذف  $A_n \cdot \lambda$  نحصل على :

$$\left( \frac{d^2 U}{dR^2} \right)_{R=R_0} = \frac{N (n-1) \propto e^2}{R_0^2}$$

وبالتعويض في المعادلة (11) نحصل على :

$$\frac{1}{K} = \frac{(n-1) e^2 \cdot \propto}{18 R_0^4} \quad (12)$$

من هذه المعادلة يمكن حساب n بمعرفة K ، e ،  $R_0$  ، كما إننا سبق أن أوجدنا ثابت مادلنج  $\propto$  .

بالنسبة لبلورة من كلوريد الصوديوم Na Cl

$$K = 3.3 \times 10^{-12} \text{ cm}^2 / \text{dyn} . ; \quad \propto = 1.747558$$

$$R_0 = 5.63 \times 10^{-8} \text{ cm} ; \quad e = 1.6 \times 10^{-12} \text{ Coul} .$$

$$\therefore n = 1 + \frac{18 R_0^4}{K e^2 \propto} = 9.4$$

وبحساب طاقة الشبيكة نجدها تساوى 183.1 Kcal / mole ، بينما القيمة المقاسة

معمليا هي 182.8 Kcal / mole .

## مسائل على الباب التاسع

١ - تتغير طاقة الموضع  $V(x)$  لذرتين في جزيء ثنائى مع المسافة  $x$  بينهما وفقا للمعادلة :

$$V(x) = \frac{a}{x^{12}} - \frac{b}{x^6}$$

حيث  $a, b$  ثوابت موجبة ، شكل ( ٩ - ٢٠ )

أ - أوجد قيمة  $x$  عندما تكون الطاقة  $V(x)$  صفرية .

ب - ماذا تكون قيمة  $x$  لأقل طاقة ؟

ج - أوجد القوة بين الذرات ؟

د - ما هى طاقة التحلل للجزيء ؟

الحل :

أ -

$$V(x) = 0 = \frac{a}{x^{12}} - \frac{b}{x^6}$$

$$(x)_{v=0} = \sqrt[6]{a/b}$$

ب - عندما يكون :

$$\frac{d}{dx} [V(x)] = 0$$

تكون قيمة الطاقة أقل ما يمكن :

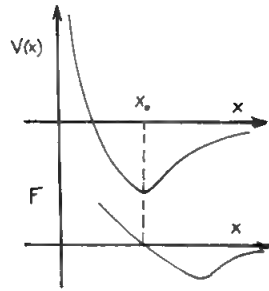
$$-\frac{12a}{x^{13}} + \frac{6b}{x^7} = 0$$

$$x = \left(\frac{2a}{b}\right)^{1/6}$$

ج - القوة بين الذرتين :

$$F = -\frac{dV}{dX}$$

$$= \frac{12 a}{x^{13}} - \frac{6 b}{x^7}$$



شكل ٩ - ٢٠

وتكون هذه القوة صفرية عندما تكون المسافة :

$$X = \left( \frac{2a}{b} \right)^{1/6}$$

أو

$$X = \infty$$

ويلاحظ أن القوة تكون موجبة ، أى أن الذرتين تتنافران قبل ،

$$X = \left( \frac{2a}{b} \right)^{1/6}$$

بينما تكون القوة سالبة بعد ذلك ، حيث تتجاذب الذرتان عند فصلهما عن بعضهما إلى

أبعد من ذلك .

د - طاقة التحلل هي الشغل اللازم لفصل الذرتين إلى مسافة لا نهائية . وتساوى :

$$D = V(\infty) - V(\min)$$

$$= 0 - \left( \frac{a}{4 a^2 / b^2} - \frac{b}{2 a / b} \right)$$

$$= \frac{b^2}{4a}$$

ويلاحظ أن الجزيء يتحلل بمجرد أن تصل طاقة حركة الذرات في قاع بئر الجهد إلى قيمة أكبر من D .

٢ - أوجد الكثافة النسبية للرص في الخلايا التكعيبية الآتية :

b . c . c ; s . c . ; f . c . c ;  
diamond

٣ - إذا كانت المسافة بين أيوني البوتاسيوم والكلور في جزيء KC هي  $2.8 \times 10^{-10} \text{ m}$  . أوجد قوة التجاذب بينهما وكذلك طاقة الموضع بالإلكترون فولط .

٤ - أثبت أنه في البنية التكعيبية متمركزة الجسم b . c . c يكون نصف قطر أكبر ذرة يمكن أن تشغل الفراغة irregular tetrahedral void هو  $0.291 R$  ، وتلك التي يمكن أن تشغل الفراغة octahedral void ، هو  $0.154 R$  حيث  $R$  نصف قطر ذرة الجسم .

٥ - أوجد كثافة السيليكون إذا كان البعد الشبكي  $5.43 \times 10^{-8} \text{ cm}$  ، وأنه يتبلور على الشكل الماسي .

٦ - المطلوب تحضير بلورة أحادية من السيليكون مع إدخال  $10^{16}$  ذرة / سم<sup>٣</sup> من الفوسفور :

أ - ماذا يجب أن يكون تركيز الفوسفور في المصهور الابتدائي لنحصل على هذا التركيز من الفوسفور في البلورة ، علماً بأن معامل التوزيع  $K_0$  بين الفسفور والسيليكون هو  $K_0 = 0.35$

ب - وإذا كانت كمية السيليكون الابتدائية في البوتقة هي  $5 \text{ Kg}$  ، فكم من الجرامات من الفوسفور يجب إضافتها ؟

الوزن الذرى للفسفور = 31

$$6.02 \times 10^{23} = \text{عدد افوجادرو}$$

الحل :

أ - اعتبر  $C_s = K_0 C_l$  أثناء نمو البلورة التركيز الابتدائى فى المصهور هو :

$$\frac{10^{16}}{0.35} = 2.86 \times 10^{16} / \text{cm}^3$$

ب - بما أن تركيز الفوسفور صغير جدا يمكن اعتبار أن :

حجم المصهور كله للسيليكون . من التمرين السابق كثافة السيليكون

$$2.33 \text{ g / cm}^3$$

$$V = \frac{5000}{2.33} \quad \text{حجم المصهور يساوى}$$

$$= 2146 \text{ cm}^3 \text{ Si}$$

$$\therefore 2.86 \times 10^{16} \times 2146 = 6.14 \times 10^{19} \quad \text{عدد ذرات الفسفور}$$

عدد الجرامات من الفسفور هى :

$$\frac{6.14 \times 10^{19} \times 31 \text{ g / mole}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atoms / mole}} = 3.16 \times 10^{-3} \text{ gm}$$

٧ - وضح بالرسم كيف يمكن تمثيل البنية التكعيبية متمركزه الجسم b c c على أنها

بنيتين تكعيبيتين بسيطتين متداخلتين . وضح بالرسم الاتجاه  $\langle 100 \rangle$  فى الشبكة .

٨ - بلورة سيليكون تسحب من المصهور ومطعمه بالبورون ( $K_0 = 0.8$ ) اذا كان

وزن السيليكون ١ كيلو جرام أوجد كم جراما من البورون يجب اضافتها ليكون تركيز

$$10^{15} / \text{cm}^3 \text{ الشوائب}$$

٩ - عند اتحاد ذرة صوديوم مع ذرة كلور لتكوين كلوريد الصوديوم تعطى ذرة



الصوديوم الكترونا لذرة الكلور . ما هو التركيب الالكتروني لكل من الايونين المتكونين ؟

١٠ - اذا علم أن البعد الشبكي لبلورة تكعيبية هو  $a = 2.62 \text{ \AA}$  ما هي الزوايا التي ينعكس شعاع من الأشعة السينية طول موجته  $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$  على المستويات : ( 210 ) , ( 100 ) , ( 110 ) , ( 111 ) , ( 200 ) .

١١ - لأكسيد الزنك بنية سداسية حيث  $a = 3.2492 \text{ \AA}$  ,  $c = 5.2069 \text{ \AA}$  وكثافته  $D = 5.73 \times 10^3 \text{ Kg / m}^3$  .

كم عدد ذرات الزنك والأكسجين تحتويها وحدة الخلية ؟

١٢ - في تجربة لاولا لحيود الأشعة السينية لمسحوق كلوريد السيزيوم  $\text{Cs Cl}$  استخدمت أشعة  $\text{Cu K}\alpha$  طول موجتها  $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$  ، ووجد أن زوايا براج لخطوط الحيود الأولى هي :

$10.72^\circ$  ,  $15.31^\circ$  ,  $18.88^\circ$  ,  $20.91^\circ$  ,  $24.69^\circ$  ,  $27.24^\circ$   
أوجد معاملات ميلر للإنعكاسات السابقة ، احسب طول البعد الشبكي  $a$  علماً بأن بلورة  $\text{Cs Cl}$  تكعيبية .

١٣ - قضيب من النيكل يحتوي 0.1% بالوزن نحاس : يراد تنقيته بطريقة الصهر النطاقي . أوجد أقصى درجة نقاء يمكن الحصول عليها وكذلك عدد مرات المرور على القضيب علماً بأن طول المنطقة المنصهرة عشر طول القضيب . (  $K = 0.5$  )

١٤ - تحتاج عملية النمو الحبيبي grain growth في مادة متعددة الحبيبات إلى طاقة تنشيط قدرها ( 30 kcal per mole ) . فإذا تمت العملية في ساعة واحدة عند الدرجة  $500^\circ \text{C}$  . ماذا يكون زمن اتمامها عند درجة الصفر المئوي ؟

١٥ - باستخدام البيانات التالية حدد اذا كانت ذرات الكربون تنوب في الحديد على صورة محلول جامد تبادلى أو تخلى . النسبة المئوية للكربون في الاشابه = 0.8 % .

البنية التركيبية . f . c . c

البعد الشبيكى  $a = 3.583 \text{ \AA}$

كثافة الاشابه  $P = 8142 \text{ K g m}^{-3}$

١٦ - يظهر منحنى الطور للنحاس - نيكل نوبانا تاما في المحلول منهما . برء محلولان من Ni - Cu تركيزهما بالوزن 80 % Ni ، 10 % Ni . أوجد درجة تركيز الطور الجامد لكل عند بدء تكوينه .

١٧ - من الجدول التالى للأوزان الذرية at . wt والبعد الشبيكى a للعناصر أوجد

كثافتها :

$\infty \text{ Fe} : \text{at . wt.} = 55.85 ; a = 2.861 \text{ \AA}$

$\text{Cu} : \text{at . wt} = 63.57 ; a = 3.608 \text{ \AA}$

$\text{Zn} : \text{at . wt} = 65.38 ; a = 2.659 \text{ \AA}$   
 $c = 4.934 \text{ \AA}$

dianond : at . wt (c) = 12.01 ;  $a = 3.560 \text{ \AA}$

١٨ - أوجد الكثافة السطحية لكل متر مربع فى المستويات التالية :

(110) in  $\infty \text{ Fe}$  ; (111) in Cu ; (110) in Cu ; (0001) in Zn

١٩ - إذا علم أن البعد بين ايونى صوديوم وكلور فى شبكية Na Cl هو

$2.81 \times 10^{-10} \text{ m}$  وأن نفاذية الفراغ  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  أوجد طاقة

الترابط للملح الطعام باعتبار أنها كولومية .

٢٠ - احسب طاقة الترابط لبلورة أيوريد الصوديوم Na I إذا علم أن مسافة أقرب جيران هي  $3.24 \text{ \AA}$  . وإذا علم أن القيمة العملية لهذه الطاقة هي  $162.3 \text{ Kcal / mde}$  أوجد طاقة التناثر .

٢١ - يتبلور الحديد عند درجات الحرارة الأقل من  $910^\circ\text{C}$  على الصورة c . c . b ، ويتحول إلى الصورة c . c . f أعلى من هذه الدرجة . إذا اعتبرنا أن نصف قطر الذرة لا يتغير في الحالتين فاحسب النسبة بين كثافتى الحديد للبنيتين .

## الباب العاشر

### الخواص الكهربائية للجوامد : Electric Properties of Solids

إذا أردنا ترتيب المواد الصلبة وتصنيفها من حيث معامل توصيله الكهربائي  $\sigma$  فإننا نجد أنواعا ثلاثة :

١ - مواد جيدة التوصيل الكهربائي وهي المواد المعدنية مثل النحاس ومعامل توصيله:

$$\sigma = 10^5 \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

٢ - أشباه موصلات مثل كبريتيد الرصاص Pb s ومعامل توصيله :

$$\sigma = 1 \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

٣ - مواد رديئة التوصيل أو عازلة كهربائيا مثل الأبونيت ومعامل توصيله :

$$\sigma = 10^{-16} \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

من قيم معاملات التوصيل السابقة يتضح مقدار التغير الضخم في الصفات الكهربائية للمواد الصلبة المختلفة .

يعتمد التوصيل الكهربائي على وجود حاملات شحنة حرة free charge carriers .

يمكن لها أن تتحرك تحت تأثير مجال كهربائي free charge carriers ، ولتفسير

الخواص الكهربائية للجوامد نبدأ أو بالحالة البسيطة للعناصر أحادية التكافؤ .

### النظرية الإلكترونية في الفلزات :

تطورت النظرية الإلكترونية للفلزات ومرت بثلاث مراحل :

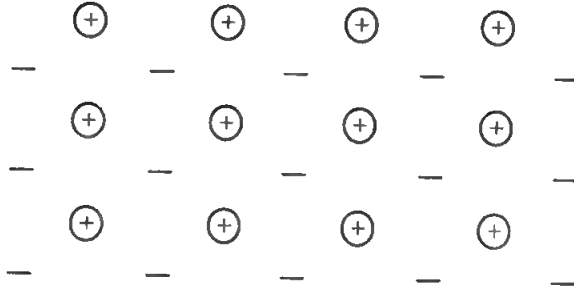
١ - النظرية الكلاسيكية للغاز الإلكتروني الحار وقد وضعها درودي ولونتز

عام ١٩٠٠ Drude & Lorentz وقد افترضوا أن الفلزات تحتوى الكثرونات حرة تخضع في حركتها للقوانين الكلاسيكية للميكانيكا .

ب - النظرية الكمية للإلكترون الحار وقد وضعها سمر فيلد Sommerfeld

عام ١٩٢٨ حيث فرض وجوب خضوع الإلكترونات الحرة فى الفلزات للقوانين الكمية quantum laws .

**ج - نظرية المناطق :** وبدأت بـ بلوخ Bloch عام ١٩٢٨ حيث اعتبرت حركة الإلكترونات فى مجال جهد دورى periodic potential field ناشىء عن الشبكة .



شكل ( ١٠ - ١ )

**الغاز الإلكتروني يتخلل الأيونات فى الشبكة :**

**١ - النظرية الكلاسيكية للإلكترون الحر**

. صور دوردى لورنتز تركيب أى فلز على أنه رصه من الأيونات الموجبة يتخللها غاز من الإلكترونات الحرة تتوزع طاقاتها حسب قانون التوزيع لماكسويل شكل ( ١٠ - ٩ ) . وقد افترضنا أن الألكترونات بالرغم من شحناتها السالبة تتصرف كجزيئات متعادلة لغاز تام . كما أهملنا وجود المجال الدورى الذى تتحرك فيه الإلكترونات والذى يرجع إلى دورية الشبكة . وبالرغم من التبسيط الشديد لهذه الفروض إلا أن النظرية حققت نجاحا فيما يأتى :-

**١ - تحقيق قانون أوم المعروف وإثباته على أساس رياضى**

**٢ - إثبات صحة العلاقة العملية المعروفة بقانون فيدمان وفرايز والتى تنص على**

أن النسبة بين التوصيل الكهربائي إلى معامل التوصيل الحرارى واحدة لكل الفلزات عند نفس درجة الحرارة .

٣ - تفسير سبب الاعتماد واللمعة فى الفلزات Luster & opacity يستطيع الإلكترون الحر التذبذب فى مجال كهرومغناطيسى ( ضوء ) ساقط عليه . تتمتع الإلكترونات الطاقة الفوتونية لجميع أطوال الامواج الساقطة ولذلك يظهر الفلز معتما وعندما تعود تلك الإلكترونات على السطح إلى مستويات طاقاتها المعتادة تنبعث نفس هذه الأمواج ثانية لتعطى لمعة الفلز .

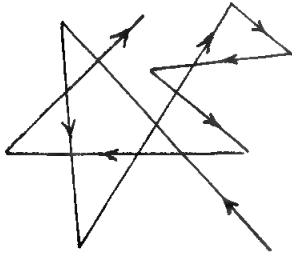
#### ظاهرة تولومان Tolman effect :

تحقق تولمان عمليا من أن الإلكترونات فى الفلز تكون حرة الحركة . فأحضر سلكا معدنيا واحد حدث فيه عجلة تسارع فجائية فوجد هناك تيارا كهربائيا يمر فيه . وتفسير ذلك أن الإلكترونات الحرة قد أُلقيت بفعل القصور الذاتى إلى ناحية من السلك وهذا يعنى حركة الشحنات داخلة ، أى مرور تيار كهربائى . وقد حسبت  $e/m$  للجسيمات التى تحدث ظاهرة تولمان فوجد أنها تطابق  $e/m$  للإلكترونات .

#### التوصيل الكهربائى وقانون أوم :

اعتبر تأثير مجال كهربائى  $x$  على غاز من الإلكترونات الحرة كثافتها  $n$  لوحدة

الحجوم.



شكل ١٠ - ٢

تتحرك الإلكترونات حركة عشوائية . وفى حالة عدم وجود المجال تكون محصلة السرعة الإزاحية drift velocity تساوى صفرا ، حيث إن عدد الإلكترونات التى تتحرك فى اتجاه ما تساوى تماما العدد الذى تحرك فى عكس هذا الاتجاه ، شكل ( ١٠ - ٢ )

زمن الإرخاء  $\tau$  relaxation time يعرف بأنه متوسط الزمن الذى يأخذه الإلكترون ليقطع مسار حر أى  $\lambda$  إذا كانت  $C$  هى متوسط السرعة الجزيئية للإلكترون تكون :

$$\tau = \frac{\lambda}{C}$$

وتتوقف قيمة زمن الإرخاء على عوامل التشتيت لإلكترونات التوصيل فى الموصل .  
يؤثر وجود المجال الكهربائى على كل إلكترون بقوة  $F$  تسبب رزاحته عن موضعه ،  
ولتكن السرعة الإزاحية  $v$  drift velocity وهى فى عكس اتجاه المجال .  
فى حالة الاستقرار ، أى عند استمرار التأثير بالمجال الكهربائى ، نفرض أن السرعة  
الإزاحية هى  $V$  . تكون عجلة تسارع الإلكترونات عندئذ تساوى صفرا أى أن :

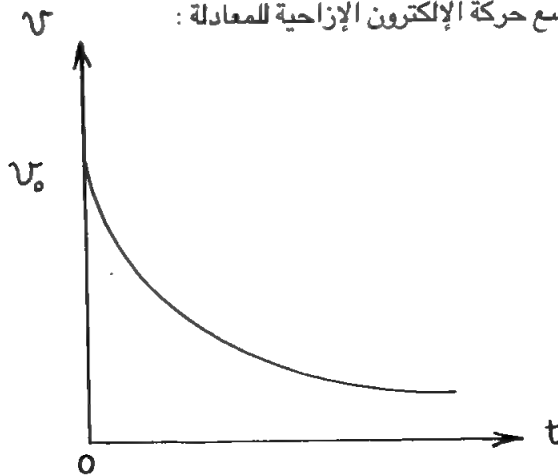
$$\frac{dv}{dt} = 0$$

**معادلة الحركة للإلكترون عند بدء التأثير عليه بمجال هى :**

$$m \left( \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} \right) = F$$

عند إزالة المجال تتناقص السرعة الإزاحية  $V$  للإلكترونات حتى تصل للصفر شكل

( ١٠ - ٣ ) وتخضع حركة الإلكترون الإزاحية للمعادلة :



شكل ( ١٠ - ٣ )

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$$

وحل هذه المعادلة يعطى سرعة الإلكترون إزاحيا  $V(t)$  بعد زمن  $t$  من لحظة إزالة المجال الكهربائي :

$$\therefore v(t) = v_0 \exp - t/\tau$$

وعندما يكون تأثير المجال متصلا فإن معادلة الحركة المنتظمة للإلكترون أثناء انتقاله إزاحيا فى المجال هى :

$$m = \frac{v}{\tau} = F$$

ولكن القوة المؤثرة على الإلكترونات تساوى :  $F = X e$

$$\therefore v = \frac{X e \tau}{m}$$

تعطى هذه المعادلة السرعة الإزاحية المنتظمة للإلكترون فى المجال  $X$  .

**تعريف : الحركة الإزاحية**  $\mu_D$  **The Drift mobility** :

تعرف الحركة الإزاحية  $\mu_D$  بأنها السرعة الأزاحية المنتظمة لكل وحدة مجال كهربائي، أى أنها :

$$\mu_D = \frac{v}{X} = \frac{e\tau}{m}$$

وتعرف **الكثافة التيارية**  $J$  electric current density

بأنها الشحنة الكهربائية التى تمر عموديا فى وحدة المساحات فى وحدة الزمن . أى أن:

$$J = n e v$$

حيث  $n$  عدد الإلكترونات لوحدة الحجم ،  $e$  شحنة الإلكترون ، وفى حالة الاستقرار أى عند ثبوت التيار يكون :



$$J = \frac{ne^2\tau}{m} X$$

وتظهر هذه المعادلة تناسبا بسيطا بين شدة التيار  $J$  . وشدة المجال الكهربائي  $x$  وهو ما ينص عليه قانون أوم المعروف .

من المعادلة السابقة يكون معامل التوصيل الكهربائي  $\sigma$  هو :

$$\sigma = \frac{J}{x} = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2\lambda}{mc}$$

وبتطبيق نظرية الحركة للغازات التامة على الغاز الإلكتروني الحرفان طاقة الإلكترون  $E$  هي :

$$E = 1/2 m C^2 = 3/2 K T$$

حيث  $C$  هي السرعة الجزيئية ، للإلكترون . وقد اعتبرنا أن لكل درجة من درجات الحرية للإلكترون طاقة تساوي  $1/2 K T$  ، كما ينص عليها قانون تساوى توزيع الطاقة .  
يصبح معامل التوصيل :

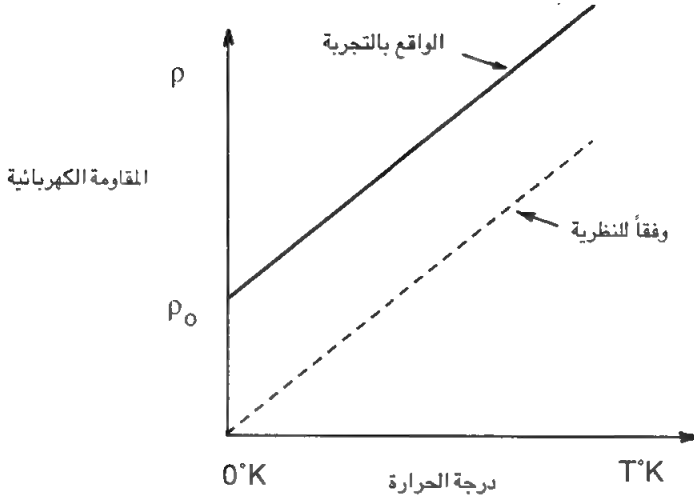
$$\sigma = \frac{\lambda n e^2 C}{3 K T}$$

وتعطى هذه المعادلة تغير التوصيل الكهربائي بدرجة الحرارة  $T$  فتزداد المقاومة الإلكترونية بزيادة درجة الحرارة .

وعلى حسب النظرية السابقة فإننا إذا اخترنا شبيكة مثالية تامة يكون توصيلها الكهربائي عند درجة الصفر المطلق لا نهائيا (  $\sigma \propto 1/T$  ) ومقاومتها تساوى صفرا . ولكن التجربة تثبت أنه عند درجة الصفر المطلق لا تؤهل مقاومة أى بلورة إلى الصفر ولكن يكون لها قيمة محددة  $\rho_0$  ، شكل ( ١٠ - ٤ ) ويعود وجود هذه المقاومة عند الصفر المطلق إلى وجود شوائب وأخطاء شبيكة فى الترتيب البلورى مما يسبب تشتيت بعض إلكترونات التوصيل ، وهذا يؤدي إلى ظهور هذه المقاومة .

## التوصيل الحرارى للغاز الإلكتروني الحر

يعتمد التوصيل الحرارى فى الفلزات على انتقال طاقة الحركة للإلكترونات الحرة .  
فإذا اعتبرنا قطعة من فلز ذات سطحين متوازيين ، ورفعت درجة حرارة أحد الأوجه بالنسبة  
للآخر تنتقل الطاقة بواسطة الإلكترونات ، وينتج عن ذلك ظاهرة التوصيل الحرارى .



شكل ( ١٠ - ٤ )

باعتبار أن الغاز الإلكتروني يخضع لقوانين الغازات التامة ، وبتطبيق قانون التوصيل  
الحرارى للغازات نحصل على :

$$K = 1/2 n c \lambda k$$

حيث  $n$  هو عدد الإلكترونات فى وحدة الحجم من الغاز الإلكتروني  $C$  سرعة الضوء ،  
 $\lambda$  متوسط طول المسار الحر للإلكترون. انظر الباب الثالث - معامل التوصيل الحرارى لغاز

قانون فيدمان وفرانز : Wiedemann - Franz Law

اكتشف فيدمان وفرانز عملياً أن النسبة بين معامل التوصيل الكهربائى إلى معامل

التوصيل الحراري ثابتة لجميع الفلزات ، ثم جاء بعدهما لورنتز Lorentz فحدد قانون فيدمان وفرانز ليشمل درجة الحرارة أيضا .

إذ وجد أن النسبة  $\frac{k}{\sigma}$  تتناسب طرديا مع درجة الحرارة المطلقة .

ويمكن الوصول إلى هذه النتائج العملية نظريا باستخدام نظرية الإلكترون الحر . مما سبق :

$$\sigma = \frac{\lambda n e^2 c}{3 k T}$$

&

$$K = 1/2 \lambda n c k$$

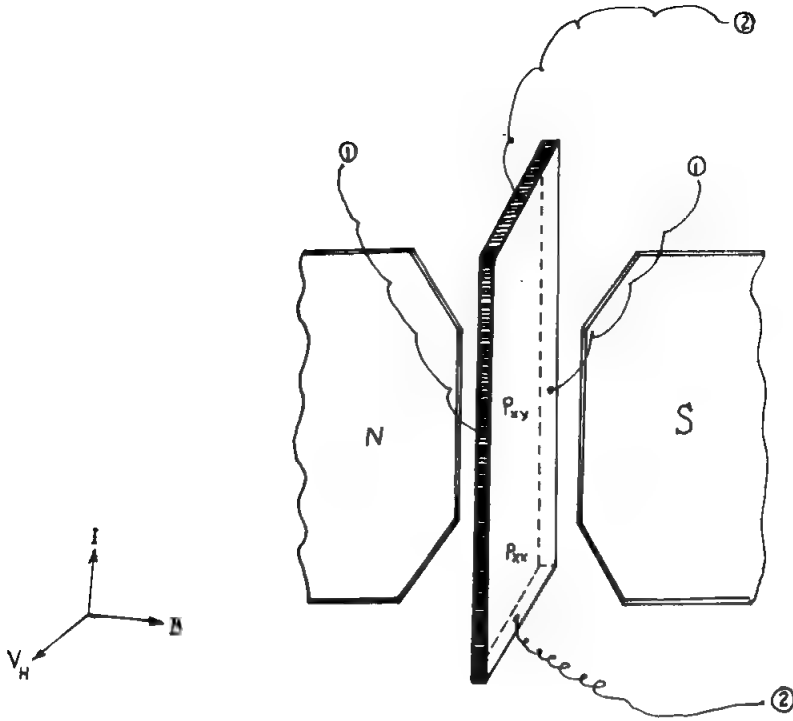
بقسمة المعادلتين نحصل على :

$$\frac{K}{\sigma} = 3/2 \left( \frac{K}{e} \right)^2 T$$

عندما تكون درجة الحرارة T ثابتة تكون النسبة  $K / \sigma$  أيضا ثابتة ، وهذا هو قانون فيدمان وفرانز . كما أن رفع درجة الحرارة يسبب زيادة  $K / \sigma$  زيادة طردية وهذا هو تعديل لورنتز .

### ظاهرة هول Th Hall effect :

إذا وضع موصل كهربائي في مجال مغناطيسي  $H_z$  وكان يمر فيه تيار كهربائي  $J_x$  بحيث يكون التيار والمجال متعامدين ، يتولد جهد كهربائي عمودي على كل من اتجاه التيار والمجال .



شكل ( ١٠ - ٥ ) ظاهرة هول

(1) ... (1) جهد هول  $V_H$  Hall voltage

$$\rho_{xy} = \frac{V_1}{I}$$

(2) ... (2) Pot-differece

فرق الجهد  $V_R$  on sample

$I$  شدة التيار المار فى العينة

$$\rho_{xx} = \frac{V_2}{I}$$

وتفسير ذلك هو أن التيار الكهربائى عبارة عن تيار من الإلكترونات تتحرك بسرعة ازاحية  $V_x$  ويسبب وجود المجال العمودى انحراف هذه الإلكترونات فتتراكم على الوجه الاسفل للعينة مما يسبب تولد مجال كهربائى تتزايد شدته حتى يعادل تأثير المجال المغناطيسى الحارف للإلكترونات ويسمى الفرق فى الجهد على سطحى الشريحة المتقابلين بجهد هول Hall voltage .

والتعبير عن ظاهرة هول رياضيا نفرض أن التيار المار في شريحة الفلز هو  $J_x$  في اتجاه  $X$  ، وأن المجال المغناطيسي المؤثر  $H_z$  في اتجاه  $z$  انظر شكل ( ١٠ - ٥ ) .  
إذا كانت  $e$  هي شحنة الإلكترون بالكولوم ( وحدات e.m.u ) فإن القوة  $\vec{F}$  التي تؤثر على الإلكترونات تعطى بالمعادلة :

$$\vec{F} = e \vec{E} + e \vec{v} \times \vec{H}$$

بما أن حركة الإلكترون في اتجاه  $x$  تكون مركبة القوة في اتجاه  $Y$

$$F_y = e \left( E_y - \frac{v_x H_z}{c} \right)$$

وتصبح هذه القوة مساوية للصفر ، عندما يتزن تأثير المجال المغناطيسي مع المجال الكهربائي  $E_y$  الناتج عن انحراف الإلكترونات .

$$\therefore 0 = e E_y - \frac{e v_x H_z}{c}$$

$$E_y = \frac{1}{c} \cdot H_z \cdot v_x$$

$$J_x = n e v_x$$

الكثافة التيارية  $J_x$  تعطى بالمعادلة

$$\therefore E_y = \frac{J_x \cdot H_z}{n e c}$$

ويعرف معامل هول Hall coefficient  $R_H$  بأنه المجال الكهربائي المستعرض الذي ينتج عن مرور تيار شدته الوحدة عندما تكون شدة المجال المغناطيسي المؤثر هي الوحدة أى أن :

$$\therefore R_H = \frac{E_y}{J_x \cdot H_z} = \frac{1}{n e c}$$

وإذا كان الفرق في الجهد  $V$  على العينة ذات السمك  $t$  فإن معامل هو يصبح :

$$R_H = \frac{V / t}{J_x \cdot H_z}$$

ويمكن قياس كل هذه المقادير عمليا .

ويلاحظ أن قيمة  $RH$  تكون سالبة أو موجبة على حسب نوع حامل الشحنات في

الموصل ، إلكترونات أو فجوات موجبة electrons or positive holes

ويعرف معامل الحركة لهول  $\mu_H$  Hall mobility :

على أنه معامل هول مضروباً في معامل التوصيل الكهربائي  $\sigma$

$$\therefore \mu_H = RH \cdot \sigma$$

وقد وجد أن قيمة  $RH$  للفلزات المعتادة حوالي  $10^{-10}$  e.s.u. ، وأنها أكبر كثيراً في

حالة أشباه الموصلات حيث أن  $n$  لها أصغر كثيراً عنها في حالة الفلزات .

عندما يكون  $RH$  سالبا يكون التوصيل بواسطة الإلكترونات ويسمى  $n$ -type

conductivity وعندما يكون  $RH$  موجبا يكون التوصيل بواسطة الفجوات الموجبة ويسمى

عندئذ  $p$ -type .

### أثر هول الكمي المتكامل Integral Quantum Hall Effect

في عام ١٩٨٥ حصل فون كليتزنج على جائزة نوبل لاكتشافه أثر هول الكمي

المتكامل. من المعروف أن النسبة بين فرق الجهد على العينة إلى التيار المار بها تسمى

بمقاومة هول ، وذلك في أثر هول المعتاد حيث تزداد المقاومة طردياً مع شدة المجال

المغناطيسي المؤثر .

وجد كليتزنج أن مقاومة هول في بعض مناطق المنحنى ، بينها وبين شدة المجال

المغناطيسي ، وجد أن المقاومة لا تتغير وتظل ثابتة بالرغم من تزايد شدة المجال كما مبين

بشكل ( ١٠ - ٦ ) . وأن مقاومة هول في تلك المناطق تساوي  $(h/n e^2)$  حيث  $h$  هو ثابت

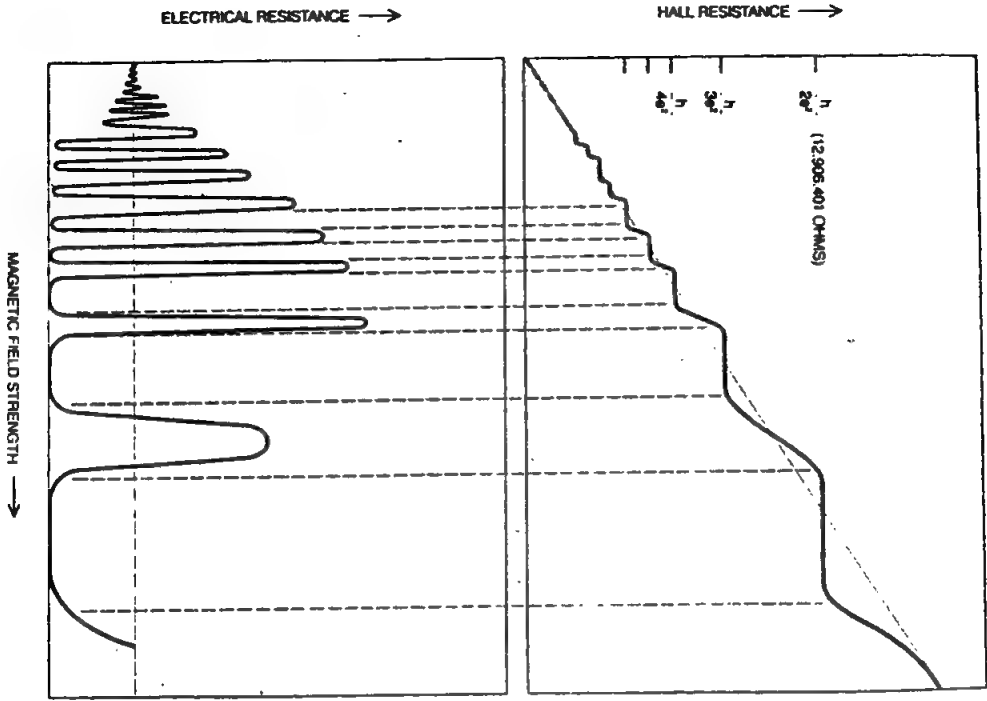
بلانك ،  $e$  شحنة الإلكترون ،  $n$  عدد صحيح يأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... .

كما وجد كليتزنج أن المقاومة الكهربائية تتلاشى تماماً عند مناطق ثبوت مقاومة هول .

شكل ( ١٠ - ٦ ) أثر هول الكمي . تظل مقاومة هول ثابتة في بعض المناطق لا تتغير

مع زيادة المجال المغناطيسي ويقابلها تماماً تلاشي المقاومة الكهربائية . وعند كل ثبوت لمقاومة

هول تساوى قيمتها ثابت بلانك مقسوما علي عدد صحيح مضروباً في مربع شحنة الإلكترون  
 $(h / n e^2)$



شكل ( ١٠ - ٦ )

### أثر هول الكمى الجزئى Fractional Quantum Hall effect :

بعد اكتشاف أثر هول الكمى المتكامل وجد أنه بزيادة شدة المجال المغنطيسى  
 زيادة يظهر تركيب دقيق فى منحنى المقاومة وشدة المجال . فنبعد أن كانت قيم المقاومة فى  
 مناطق الثبوت تعطى بالمعادلة  $\rho_{xy} = h / n e^2$  حيث  $n$  هو عدد صحيح يعبر عن مستويات  
 اللف الإلكترونى ، وجد أن  $n$  تأخذ قيما كسريه صحيحه rational fractions حيث تتلاشى  
 ايضا قيم المقاومة الكهربية  $\rho_{xx}$  . وقد ظهر أثر هول الكمى الجزئى بعد أن امكنا الوصول  
 إلى مجالات مغنطيسية تفوق ١٠٠ كيلو جاوس . ويتشابه أثر هول الكمى الجزئى والمتكامل  
 من جميع النواحي سوى فى أن العدد الكمى  $n$  يستبدل بالعدد الكمى  $f = p / q$  حيث لا  
 قيود على قيمة  $p$  وأن كانت قيمة  $q$  دائما فردية . وتصبح بذلك مقاومة هول

$$\rho_{xy} = h / f e^2$$

وهذا يعنى أن أثر هول الكمى الجزئى يتميز بمتابعه من الحالات الكمية تعرفها اعداد

كمية كسرية  $f = p / q$  مثل  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{4}{3}$  ،  $\frac{5}{3}$  وقد ظهرت مثل هذه الحالات

عمليا بزيادة شدة المجال المغنطيسى ولكن عند المجالات الصغيرة نسبيا ( أقل من ٥٠ كيلو جاوس ) يختفى التركيب الدقيق لأثر هول الكمى ويظهر فقط أثر هول الكمى المتكامل حيث تتلاشى تماما المقاومة الكهربائية  $\rho_{xx}$  عند ثبوت مقاومة هول  $\rho_{xx}$  مع زيادة شدة المجال المغنطيسى .

هــبـا بـرـهـمـ (الـفـيزيـا)

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)



## مسائل وتمارين علي الباب العاشر

١ - اذكر ست خواص فيزيائية ، وشرح ارتباطها بنظرية الإلكترون الحر لدروبي دلورنتز .

٢ - أثبت أن العلاقة بين متوسط طول المسار الحر للإلكترون وبين حركيته  $\mu$  هي :

$$\mu = e \lambda / m c$$

حيث  $m$  كتلة الإلكترون ،  $c$  سرعة الضوء .

٣ - إذا كانت حركية الإلكترونات في السيليكون هي 1500 أوجد معامل توصيله علما بأن الكثافة الإلكترونية في منطقة التوصيل هي  $10^{15}$  لكل سم<sup>٣</sup> .

٤ - معامل التوصيل الكهربائي للصدويوم عند درجة ٢٧° م هو  $2.17 \times 10^7$  أوم<sup>-١</sup> متر<sup>-١</sup> . فإذا كانت النسبة بين الكتلة الفعالة إلى الكتلة الحرة للإلكترون في الصدويوم هي  $m^* / m_e = 1.2$  أوجد :

١ - زمن الإرخاء عند درجة 27 °C

٢ - متوسط طول المسار الحر  $\lambda$  عند درجة 27 °C

٣ - السرعة الإزاحية  $v_x$  في مجال قدره 100 volt / m

٥ - معامل الحركية لهول في الصدويوم هو  $0.0053 \text{ m}^2 / \text{volt.s}$  و  $\mu$  ومعامل

هو  $R_H = - 2.5 \times 10^{10}$  فولط متر<sup>٢</sup> / امبير و بر عند درجة حرارة الغرفة . أوجد معامل التوصيل الكهربى للصدويوم .

٦ - أوجد زمن الإرخاء لاستطارة الإلكترونات فى الجرمانيوم عند درجة حرارة الغرفة إذا علم أن الكتلة الفعالة للإلكترون  $m^* = 0.2 m_e$  والحركية للإلكترونات  $\mu_e = 0.36 \text{ m}^2 / \text{V} \cdot \text{sec}$ .

وإذا كانت السرعة الحرارية عند درجة الغرفة هي  $10^5 \text{ m/s}$  ما هي متوسط المسافة الذى يقطعها الإلكترون بين تصادمين . قارن هذه المسافة بالبعد الشبكي .

٧ - طعمت عينة من السيليكون بعدد  $10^{17}$  ذرة فوسفور لكل سم<sup>٣</sup> . ماذا تكون مقاومته النوعية ؟ أوجد فلطيه هول لعينه منه سمكها  $100 \mu\text{m}$  ويمر بها تيار  $I_x = 1 \text{ m A}$  موضوعة فى مجال مغنطيسى  $1 \text{ K G} = 10^{-5} \text{ wb/cm}^2$ .

٨ - الكترون توصيل فى السيليكون موصليته  $\mu = 1350 \text{ cm}^2 / \text{V-sec}$  له طاقة حرارية  $E = \frac{1}{2} m_0 v_{th}^2 = R T$  حيث  $v_{th}$  هي السرعة الحرارية للإلكترون . وضع هذا الإلكترون فى مجال كهربائى شدته  $100 \text{ v/cm}$  أثبت أن السرعة الإزاحية للإلكترون صغيرة بالنسبة للسرعة الحرارية . ثم كرر فى حالة مجال كهربائى  $10^4 \text{ V/cm}$  باستخدام نفس الحركية  $\mu$  . علق على النتيجة فى الحالتين .

٩ - وضعت عينة الجرمانيوم فى مجال مغنطيسى  $5 \text{ K G}$  وتمرر تيار  $2 \text{ m A}$  وكانت أبعاد العينة هي :  $L = 2.5 \text{ m m}$  ;  $W = 0.25 \text{ m m}$  ;  $t = 50 \mu\text{m}$  . وجد أن فرق الجهد على طول العينة  $85 \text{ m V}$  وفرق الجهد على عرض العينة  $1.25 \text{ m V}$  .

١٠ - أوجد النسبة بين مقاومه هول إلى المقاومة الكهربائية للعينة .

٢ - أوجد نوع وتركيز حاملات الشحنة وكذلك حركيتها

(  $1 \text{ K gauss} = 10^{-5} \text{ wb/cm}^2$  )

١٠ - أوجد معامل التوصيل للسيليكون الذي يحتوى على  $10^{15} / \text{cm}^3$  من الثقوب عند درجة حرارة الغرفة . حركية السيليكون تساوى  $1500 \text{ cm}^2 / \text{V.s}$  .

هشام يوسف الربيعي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## الباب الحادى عشر

### النظرية الكمية للإلكترون الحر :

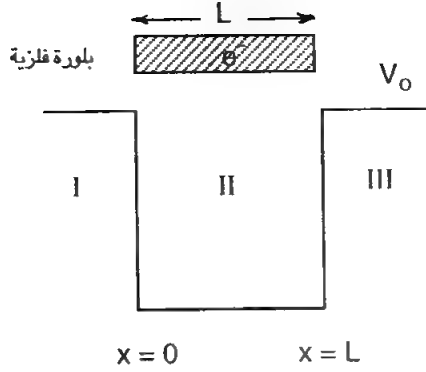
#### Sommerfeld Quantum free electron theory

تعود فشل النظرية الكلاسيكية للغاز الإلكتروني الحر فى تفسير القيم المقاسة للسعة الحرارية heat capacity والقابلية المغناطيسية magnetic susceptibility للفلزات إلى الفرض الأساسى فى النظرية بأن الإلكترونات تشبه الغاز التام ، وتتبع إحصائيا إحصاء ماكسويل وبولتزمان ، حيث يمكن لأى عدد من الإلكترونات أن يكون على نفس مستوى الطاقة .

وهذا ما لا يسمح به مبدأ باولى Exclusion principle ، الذى ينص على أن كل مستوى من مستويات الطاقة يشغله إلكترونان فقط  $S = \pm 1/2$  .  
لذلك أدخل سومر فيلد المبدأ الكمى على نظرية الإلكترون الحر الكلاسيكية ، وقد تمكن بذلك تفسير المزيد من الحقائق العلمية المعروفة عمليا ، وإن لم تستطع هذه النظرية تفسير تلك الفروق الكبيرة فى معاملات توصيل المواد المختلفة .

### الغاز الإلكتروني الكمى : The quantum electron gas

اعتبر بلورة فلزية شكل ( ١١ - ١ ) . تكون طاقة الجهد للإلكترون فى كل مكان بداخلها واحدة وتساوى صفر . يمنع سطح البلورة خروج أى إلكترون حر من داخلها ، وذلك لوجود حاجز جهد مرتفع وليكن ارتفاعه  $V_0$  .  
معادلة شرودنجر للإلكترون بداخل البلورة أى الساقط فى بئر الجهد ذو الارتفاع  $V_0$  هى :



شكل ( ١١ - ١ )

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2mE}{h^2} \Psi = 0$$

الحل العام لهذه المعادلة يعطى الدالة الموجية  $\Psi$  للإلكترون داخل الفلز ، أى داخل بئر الجهد فى المنطقة II على الصورة :

$$\Psi = A \sin \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \cdot x + B \cos \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \cdot x$$

أما فى خارج البلورة ، وإذا لم يكن ارتفاع بئر الجهد  $V_0$  كبيراً فيجوز حدوث ظاهرة الإنفاق Tunnel effect كما فى ميكروسكوب المجال الأيونى وتكون الدالة الموجية على الصورة :

$$\Psi_{III} = C e^{-\frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(V_0-E)} \cdot x}$$

$$\Psi_I = D e^{\frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(V_0-E)} \cdot x}$$

حيث  $L$  هو بعد البلورة crystal dimension . ويتطبيق شروط الحدود boundary

: condition

$$\Psi = 0 \text{ at } x = 0 \text{ \& } x = L$$

نحصل على :

$$\Psi_L = A \sin \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \cdot L$$
$$= 0$$

وتتحقق هذه المعادلة عندما يكون :

$$\frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \cdot L = n\pi$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

وبذلك يكون للإلكترون الحر داخل البلورة مستويات للطاقة تحددها :

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} \cdot n^2$$

عندما تكون  $L$  كبيرة فإن مستويات الطاقة تكون قريبة جدا من بعضها . فمثلا إذا

كان  $L = 1 \text{ cm}$  فإن الفرق بين مستويين متتاليين للطاقة الإلكترونية يكون  $3.5 \times 10^{-19} \text{ eV}$

إذا اعتبرنا بلورة مكعبة طول ضلعها  $L \text{ cm}$  تكون الدالة الموجية بداخلها هي :

$$\Psi = A \sin \frac{nx\pi}{L} \cdot x \sin \frac{ny\pi}{L} \cdot y \sin \frac{nz\pi}{L} \cdot z$$

وتكون مستويات الطاقة الإلكترونية هي :

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

مما سبق يتضح أن طاقة الإلكترون الحرة داخل أي فلز لا تأخذ أي قيمة ، كما تنص

عليها النظرية الكلاسيكية .

وبتطبيق مبدأ باولي وعدم إمكان وجود أي إلكترونين لهما نفس الأعداد الكمية الأربعة ،

لذلك فإن كل مستوى للطاقة لا يشغله سوى إلكترونين مغزليهما متعاكسين opposite spin .

ولهذا السبب أصبح إحصاء ماكسويل وبولتزمان غير صالح للتطبيق على حالة

إلكترونات الفلز ، ويجب تطبيق الإحصاء الكمي بدلا منه .

الإحصاء الكمي Quantum statistics :

إحصاء بوز واينشتين وغيرمى ديراك Fermi Driac and

Bose - Einstein statistics

نستخدم هنا أيضا فراغ الطور ذا الأبعاد  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$

وقد استبدلنا بالسرعات ومركباتها كمية الحركة  $p = m v$  يكون حجم الخلية الصغيرة

element of volume في هذا الفراغ هو :

$$H = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$$

انظر شكل ( ١١ - ٢ )

باستخدام الميكانيكا الكلاسيكية فإن مكان وكمية حركة أى جسيم يمكن تحديدهما

بأى درجة من الدقة ، وذلك يمثله نقطة هندسية في فراغ الطور .

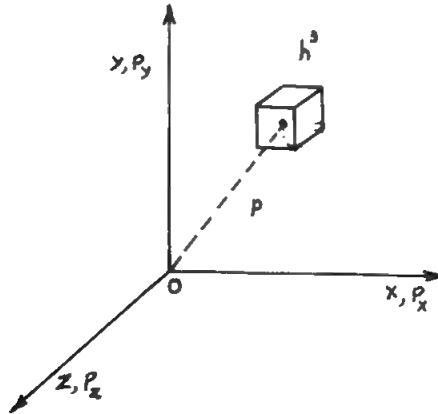
أما إذا أدخلنا الميكانيكا الكمية quantum mechanics ، فإنه يوجد حد للـ limit للدقة

في تحديد المكان وكمية الحركة معا ، وهو ما يمليه مبدأ عدم التحديد لهيزنبرج .

أصغر حجم في فراغ الطور يمكن لنا أن نجزم بأن الجسيم موجود بداخله هو  $h^3$

حيث  $h$  هو ثابت بلانك .

ويستنتج ذلك مباشرة باستخدام مبدأ هيزنبرج :



شكل ( ١١ - ٢ )

$$\Delta x \Delta p_x = h$$

$$\Delta y \Delta p_y = h$$

$$\Delta z \Delta p_z = h$$

نطلق لفظ غرفة أو حجرة compartment على الحجم  $h^3$  ، للتمييز بينه وبين الخلية Cell ذات الحجم  $H$  وهو حجم اختياري ، ويشترط فيه فقط أن تكون أبعاده صغيرة بالنسبة لأبعاد المجموعة xyz وكمية حركة الجسيمات  $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$   $P_x P_y P_z$

$$n = \frac{H}{h^3} = \text{عدد الغرف في الخلية}$$

$N_i =$  عدد النقاط في فراغ الطور داخل الخلية  $i$

تحدد مثل الأعداد  $N_i$  في الخلايا المختلفة الحالة الماكروية للمجموعة ، وبالتالي خواصها المحسوسة .

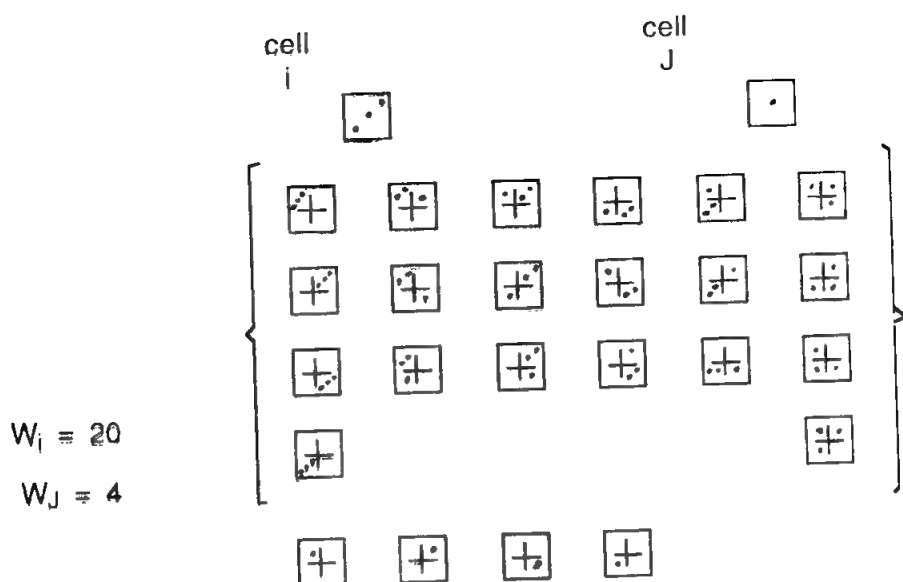
في إحصاء ماكسويل وبولتزمان تتغير الحالة الميكروية بتبادل عدد من النقاط بنفس العدد بين خليتين ، ولكن ذلك لا يؤثر على الحالة الماكروية ، شكل ( ١١ - ٣ ) وتغيير الحالة الميكروية يفرض أن يكون لكل نقطة شخصيتها الذاتية .

« وهذا هو ما نلغى وجوده في الإحصاء الكمي »

إذ لا يوجد معنى من وراء التمييز بين جزئ وآخر في غاز وفرض شخصية ذاتية لكل . لذلك فإننا نعرف الجزيئات بنقط في فراغ الطور وليس بحروف a b c كما سبق في إحصاء ماكسويل وبولتزمان ، وهذا هو التعديل الأول في الإحصاء الكمي وتطبيقه يعطى إحصاء بوز واينشتين Bose - Einstein statistics ، أما التعديل الثاني فيأتى بسبب وجود قيد يضعه مبدأ باولي على عدد النقاط التي يمكن أن تشغل كل حجرة كما هو الحال بالنسبة للإلكترونات ( اثنين  $S = \pm 1/2$  في كل غرفة ) وتطبيق هذا الشرط أيضا يعطى إحصاء فيرمي وديراك :

Fermi - Dirac statistics





شكل ( ١١ - ٢ )

### إحصاء بوز - إينشتين :

ينطبق على الجسيمات التي لا تخضع لمبدأ باولي مثل الفوتونات والجسيمات التي لها دالة موجيه متماثلة Symmetric wave function ، ولذلك يمكن لأى عدد من النقط أن تشغل أى حجرة فى الخلية .

### اعتبر المثال التالى :

نفرض أن لدينا أربعة غرف فى كل خلية Cell وأن هناك خليتين فقط وأربعة نقط (كالمثال الذى أوردناه عند الكلام عن إحصاء ماكسويل وبولتزمان) .

بإهمال الشخصية الذاتية لكل نقطة ( فى إحصاء ماكسويل عرفنا النقطة بالحروف a b c .. لإعطائها شخصيات ذاتية ) نجد أن هناك عدد ٢٠ طريقة مختلفة لترتيب ٢ نقط

فى الخلية  $i$  وعدد  $4$  أربعة طرق لترتيب نقطة واحدة فى الخلية  $j$  ، وهذا يعنى وجود احتمال ديناميكى حرارى لكل خلية يساوى عدد الطرق التى يمكن بها ترتيب النقاط فى الخلية .

إذا كان  $W_i$  &  $W_j$  هما الاحتمالين فى الخليتين  $i$  &  $j$  فى هذا المثال و  
 $W_i = 20$  ;  $W_j = 4$

ويكون بذلك الإحتمال الديناميكى الحرارى للحالة الماكروئية التى يمثلها ٣ نقط فى الخلية  $j$  ونقطة واحدة فى الخلية  $i$  هى :

$$W = W_j \cdot W_i = 20 \times 4 = 80$$

وواضح أن هذه القيمة تختلف تماما عن  $W = 4$  التى حصلنا عليها للحالة الماكروئية ٣ : ١ فى إحصاء ماكسويل وبولتزمان .

وفى الحالة العامة عندما يكون هناك أى عدد من الخلايا يكون الاحتمال الديناميكى الحرارى هو :

$$W = \prod W_i$$

حيث المضروب  $\prod$  يشمل جميع الخلايا فى فراغ الطور .

العلاقة بين  $N_i$  ,  $W_i$  :

نفرض أننا نرقم الحجرات فى الخلية بالأرقام ١ , ٢ , ٣ , ٤ , ... إلى  $n$  ونقط الطور phase point بالحروف  $a, b, c, \dots$  إلى  $N_i$  إذا أخذنا مثلا الخلية  $i$  يمكن أن تكون النقاط فى حجراتها كما يأتى :

1 a b	2 c	3	4 d e f
-------	-----	---	---------

شكل ( ١١ - ٤ )

الخ . . . . .

العدد المكتوب أولا يبين رقم الحجرة .

أولا : بما أن هناك عدد  $n$  حجرات ، لذلك فيوجد  $n$  طريقة لترتيب أرقام الحجرات

دون تغيير فى ترتيب الحروف cba .

**ثانيا :** عدد التباديل التى يمكن بها ترتيب  $n$  عدد و  $N_i$  نقطة ، بحيث يبدأ الترتيب

دائما برقم الحجرة هو :  $(n + N_i - 1) !$

« وضع « ١ - » هنا لوجوب بدء الترتيب برقم دائما »

∴ عدد الطرق المختلفة التى يمكن ترتيب بها الاعداد والنقط هى

$$n (n + N_i - 1) !$$

**ثالثا :** يتكرر حدوث بعض هذه الترتيبات بين عدد  $n$  حجرات فمثلا كما فى شكل

(١١-٥):

$$\boxed{1 \ a \ b} \quad \boxed{2 \ c} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4 \ d \ e \ f} \quad (i)$$

$$\boxed{3} \quad \boxed{4 \ d \ e \ f} \quad \boxed{2 \ c} \quad \boxed{1 \ a \ b} \quad (ب)$$

شكل (١١ - ٥)

الترتيب (أ) هو بعينه الترتيب (ب) ويعطى نفس الحالة الميكرونية .

لذلك نتفادى التكرار لنفس الحالة بالقسمة على  $n !$

**رابعا :** بما أن الحروف  $a ; b ; c$  كلها متماثلة ولا فرق بينها ، لذلك فإن  $N_i$  حرفا

يمكن أن تترتب فى الخلية بعدد من الطرق يساوى  $N_i !$  ، وتعطى جميعا نفس الحالة

الميكرونية .

لذلك نتفادى التكرار لنفس الحالة بالقسمة على  $N_i !$  .

∴ عدد الحالات الميكرونية الغير متكررة =

$$\frac{n (n + N_i - 1) !}{n ! N_i !}$$

أى أن الاحتمال الديناميكي الحرارى فى الخلية  $i$  هو :

$$W_i = \frac{(n + N_i - 1)!}{(n - 1)! N_i!}$$

« وضعنا هنا  $n! = n(n-1)!$  »

$n = 4$  . ويتطبيق ذلك فى المثال المعطى حيث :

$$N_i = 3, N_j = 1$$

نجد أن :

$$W_i = \frac{(4 + 3 - 1)!}{(4 - 1)! 3!} = \frac{6!}{3! 3!} = 20$$

$$W_j = \frac{(4 + 1 - 1)!}{(4 - 1)! 1!} = \frac{4!}{3! 1!} = 4$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالعد البسيط .

أخيرا وبما أن كل حالة ميكرونية للخلية  $i$  يمكن أن يقابلها أى حالة ميكرونية للخلية  $j$  .

لذلك يكون عدد الحالات الميكرونية لجميع الخلايا وهو الاحتمال الديناميكى الحرارى

للمجموعة هو :

$$W = \prod W_i = \prod \frac{(n + N_i - 1)!}{(n - 1)! N_i!}$$

**دالة التوزيع لبوز وإينشتين :**

حالة الاستقرار أو الاتزان نحصل عليها عندما يكون الإنشروبيا  $S$  أكبر ما يمكن .

ولكن  $S = k \ln W$  يكون إذاً شرط الاتزان هو :

$$\delta \ln W = 0$$

$$\therefore \ln W = \sum (\ln (n + N_i - 1)! - \ln (n - 1)! - \ln N_i!)$$

وباستخدام تقريب ستيرلنج ( $\ln N! = N \ln N - N$ ) وبإهمال العدد ١ فى المعادلة

بالمقارنة بالأعداد الكبير  $n$  &  $N_i$  نحصل على :

$$\ln W = \sum (N_i + n) \ln (N_i + n) - n \ln n - N_i \ln N_i !)$$

ویمفاضلة المعادلة :

$$\therefore \delta \ln W = \sum \left[ \ln \frac{n + N_i}{N_i} \right] \delta N_i = 0$$

وباعتبار أن الطاقة الكلية للمجموعة ثابتة ، وكذلك عدد الجسيمات يكون :

$$\delta N = \sum \delta N_i = 0$$

$$\delta U = \sum W_i \delta N_i = 0$$

وبضرب المعادلة الأولى في  $-\ln B$

والمعادلة الثانية في  $-\beta$

وبالجمع مع معادلة  $\delta \ln W = 0$  نحصل على :

$$\sum \left[ \ln \frac{n + N_i}{N_i} - \ln B - \beta \omega_i \right] \delta N_i = 0$$

يلاحظ أن قيم  $\delta N_i$  لا تتوقف على أى شىء وكل حد فى المجموع يتلاشى على

حدة .

$$\therefore \ln \frac{n + N_i}{N_i} = \ln B + \omega_i$$

$$\therefore N_i = \frac{n}{B \exp \beta \omega_i - 1} = n \cdot f$$

وتوضع عادة قيمة الثابت  $B = 1$  ، حيث إن الاتفاق النظرى مع التجربة يستلزم ذلك،

وتكون بذلك دالة التوزيع لبوز وإينشتين هي :

$$f = \frac{1}{\left[ e^{\omega_i / kT} - 1 \right]}$$

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

علما بأن :

**تطبيق :** بتطبيق إحصاء بوز وإينشتين على غاز من الفوتونات يشكل إشعاعا

حراريا درجة حرارته المطلقة  $T$  ، أثبت أن كثافة الطاقة لهذا الغاز في المدى بين  $\nu + d\nu$  هي :

$$E(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

حيث  $h$  ,  $k$  ,  $c$  تأخذ معانيها المألوفة .

فإذا اعتبرنا حالة غاز من الفوتونات طاقة كل فوتون  $h\nu$  تصبح دالة التوزيع :

$$f(\nu) = \frac{1}{(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

$$m c = p = \frac{h\nu}{c} = \frac{\omega}{c} \quad \text{كمية الحركة للفوتون}$$

باستبدال  $n$  في معادلة  $N_i$  بالمقدار  $\frac{2}{h^3} dx dy dz dp_x dp_y dp_z$  وأيضا

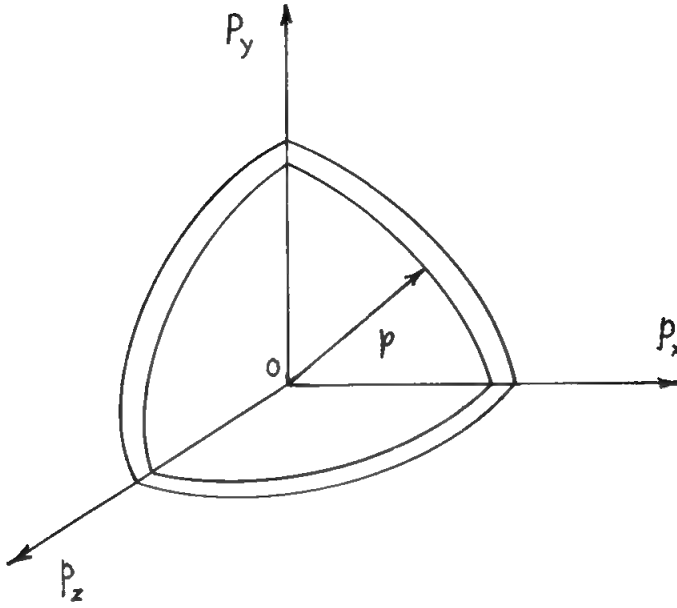
$N_i$  بـ  $d^6N$  ( المعامل التفاضلى السادس لـ  $N$  ) وبإجراء التكامل فى الفراغ على  $x, y, z$  نحصل على توزيع كمية الحركة فى الفراغ . ( المعامل 2 فى قيمة  $n$  باعتبار وجود نوعين من الفوتونات يمينى  $right\ handed$  ، ويسارى  $left$  نسبة إلى أن الضوء يمكن أن يكون ، استقطابه الدائرى يمينا أو يساريا :  $right\ or\ left\ circularly\ polarized$  )  
light

$$\therefore d^3N = \frac{2V}{h^3} \cdot \frac{1}{(e^{pc/kT} - 1)} dp_x dp_y dp_z$$

وباعتبار قشرة كرية رقيقة فى فراغ الطور نصف قطرها  $p$  وسمكها  $dp$  شكل

( ١١ - ٦ ) يكون :

$$dN_p = \frac{2V}{h^3} \cdot \frac{4\pi p^2}{(e^{pc/kT} - 1)} dp$$



شكل ( ١١ - ٦ )

ويمكن تحويل المعادلة السابقة لتعطي توزيع الفوتونات بدلالة الترددات ، وذلك باستخدام العلاقات :

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad ; \quad dp = \frac{h}{c} d\nu$$

$$\therefore dN_{\nu} = \frac{8\pi V}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{(e^{h\nu/kT} - 1)} d\nu$$

وبما أن عدد الفوتونات لوحدة الحجم هو  $\frac{dN_p}{V}$  وطاقة الفوتون  $h\nu$  تكون كثافة

الطاقة energy density ( الطاقة لوحدة الحجم ) فى المدى بين (  $\nu$  &  $\nu + d\nu$  ) هو :

$$E(\nu) d\nu = \frac{h\nu}{V} dN_{\nu} = \frac{8\pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{(e^{h\nu/kT} - 1)} d\nu$$

وتتفق هذه المعادلة مع معادلة بلانك لكثافة الطاقة الإشعاعية فى حيز درجة حرارته

المطلقة T .

## إحصاء فيرمي وديراك : Fermi - Dirac Statistics

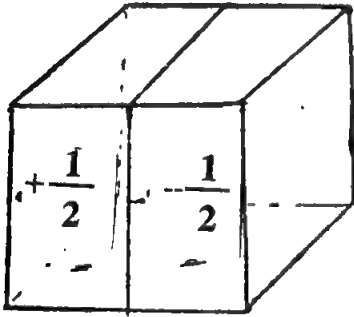
لإيجاد نوع من الإحصاء يصلح للجسيمات التي لها دوال موجية غير متماثلة anti symmetric wave functions مثل الإلكترونات والبروتونات .. إلخ . ، يجب تطبيق مبدأ باولي لكي لا يشغل أى مستوى للطاقة أكثر من جسيمين ، وهذا يعنى أن الحجرة compartment فى فراغ الطور ( ذات الحجم  $h^3$  ) لا يمكن أن يوجد بها سوى جسيمين (  $S = \pm 1/2$  ) .

وهذا يعنى أن إحداثيات هذه الحجرات فى فراغ الطور تناظر تماما الأعداد الكمية للجسيم .

∴ عدد الجسيمات التى يمكن أن تشغل كل خلية هو :

$$n = 2 \frac{H}{h^3} = \frac{\text{حجم الخلية}}{\text{حجم الحجرة}} \times 2$$

نفرض أن الجسيم الواحد يشغل غرفة واحدة أى نصف حجرة ، بفرض أن الحجرة (مستوى الطاقة الواحد) مقسم إلى غرفتين ، شكل ( ١١ - ٧ ) .



وبالعودة للمثال الخاص بتوزيع

الأربع نقط فى الخليتين .

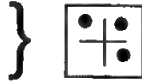
وباعتبار الحالة الماكروية :

$$N_j = 1 \text{ \& } N_i = 3$$

شكل ( ١١ - ٧ )

$h^3$

$N_i = 3$   
Cell i



$W_i = 4$

$N_j = 1$   
Cell j



$W_j = 4$

شكل ( ١١ - ٨ )



أى أنه يوجد أربعة طرق فقط لترتيب ثلاث نقط في الخلية  $i$  شكل ( ١١ - ٨ ) وكذلك أربعة طرق لترتيب نقطة واحدة في  $j$  أى أن عدد الطرق الكلية أو الاحتمال الديناميكي الحرارى لهذه الحالة الماكروية ( $N_i = 3$  ,  $N_j = 1$ ) هو :

$$W = W_i W_j = 16$$

وهذا يختلف عن العدد 4 لنفس الحالة الماكروية باستخدام إحصاء ماكسويل ، وكذلك العدد  $W_j = 80$  باستخدام إحصاء بوز وإينشتين .

∴ الاحتمال الديناميكي الحرارى لأى عدد من الخلايا هو :

$$W = \prod W_i$$

**العلاقة بين  $N_i$  &  $W_i$  :**

نفرض أن هناك  $n$  غرفة في خلية فيها عدد  $N_i$  مشغول والباقي ( $n - N_i$ ) خال (يلاحظ هنا أن الغرفة الواحدة يشغلها نقطة واحدة)

∴ عدد التباديل الغير متماثلة داخل الخلية  $i$  وهى الاحتمال الديناميكي الحرارى لها :

$$W_i = \frac{n!}{N_i! (n - N_i)!}$$

حيث تباديل الفراغات ( الغرف )  $n!$  وتباديل المشغول فقط منها  $N_i!$  وتباديل

الفارغ منها  $(n - N_i)!$  وتطبيق ذلك على المثال المعطى :

نحصل على :  $N_j = 1$  &  $N_i = 3$  &  $n = 4$

$$W_j = \frac{4!}{1!3!} = 4 \text{ \& } W_i = \frac{4!}{3!1!} = 4$$

وهى النتيجة التى حصلنا عليها بالعد البسيط .

∴ الاحتمال الديناميكي الحرارى لحالة ماكروية باستخدام إحصاء فيرمى وديراك

هو :

$$W = \prod \frac{n!}{N_i! (n - N_i)!}$$

وباستخدام المعادلة  $S = k \ln W$  ، ثم باعتبار أن حالة الاستقرار تكون عندما

تصبح  $S$  قمة نوجد شرط الاستقرار Maximum entropy من المعادلة :

$$\delta \ln W = 0$$

$$\therefore \ln W = \Sigma [ (\ln n! - \ln N_i! - \ln (n - N_i) ) ]$$

وباستخدام تقريب ستيرلنج نحصل على :

$$\ln W = \Sigma ( n \ln n - N_i \ln N_i - n \ln (n - N_i) + N_i \ln (n - N_i) )$$

وبالمفاضلة بالنسبة إلى  $N_i$  والمساواة بالصفر نحصل على :

$$\delta \ln W = \Sigma \ln \frac{n - N_i}{N_i} \delta N_i = 0$$

ولما كان العدد الكلى لنقط المجموعة ثابتاً وكذلك الطاقة الكلية لذلك :

$$\delta N = \Sigma \delta N_i = 0$$

$$\delta U = \Sigma \omega_i \delta N_i = 0$$

ويضرب المعادلة الأولى فى  $-\ln B$  والثانية فى  $-\beta$  ، وبالجمع مع معادلة

$$\delta \ln W = 0 \quad \text{نحصل على :}$$

$$\Sigma \left( \ln \frac{n - N_i}{N_i} - \ln B - \beta \omega_i \right) \delta N_i = 0$$

ولكن طالما أن  $\delta N_i$  فى الخلايا المختلفة لا يتوقف على بعضه البعض :

$$\therefore \ln \frac{n - N_i}{N_i} - \ln B + \beta \omega_i = 0$$

$$\therefore N_i = \frac{n}{(B e^{\beta \omega_i} + 1)}$$

وباستخدام الديناميكا الحرارية كما سبق فى حالة إحصاء ماكسويل وبولتزمان نجد

أن :

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

أما عن قيمة الثابت B فقد أوجد سومر فيلد Sommerfeld قيمته ( الطريقة طويلة ومعقدة ولا مجال لذكرها هنا ) كما يأتي :

$$B = e^{-\omega_i / kT}$$

حيث  $\omega_F$  هي طاقة فيرمي ، وسيرمز لها بالرمز  $E_F$  فيما بعد .

وهذا يعطى دالة التوزيع لفيرمي وديراك على الصورة :

$$\frac{N_i}{n} = f = \frac{1}{(e^{(w_i - w_F) / kT} + 1)}$$

ولإيجاد دالة التوزيع في فراغ الطور بدلالة كمية الحركة p نضع كما سبق :

$$n = \frac{2H}{h^3} = \frac{2}{h^3} dx dy dz dp_x dp_y dp_z$$

ونستبدل بدلا من  $N_i$  القيمة  $d^6N$  ، وكذلك بدلا من  $w_i$  القيمة  $w$  فنحصل

على

$$d^6N = \frac{2}{h^3} \frac{1}{[e^{(w - w_F) / kT} + 1]} dp_x dp_y dp_z dx dy dz$$

وبإجراء التكامل على x.y.z

$$\therefore d^3N = \frac{2V}{h^3} \frac{1}{(e^{(w - w_F) / kT} + 1)} dp_x dp_y dp_z$$

وباعتبار وحدة الحجم من المجموعة نقسم على الحجم V

$$\therefore d^3N = \frac{2}{h^3} \cdot f \cdot dp_x dp_y dp_z$$

$$f = \frac{1}{e^{(w - w_F) / kT} + 1} \text{ حيث : وتسمى دالة التوزيع لفيرمي - وديراك}$$

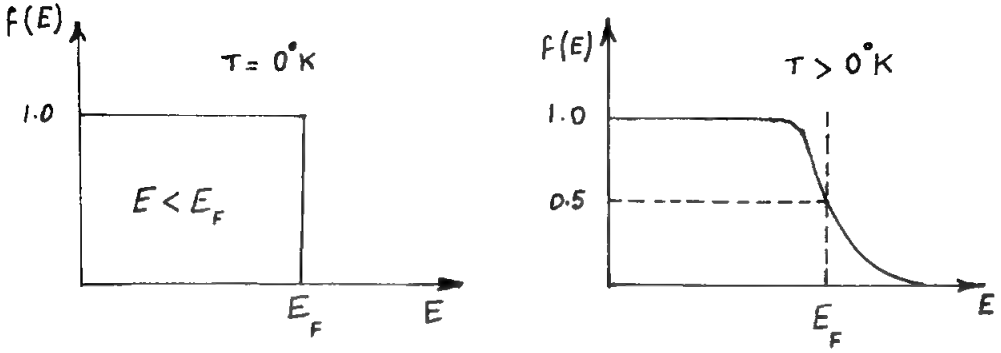
**طاقة فيرمي  $E_F$  . Fermi Energy :**

نطبق إحصاء فيرمي وديراك على الغاز الإلكتروني الكمي ، نفرض أن E هي طاقة

أحد المستويات الممكنة an allowed state ، وأن طاقة فيرمي هي  $E_F$  . احتمال أن يكون

هذا المستوى من الطاقة E مشغولا بالإلكترونين هو :

$$f(E) = \frac{1}{(e^{(E - E_F)/kT} + 1)} .$$



شكل ( ٩ - ١١ )

ولتوضيح معنى طاقة فيرمي  $E_F$  نرسم بيانيا الدالة  $f(E)$  بدلالة الطاقة  $E$  .  
 عند درجة الصفر المطلق تكون جميع مستويات الطاقة الأقل من مستوى طاقة فيرمي  
 جميعها مشغول بالإلكترونين لكل مستوى . وتكون قيمة دالة التوزيع 0.5 للإلكترون وواحد  
 صحيح لمستوى الطاقة  $(f(E) = 1)$  .  
 جميع المستويات الأعلى من  $E_F$  تكون شاغرة إذا كانت درجة الحرارة هي صفر  
 مطلق ، شكل ( ٩ - ١١ ) .

إذا رفعنا درجة الحرارة من الصفر المطلق تستطيع الإلكترونات التي تشغل مستويات  
 الطاقة القريبة من طاقة فيرمي أن تكتسب طاقة بفعل الحرارة ، فترتفع إلى المستويات  
 الأعلى الشاغرة .

ارتفاع درجة الحرارة لا يؤثر على جميع إلكترونات الغاز ، ولكنها فقط تؤثر على  
 الإلكترونات عند سطح فيرمي ، والتي يمكن لها أن تجد مكانا شاغرا في مستويات الطاقة  
 الأعلى منها ، كما يحدث في حالة البخار من السوائل حيث لا يغادر السطح سوى الجزيئات  
 العلوية عند السطح الحر .

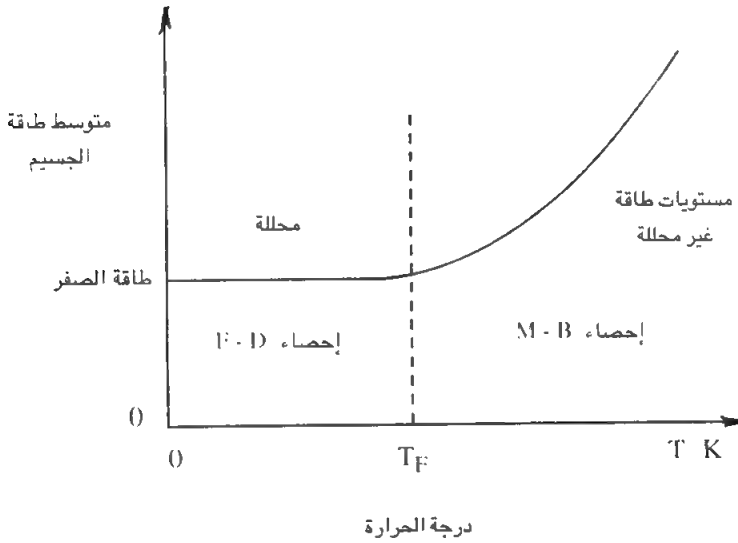
لهذا السبب فإن احصاء فيرمي ديراك يتميز بعدم التأثر الكبير بدرجة الحرارة ،

وأيضاً عند الصفر المطلق يوجد بالمجموعة كمية من الطاقة تسمى طاقة نقطة الصفر Zero point energy وهذا اختلاف جوهري عن إحصاء ماكسويل الذي تتلاشى فيه تماماً طاقة المجموعة عند درجة الصفر المطلق .

### درجة حرارة فيرمي : Fermi temperature

عند رفع درجة الحرارة بدرجة كبيرة نجد أن توزيع فيرمي يتحول إلى توزيع ماكسويل شكل ( ١١ - ١٠ ) . وتعرف درجة الحرارة التي يحدث عندها هذا التحول بدرجة حرارة فيرمي  $T_F$  °K وتعطى بالمعادلة :

$$E_F = k T_F$$



شكل ( ١١ - ١٠ )

وتصل قيمة  $T_F$  للفلزات حيث تركيز الإلكترونات كبيراً إلى حوالي ٢٠.٠٠٠ درجة مطلقة . بينما في حالة أشباه الموصلات فقد تكون  $T_F$  أقل من درجة حرارة الغرفة . وهذا يعنى أنه في حالة أشباه الموصلات يمكن اعتبارها غير محللة non degenerate عند درجة حرارة الغرفة ، حيث يجوز عندئذ تطبيق إحصاء ماكسويل .

تطبيق إحصاء فيرمي وديراك على الغاز الإلكتروني في الموصلات

حساب طاقة فيرمي :  $E_F$  للغاز الإلكتروني في الفلزات

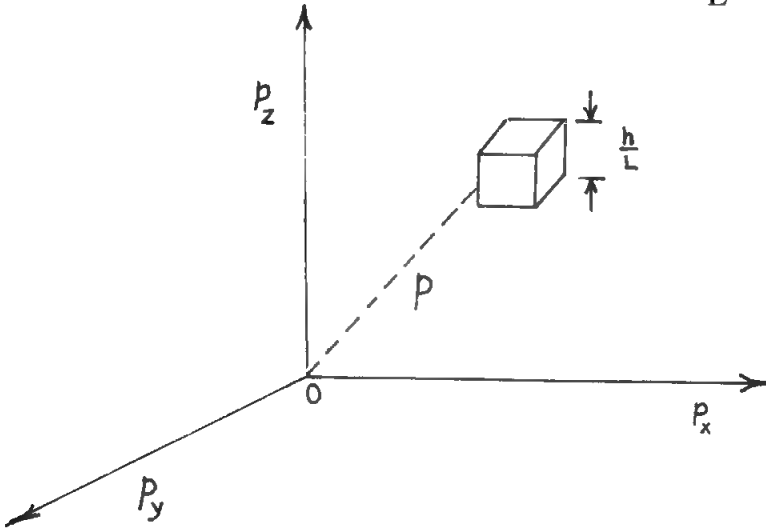
يتحدد في فراغ الطور ذي الأبعاد  $p_x p_y p_z$  حالة أي الإلكترون في الغاز .

لنعتبر فقط فراغ كمية الحركة  $p_x p_y p_z$  . نفرض أن الإلكترون موجود في بلورة مكعبة طول ضلعها  $L$  .

عدم التحديد في كمية الحركة  $\Delta p_x$  في الاتجاه السيني يساوي حسب قاعدة

هايزنبرج  $\frac{h}{L}$  ، وبالمثل يكون عدم التحديد في كمية حركة الإلكترون في كل من الاتجاهين

$y, z$  هو  $\frac{h}{L}$  .



شكل ( ١١ - ١١ )

فإذا قسمنا فراغ كمية الحركة إلى خلايا شكل ( ١١ - ١١ ) طول الضلع فيها  $\frac{h}{L}$

يكون حجمها  $\frac{h^3}{L^3}$  أي  $\frac{h^3}{V}$  حيث  $V$  حجم الجسم .

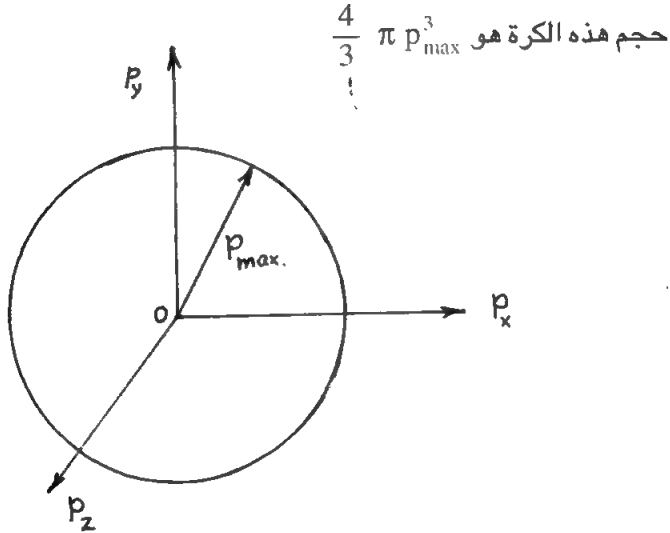
تمثل كل خلية حالة من حالات الطاقة الإلكترونية energy state ، والتي يشغلها

إلكترونان لفهما متعاكس تبعا لمبدأ باولى .

إذا بردنا الفلز إلى درجة الصفر المطلق فإن الإلكترونات تتجمع حول مركز الإحداثيات فى فراغ كمية الحركة .

« كلما اقتربت الخلية من مركز الإحداثيات كلما نقصت طاقة الإلكترونين بداخلها حيث إن بعد الخلية هو  $p$  كمية الحركة الكلية »

تمتلئ الخلايا القريبة من المركز O ويتجمع الغاز الإلكتروني داخل كرة متمركزة مع O نصف قطرها هو  $p_{\max}$  ، ويسمى سطح هذه الكرة بسطح فيرمى Fermi surface ، شكل ( ١١ - ١٢ ) .



شكل ( ١١ - ١٢ )

نفرض وجود  $n$  إلكترونات فى بلورة الفلز . يكون حجم فراغ كمية الحركة الذى يحتوى على جميع المستويات المشغولة عند درجة الصفر المطلق هو  $\frac{n}{2} \cdot \frac{h^3}{V}$  ، وهذا هو نفس حجم كرة فيرمى . أى أن :

$$\frac{4}{3} \pi p_{\max}^3 = \frac{n}{2} \cdot \frac{h^3}{V}$$

لكن طاقة حركة الإلكترون عند مستوى فيرمي للطاقة هو :

$$E_{\max} = 1/2 m u_{\max}^2 = \frac{1}{2m} p_{\max}^2$$

حيث  $E_{\max}$  هو أكبر طاقة إلكترونية في الغاز وهي طاقة فيرمي  $E_F$  ، ومن المعادلات السابقة تعطى طاقة فيرمي بالمعادلة :

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

$$= \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{8\pi} \right)^{2/3}$$

حيث  $N$  هو تركيز الإلكترونات أو كثافتها في الغاز ، وتساوى  $N = \frac{n}{V}$  عدد

الإلكترونات في وحدة الحجم من البلورة .

نستخلص مما سبق أن إلكترونات الفلز عند درجة الصفر المطلق تكون لها طاقات تتراوح بين الصفر وطاقة فيرمي  $E_F$  ، التي تعتمد على تركيز الإلكترونات وتصل قيمتها في الفلزات المعتادة إلى بضعة إلكترون فولط .

ويلاحظ أن هذه القيمة كبيرة جدا بالنسبة لطاقة التهييج الحرارى  $k T$  thermal agitation ، والتي تبلغ حوالى  $0.02$  إلكترون فولط عند درجة حرارة الغرفة . وهذا يدل على أنه حتى عند درجات الحرارة المرتفعة المعتادة في المعمل فإن عدد قليل جدا من هذه الإلكترونات هي التي تثار إلى مستويات أعلى للطاقة .

مثلا : عند درجة  $1000^\circ \text{K}$  تكون تقريبا  $T = 0.1 \text{ eV}$  و  $E_F = 5 \text{ eV}$  بالنسبة لفلز

نجد أن مجموعة الإلكترونات تظل محللة حتى عند هذه الدرجة degenerate .

عند درجة حرارة فيرمي  $T_F$  حيث :

$$E_F = k T_F$$

يمكن للتهييج الحرارى  $k T_F$  أن يصل إلى أصغر مستوى ممكن للطاقة ، ولذلك يمكن

لكل المجموعة من الإلكترونات أن تثار . وعندئذ نستطيع تطبيق إحصاء ماكسويل وبولتزمان ،



حيث إن المجموعة تصبح غير محللة non degenerate . تصل قيمة  $T_F$  للفلزات المعتاده إلى أكثر من  $20000^\circ K$  .

**طول موجة دى برولى المصاحبة للإلكترون عند مستوى فيرمى للطاقة :**

إذا كانت سرعة الإلكترون عند مستوى فيرمى هي  $u_F$  تكون طاقته :

$$E_F = \frac{1}{2} m u_F^2 = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{8\pi} \right)^{2/3}$$

منها :

$$\therefore U_F = \frac{h}{m} \left( \frac{3N}{8\pi} \right)^{1/3}$$

وبتطبيق قاعدة دى برولى يصاحب هذا الإلكترون طول موجة تعطى بالمعادلة :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} &= \frac{h}{p_{\max}} = \left( \frac{8\pi}{3N} \right)^{1/3} \\ &= \frac{h}{(2mE_F)^{1/2}} \end{aligned}$$

وتصل قيمة  $\lambda_{\min}$  في الأحوال المعتادة إلى حوالي  $6 \text{ \AA}$  أنجستروم ، وهي أكبر من البعد البيني بين ذرات البلورات المعتادة .

**كثافة مستويات الطاقة** : Density of energy states

تعرف كثافة مستويات الطاقة  $N(E)$  بأنها عدد المستويات لكل وحدة طاقة في وحدة

الحجوم :

It is the number of energy states per unit energy range per unit volume

لإيجاد تغير الدالة  $N(E)$  مع الطاقة  $E$  نفرض أن العدد الكلى لحالات الطاقة هو

$Ns$  لوحدة الحجوم :

$$\therefore N_s = \int N(E) dE$$

ولكن من معادلة فيرمي :

عدد الإلكترونات N في وحدة الحجم هو :

$$N = \frac{\pi}{3} \left( \frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} E^{3/2}$$

وبالتعويض

$$\therefore 2 \int N(E) dE = \frac{\pi}{3} \left( \frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} E^{\frac{3}{2}} = N$$

وبالمفاضلة بالنسبة إلى E

$$\therefore 2 N(E) = \frac{\pi}{2} \left( \frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

$$\therefore 2 N(E) = 1/2 C \cdot E^{1/2}$$

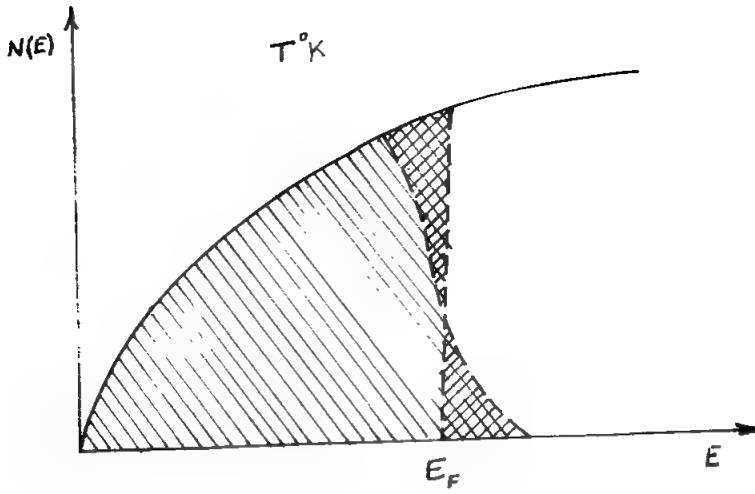
حيث

$$C = \frac{\pi}{2} \left( \frac{8m}{h^2} \right)^{3/2}$$

أى أن العلاقة بين E & N(E) علاقة قطع مكافئ ، كما فى شكل ١١ - ٤ ، ويبين الجزء المظلل مستويات الطاقة المشغولة عند الصفر المطلق . ويبين الخط المتقطع المستويات المشغولة عند درجة T°K .

**الحرارة النوعية الإلكترونية للفلزات** : Electronic specific heat

الحرارة النوعية الناشئة عن الغاز الإلكتروني تنشأ بسبب الزيادة فى طاقة الإلكترونات القريبة من سطح فيرمي ، والتي يمكن إثارتها لمستويات أعلى .



شكل ( ١١ - ١٢ )

عند درجة الحرارة  $T^\circ K$  تكون نسبة الإلكترونات المثارة إلى غير المثارة هي  $\frac{kT}{kT_F}$

شكل ( ١١ - ١٢ ) ، فإذا كان عدد الإلكترونات في وحدة الحجم هو :

يكون عدد الإلكترونات المثارة  $N \cdot \frac{T}{T_F}$  وذلك عند الدرجة  $T^\circ K$  ، وتكون بذلك طاقة

الإلكترونات المثارة هي :

$$N \cdot \frac{T}{T_F} \cdot k T$$

= الطاقة الممتصة من التهييج الحرارى .

ومن تعريف . الحرارة النوعية الإلكترونية ( تفاضل الطاقة بالنسبة لدرجة الحرارة )

$$\begin{aligned} C_V &= \frac{d}{dT} \left[ \frac{Nk}{T_F} \cdot T^2 \right] \\ &= \frac{2 N k T}{T_F} = \gamma T \end{aligned} \quad \text{نحصل على :}$$

∴ تتناسب الحرارة النوعية الإلكترونية مع درجة الحرارة المطلقة . ولكن الحرارة

النوعية الكلية للفلز هي مجموع الحرارة النوعية الإلكترونية والحرارة النوعية الذرية ،

وسنثبت فيما بعد نظرية ديبيى للحرارة الذرية ، حيث  $C_V$  الذرية تتناسب مع  $T^3$

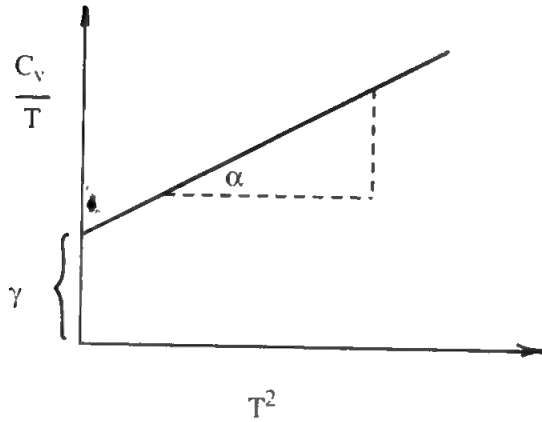
أى أن :

$$(C_v)_{\text{total}} = \alpha T^3 + \gamma T$$

وقيمة  $(C_v)_{\text{tot}}$  هى التى تقاس عادة فى المعمل .

وبقياس الحرارة النوعية عند درجات الحرارة المختلفة ثم يرسم العلاقة بين

$$T^2 \text{ \& } \frac{C_v}{T} \text{ كما فى شكل ( ١١ - ١٤ )}$$



شكل ( ١١ - ١٤ )

ومن الرسم يمكن استنتاج قيمة ثابت التناسب  $\gamma$  ،

ومن المعادلة :

$$\gamma = \frac{2 N k}{T_F}$$

يمكن إيجاد درجة حرارة فيرمى  $T_F$  ، وكذلك طاقة فيرمى  $E_F = kT_F$  عمليا .

**إيجاد السرعة المتوسطة والطاقة المتوسطة للإلكترون عند درجة الصفر المطلقة .**

نفرض منطقة صغيرة من الطاقة  $dE$  تقع بين  $E$  و  $E + dE$  عدد مستويات الطاقة

في هذه المنطقة  $N(E) dE =$

عدد الإلكترونات التي تشغلها :

$$2 \int f N(E) dE = \delta n(E)$$

وقد ضربنا في اثنين لأن كل مستوى يشغله إلكترونان . وكذلك في الدالة

occupation probability function  $f$  لنحصل على العدد الفعلي للإلكترونات الموجودة عند الدرجة  $T^\circ K$ .

$$f = \frac{1}{(e^{(E-E_F)/kT} + 1)}$$

وتساوى الدالة  $f$  واحد صحيحاً عندما تكون الدرجة  $T = 0^\circ K$ .

لأن جميع المستويات أقل من  $E_F$  تكون عندئذ مشغولة بالإلكترونين .

عدد الإلكترونات في المنطقة  $dE$  عند الدرجة  $T^\circ K$ .

$$\delta n(E) = \frac{2 \times \frac{1}{2} C E^{\frac{1}{2}} dE}{(e^{(E-E_F)/kT} + 1)}$$

لكن :

$$E = \frac{1}{2} m u^2$$

$$\therefore dE = m u du$$

$$\therefore E^{1/2} dE = \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} m u^2 du$$

$$\therefore \delta n(u) = \frac{8 \pi m^3 u^2 du}{h^3 (e^{(E-E_F)/kT} + 1)}$$

عند درجة الصفر المطلق  $f = 1$

ومن القوانين الإحصائية : السرعة المتوسطة للإلكترون :

$$\bar{u} = \int_0^{u_F} u \delta n / \int_0^{u_F} \delta n$$

لكن  $\int_0^{u_F} \delta n = N$  حيث  $N$  هو عدد مستويات الطاقة الكلية تحت  $E_F$ .

$$\begin{aligned} \therefore \bar{u} &= \frac{1}{N} \int_0^{u_F} \frac{8 \pi m^3}{h^3} u^3 du \\ &= \frac{8 \pi}{N} \frac{m^3}{h^3} \frac{u_F^4}{4} \end{aligned}$$

لكن:

$$\begin{aligned} u_F &= \frac{h}{m} \left( \frac{3N}{8\pi} \right)^{1/3} \\ \therefore \bar{u} &= 3/4 u_F \end{aligned}$$

وإذا كانت  $\bar{E}$  هي الطاقة المتوسطة في الغاز الإلكتروني

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{\int_0^{u_F} \frac{1}{2} m u^2 \delta n}{\int_0^{u_F} \delta n} \\ &= \frac{1}{N} \frac{1}{2} m \int_0^{u_F} u^2 \delta n \\ &= \frac{m}{2N} \cdot \frac{8 \pi}{h^3} m^3 \int_0^{u_F} u^4 du \\ &= \frac{4 \pi m^4}{N h^3} \cdot \frac{u_F^5}{5} \end{aligned}$$

وباستخدام معادلتى  $u_F$  &  $E_F$  نحصل على :

$$\bar{E} = 3/5 E_F$$

**مسألة (١)** أوجد ضغط الغاز الإلكتروني عند الصفر المطلق ، علماً بأن

$$E_F = 5 \text{ ev} \text{ وكثافته الإلكترونية } 10^{22} \text{ لكل سم}^3.$$

الحل :

$$\begin{aligned}\therefore p &= 1/3 N m u^2 \\ &= 2/3 N (1/2 m u^2) \\ &= 2/3 N 3/5 E_F\end{aligned}$$

وقد عوضنا هنا بدلا من  $1/2 m u^2$  وهى الطاقة المتوسطة للإلكترون فى الغاز  
الإلكترونى بالقيمة  $3/5 E_F$

$$E_F = 5 \times 10^{-12} \text{ ergs}$$

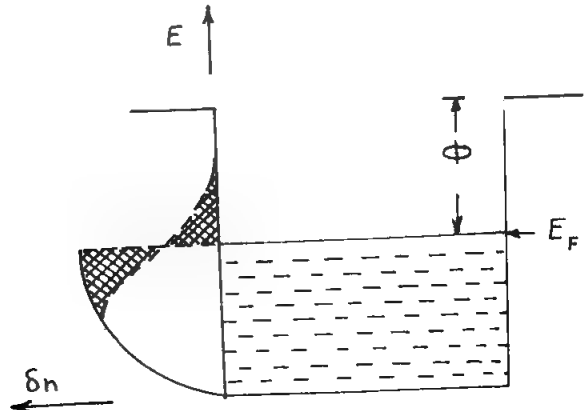
$$\therefore p = 2/3 \times 10^{22} \times 3/5 \times 5 \times 1.6 \times 10^{-12}$$

$$\therefore p = 3.2 \times 10^{10} \text{ dynes / cm}^2$$

### الانبعاث الترميوني : Thermionic emission :

الانبعاث الترميوني هو هروب الإلكترونات من السطوح الساخنة للفلزات والمعادن  
وأشباه الموصلات ، وهو المصدر الرئيسى للإلكترونات فى الصناعة ( الصمامات وأنايب  
الفلورسنت ، إلخ ) .

يوجد عند سطح أى جسم صلب حاجز طاقة  $\phi$  energy barrier يقدر بعدة إلكترون  
فولط يمنع هروب الإلكترونات من الجسم انظر شكل ( ١١ - ١٥ ) . عند رفع درجة الحرارة  
تكتسب بعض الإلكترونات من الطاقة ما يسمح لها بأن تغادر الجسم وتصبح حرة .

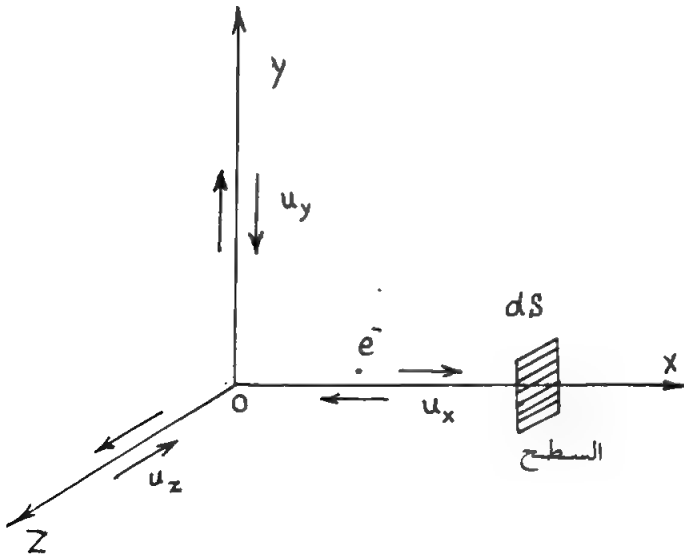


( شكل ١١ - ١٥ )

يطلق على القانون الذى يربط عدد الإلكترونات المنبعثة حراريا ( التيار الترميوني )  
 ودرجة الحرارة بقانون رتشاردسون ودشمان .

### قانون رتشاردسون ودشمان : Richardson - Dushman law

عندما يسخن جسم صلب طاقة فيرمى له  $E_F$  ودالة الشغل  $\phi$  work function  
تتحرر فقط الإلكترونات التى تكون طاقاتها أكبر من  $E > E_F + \phi$  وتعريف دالة الشغل هى  
: الطاقة التى يجب إعطاؤها للإلكترون الذى يشغل مستوى فيرمى للطاقة لى يغادر نهائيا  
الجسم . هذا الشرط ضرورى ولكنه غير كاف ، إذ أن الإلكترون قد يكون له الطاقة المطلوبة ،  
ولكنه يتحرك فى غير اتجاه السطح أى لداخل الجسم .  
اعتبر محاور إحداثيات  $x, y, z$  داخل الجسم . واعتبر جزءا من السطح الذى ينبعث  
منه الإلكترونات عموديا على محور  $x$  ، شكل ( ١١ - ١٦ )



( شكل ١١ - ١٦ )

معدل انبعاث الإلكترونات التى لها كمية حركة فى المنطقة بين  $p, p + dp$  من وحدة  
المساحات من السطح الساخن هو :



$$u_x \cdot n(p) \cdot d p$$

ولكن :

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

$$\therefore \frac{\delta E}{\delta p_x} = u_x$$

معدل الانبعاث من وحدة المساحات :

$$\frac{\delta E}{\delta p_x} \cdot n(p) \cdot d p = n(p) \cdot dE \cdot dp_y \cdot dp_z$$

$$dp = dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z \quad \text{وقد عوضنا عن}$$

سبق أن ذكرنا أن مستوى الطاقة يمثل الحجم  $\frac{h^3}{V}$  فى فراغ كمية الحركة ، ويشغله

إلكترونان فقط . باعتبار وحدة الحجم من الجسم يكون عدد الإلكترونات لوحدة الحجم فى فراغ كمية الحركة هى :

$$N(p) = \frac{2}{h^3}$$

وذلك بفرض أن جميع مستويات الطاقة مشغولة ، أى عند الصفر المطلق ، وعموما عند

أى درجة حرارة  $T^\circ K$  يصبح هذا العدد :

$$n(p) = \frac{2}{h^3} \cdot f$$

حيث  $f$  هى دالة التوزيع لفيرمى وديراك وتساوى :

$$f = \frac{1}{(e^{(E-E_F)/kT} + 1)}$$

وتكون بذلك الكثافة التيارية المنبعثة  $J$  . وهى حاصل ضرب الشحنة الإلكترونية  $e$  فى

معدل الانبعاث للإلكترونات ذات الطاقة  $E_x > E_F + \phi$  والتى تصدم وحدة مساحات السطح

فى اتجاه  $x$  هى :

$$j = e \frac{2}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{E_1 + \phi}^{\infty} \frac{dp_y dp_z dE}{(e^{(E - E_1)/kT} + 1)}$$

ولإيجاد قيمة هذا التكامل نضع :

$$\theta = \frac{E - E_F}{kT}$$

$$\therefore d\theta = \frac{dE}{kT}$$

ونضع أيضا :

$$\begin{aligned} E &= E_x + E_y + E_z \\ &= E_x + \frac{1}{2m} (p_y^2 + p_z^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \theta &= \frac{1}{kT} \left[ (E_x - E_F) + \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} \right] = \\ &= \frac{1}{kT} \left[ \theta + \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} \right] \end{aligned}$$

وبالتعويض في معادلة ز وبمعرفة أن :

$$\int \frac{d\theta}{e^{\theta} + 1} = \log (1 + e^{-\theta})$$

نحصل على :

$$j = \frac{2kTe}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \log (1 + e^{-\theta}) dp_y dp_z$$

في الظروف التجريبية المعتادة تكون  $\theta \gg 1$  ، ولذلك بفك اللوغاريتم والاكتفاء بالحد

الأول فقط  $e^{-\theta}$  نحصل على :

$$j = \frac{2kTe}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\theta} dp_y dp_z$$

وبالتعويض  $\theta$  ما يساويها

$$\therefore j = \frac{2 k T e}{h^3} \cdot e^{-\phi/kT} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(p^2y + p^2z)/2 mk T} dp_y dp_z$$

ويعرف أن :

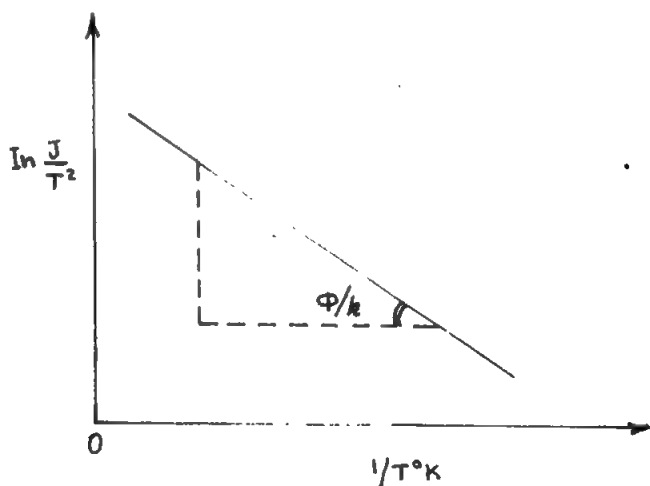
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

نحصل على :

$$j = \frac{2 k T e}{h^3} \cdot e^{-\phi/kT} \cdot 2 m k T \cdot \pi$$

$$= \frac{4 \pi m e k^2}{h^3} \cdot T^2 \cdot e^{-\phi/kT}$$

$$\therefore j = A \cdot T^2 \cdot e^{-\phi/kT}$$



شكل ( ١١ - ١٧ )

وتعرف هذه المعادلة بقانون رتشاردسون دوشمان

ويرسم العلاقة بين  $\log_e \frac{j}{T^2}$  و  $\frac{1}{T}$  نحصل على علاقة خطية شكل ( ١١ - ١٧ )

يعطى ميل الخط مباشرة النسبة  $\phi / k$  .

وتعتبر هذه هي الطريقة العملية لإيجاد قيمة دالة الشغل  $\Phi$  للانبعاث الترميوني ، حيث من السهل قياس شدة التيار الترميوني  $j$  . باستخدام صمام ثنائى بسيط يمكن تسخين فتيلة لدرجات حرارة مختلفة ، يسهل قياسها بواسطة بيرومتر ضوئى وقياس شدة التيار فى كل حالة ثم من الرسم البيانى نوجد قيمة  $\Phi$  :

ويلاحظ أن الثابت  $A = \frac{4 \pi m e k^2}{h^3}$  له قيمة تبلغ ١٢٠ أمبير / سم<sup>٢</sup> - درجة

كما إن دالة الشغل للمواد المختلفة تتراوح بين واحد وخمسة إلكترون فولط .

محمدا يوسف الكويش

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

## مكتبتى الخاصة

**على موقع ارشيف الانترنت**

## الرباط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## مسائل وتمارين الباب الحادى عشر

١ - باستخدام الإحصاء الكمى لفيرمى وديراك ، أوجد أكبر احتمال ديناميكى حرارى

للحالات الماكروئية المختلفة فى مجموعة من ٤ نقط طور داخل خليتين بكل منهما ٤ جرات .

الحل :

$$W_i = \frac{n!}{N_i! (n - N_i)!}$$

الحالات الماكروئية هى :

(a)  $N_i = 4 \quad N_j = 0$

(b)  $N_i = 2 \quad N_j = 2$

(c)  $N_i = 1 \quad N_j = 3$

(d)  $N_i = 0 \quad N_j = 4$

أولا : الاحتمال الديناميكى الحرارى : الحالة الأولى :

(a)  $W(i) = \frac{4!}{0!4!} = 1$

$W(j) = 1 \quad W(a) = 1$

(b)  $W(i) = \frac{4!}{2!2!} = 6$

$W(j) = \frac{4!}{2!2!} = 6$

$W(b) = 36$

(c)  $W_i = \frac{4!}{1!3!} = 4$

$W_j = \frac{4!}{3!1!} = 4$

$W(c) = 16$

(d)  $W_i = \frac{4!}{0!4!} = 1$

$W_j = 1$

$$W(d) = 1$$

أى أنه يحدث أكبر احتمال عندما يكون التوزيع متساويا فى الخليتين .

٢ - عرف فراغ الطور لغاز والاحتمال الديناميكي الحرارى له . إذا علم أن فراغ الطور مقسم إلى خليتين وأن به أربع نقط فقط . أوجد عدد الحالات الماكروئية والاحتمال الديناميكي الحرارى لكل حالة .

**الحل :**

الحالات الماكروئية خمس هى :

$$\begin{array}{cccccc} N_i & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ N_j & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

الاحتمال الديناميكي الحرارى هو :

$$W = \frac{N!}{\prod N_i}$$

وتكون قيمته للحالات الماكروئية الخمس هى على الترتيب :

$$\begin{array}{ll} W(4,0) & = 1 \\ W(3,1) & = 4 \\ W(2,2) & = 6 \\ W(1,3) & = 4 \\ W(0,4) & = 1 \end{array}$$

٣ - مجموعة من  $N$  جسيم ممثله فى فراغ طور مقسم إلى  $m$  خلية فإذا كانت طاقة الجسيم  $W$  واحدة لجميع الخلايا كما أن  $N \gg m$  ، فأوجد عدد النقط فى كل خلية وكذلك الطاقة الداخلية والانتروپيا للمجموعة .

**الحل :** عدد النقط فى كل خلية :

$$N_i = \frac{N}{m}$$

الطاقة الداخلية الكلية = عدد الجسيمات × طاقة الجسيم  
الإنتروبيا

$$\begin{aligned} S &= k \ln W \\ &= k \left[ N \ln N - \sum N_i \ln N_i \right] \\ &= k \left[ N \ln N - \sum_m \frac{N}{m} \ln \frac{N}{m} \right] \\ &= k \left[ N \ln N - m \frac{N}{m} \ln \frac{N}{m} \right] \\ &= k N \ln m \end{aligned}$$

٤ - أوجد الاحتمال الديناميكي الحراري لكل من

(أ) التوزيع الأكثر احتمالا

(ب) التوزيع الأقل احتمالا

لمجموعة مكونة من  $10^6$  جزيئات في فراغ طور مقسم إلى  $5 \times 10^6$  خلية ، علما بأن طاقة الجزيء  $\omega_1$  واحدة لجميع الخلايا .

٥ - إذا فرضنا أن فراغ الطور مقسم إلى ثلاث خلايا ، وأن عدد النقط الكلي هو ٣٠ مقسمة بالتساوي في هذه الخلايا ، وأن طاقة الجسيم في الخلية الأولى ٢ جول وفي الثانية ٤ جول وفي الثالثة ٦ جول . احسب التغير في عدد الجسيمات في الخليتين الأولى والثانية ، علما بأن هذا التغير في الثالثة يساوي -٢ عند الاستقرار الحراري .

الحل :

$$\delta N_1 + \delta N_2 + \delta N_3 = 0$$

$$\delta N_3 = -2$$

أيضا بما أن الحالة مستقرة

$$\sum \ln N_i \quad \delta N_i = 0$$

$$\sum w_i \quad \delta N_i = 0$$

$$2 \delta N_1 + 4 \delta N_2 + 6 \delta N_3 = 0$$

$$\delta N_1 + \delta N_2 = 2$$

بحل المعادلتين :

$$\delta N_1 = -2$$

$$\delta N_2 = 4$$

٦ - فى تجربة شتيزن وجيرلاخ تترتب العزوم المغناطيسية للذرات ، إما موازيه أو عكس موازية لاتجاه المجال . أوجد باستخدام الميكانيكا الإحصائية العزم المغناطيسى الكلى فى اتجاه المجال .

الحل : نفرض أن B هو العزم المغناطيسى للذرة فى اتجاه المجال و-B- فى عكس

اتجاه المجال .

بما أنه لا يوجد سوى مستويين للطاقة

إنذن دالة التقسيم

$$Z = e^{-\omega_1 / kT} + e^{+\omega_2 / kT}$$

حيث الطاقة :

فى اتجاه المجال

$$\omega_1 = -BH$$

فى عكس اتجاه المجال

$$\omega_2 = +BH$$

$$\begin{aligned} Z &= e^{-x} + e^{+x} \\ &= 2 \cosh x \end{aligned}$$

حيث :

$$x = \frac{BH}{kT}$$



عدد الذرات فى وحدة الحجم فى مستويى الطاقة هما :

$$n_1 = \frac{n}{2} \frac{e^x}{\cosh x}$$

$$n_2 = \frac{n}{2} \frac{e^{-x}}{\cosh x}$$

العزم المغناطيسى الكلى فى اتجاه المجال :

$$\begin{aligned} M &= B (n_1 - n_2) \\ &= n B \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = n B \tanh x \end{aligned}$$

وإذا كانت  $x$  كبيرة نحصل على العزم :

$$M = n B$$

وإذا كانت  $x$  صغيرة يكون العزم .

$$M = \frac{n B^2 H}{k T}$$

وتكون القابلية المغناطيسية

$$X = \frac{n B^2}{k T}$$

٧ - أوجد قيمة طاقة فيرمى للتنجستن بفرض وجود إلكترونين حرين لكل ذرة . ثم أثبت أنه عند رفع درجة الحرارة إلى  $3000^\circ$  كلفن تختلف قيمة الطاقة بأقل من  $0.8\%$  .

٨ - احسب الحرارة النوعية الإلكترونية فى التنجستن بدلالة ثابت الغاز ( اعتبر طاقة فيرمى له  $9$  إلكترون فولط ) .

٩ - أوجد عدد الإلكترونات التى تعبر وحدة المساحات فى وحدة الزمن داخل فلز فى درجة الصفر المطلق فى اتجاه ما .

ثم أوجد الكثافة التيارية المناظرة لهذه الحركة بالأمبير / سم<sup>٢</sup> .

١٠ - أوجد الحركة الإزاحية drift mobility للإلكترونات ( بالسم<sup>٢</sup> / فولط ثانية ) فى النحاس عند الصفر المطلق .

١١ - عدد الذرات فى وحدة الحجم ( سم<sup>٣</sup> ) للصوديوم هى  $2.5 \times 10^{22}$  ومعامل التوصيل له عند الصفر المطلق ،  $2.3 \times 10^6$  أوم<sup>-١</sup> سم<sup>-١</sup> .  
أوجد متوسط الزمن الحر وحركية الإلكترون فى الصوديوم عند الصفر المطلق .

١٢ - باستخدام إحصاء فيرمى أوجد طاقة فيرمى عند الصفر المطلق للإلكترونات فى الصوديوم . ثم أوجد قيمة ضغط الغاز الإلكتروني عند هذه الدرجة .

١٣ - احسب الحرارة الذرية للألومنيوم وللنحاس عند درجة ١ كلفن وقارن ذلك بالحرارة الإلكترونية .

$$E_F = 7.1 \text{ eV للنحاس}$$

$$E_F = 11.7 \text{ eV للألومنيوم}$$

$$\theta = 398 \text{ درجة حرارة ديباي للألومنيوم}$$

$$\theta = 315 \text{ درجة حرارة ديباي للنحاس}$$

١٤ - احسب ضغط الغاز الإلكتروني عند الصفر المطلق لمادة طاقة ، فيرمى لها خمسة إلكترون فولط .

الحل :

$$p = 1/3 N m v^2$$

$$= 2/3 \text{ (average energy)}$$

$$= 2/3 \left( \frac{3}{5} E_F \right)$$

ومنها

$$p = 3.2 \times 10^{10} \text{ dynes / cm}^2$$

١٥ - الوزن الذرى للصوديوم ٢٣ وكثافته ١ جم / سم<sup>٣</sup> احسب عدد الإلكترونات

الحرية لكل سم<sup>٣</sup> فى الصوديوم ثم أوجد طاقة فيرمى . ما هو طول المسار الحر للإلكترونات فى الصوديوم ؟

( عدد أفوجادرو =  $6 \times 10^{23}$  لكل جرام ذرة )

**الحل :**

عدد الذرات لكل سم<sup>٣</sup> = عدد الإلكترونات الحرة

$$N = \frac{6 \times 10^{23}}{23}$$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{8\pi} \right)^{2/3}$$

$$= 3 \text{ eV.}$$

١٦ - احسب حرارة فيرمى لشبه موصل ، علما بأن كثافة ناقلات الشحنة  $10^{16}$  لكل

سم<sup>٣</sup> .

**الحل :**

$$E_F = 5 \times 10^{16} \text{ ergs}$$

$$= k T_F$$

$$\therefore T_F = 4 \text{ K.}$$

١٧ - أوجد طول الموجة المصاحبة للإلكترون حر في شبه موصل عند درجة  $27^{\circ}\text{C}$  .

١٨ - أثبت أن طاقة فيرمي  $(E_F)_T$  عند درجة الحرارة  $T$  k تتغير مع طاقة فيرمي عند الصفر المطلق  $(E_F)_0$  وفقا للمعادلة :

$$E_F(T) = E_F(0) (1 - 2 \propto T)$$

حيث  $\propto$  معامل التمدد الطولي للمادة .

١٩ - أوجد تغير طاقة فيرمي للصوديوم بين الصفر المطلق ودرجة الغرفة  $27^{\circ}\text{C}$  علما بأن  $E_F(0) = 2.5 \text{ eV}$  &  $\propto = 71 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{K}$  .

٢٠ - أوجد حركية الإلكترونات في الصوديوم والألومنيوم ، علما بأن موصليتهما على الترتيب هي  $\sigma(N_a) = 22 \times 10^6$  ،  $\sigma(A_l) = 35 \times 10^6 \text{ ohm}^{-1} / \text{m}^{-1}$  ،  $E_F(N_a) = 3.2 \text{ eV}$  ،  $E_F(A_l) = 11.7 \text{ eV}$  ، فيرمي لهما ؟ بماذا تفسر الفرق في الحركية في كل منهما ؟

٢١ - أثبت أن معامل الانضغاط  $K_e$  للغاز الإلكتروني تعطى بالمعادلة :

$$K_e = \frac{3}{2} \frac{V}{NE_F}$$

حيث  $V$  هو الحجم الذي يشغله عدد  $N$  إلكترونات ،  $E_F$  طاقة فيرمي .

٢٢ - يتجمد فلز على شكل طبقات أحادية كثيفة . فإذا علم أن لهذا الفلز إلكترونات واحداً في مستوى الطاقة الأول  $S$  - state ، أثبت :

$$١ - \text{ أن } E_F = \frac{h^2 N}{4 \pi m} \text{ ، حيث } N \text{ عدد الذرات للمتر المربع .}$$

٢ - أوجد كثافة مستويات الطاقة  $N(E)$  بدلالة الطاقة  $E$  .

٣ - عين شكل منطقة بريلوين الأولى ، وأوجد عدد الإلكترونات التي تملؤها .

٢٣ - باستخدام دالة فيرمي للتوزيع الإلكتروني أوجد درجة الحرارة التي يكون عندها احتمال وجود إلكترون بطاقة أعلى من طاقة فيرمي بمقدار  $0.5 \text{ eV}$  هو  $1\%$  ، علماً بأن  $E_F = 5.0 \text{ eV}$  .

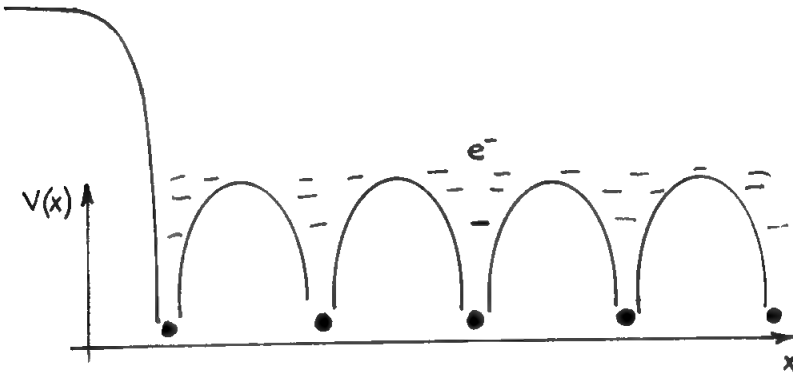
٢٤ - أوجد التيار الترميوني لفتيل من التنجستن طوله  $0.05 \text{ m}$  وقطره  $10^{-4} \text{ m}$  ودرجة حرارته  $2000 \text{ K}$  عندما لا يؤثر عليه أى مجال خارجي .  
وإذا أثرتنا بمجال كهربائي شدته  $5 \times 10^5 \text{ V/m}$  عند سطح الفتيل ، فأوجد مقدار النقص في دالة المشغل الترميوني .

٢٥ - المقاومة النوعية للفضة عند درجة الغرفة هي  $1.6 \times 10^{-8} \text{ ohm.m}$  . والعدد الفعال من إلكترونات التوصيل هو  $0.9$  لكل ذرة وطاقة فيرمي  $E_F = 5.5 \text{ eV}$  . أوجد متوسط طول المسار الحر للإلكترونات وسرعتها الإزاحية في مجال  $100 \text{ V/m}$  . ثم أوجد معامل التوصيل الحراري للفضة . (كثافة الفضة  $1.055 \times 10^4 \text{ Kg/m}^3$  ) .

## الباب الثانى عشر

### نظرية المناطق : Zone theory

لم تستطع أي من النظرية الكلاسيكية أو النظرية الكمية للغاز الإلكتروني تفسير تلك الفوارق الضخمة في التوصيل الكهربى للمواد المختلفة من عازلة إلى شبه موصلة إلى موصلة . لذلك أدخل في نظرية المناطق الحديثة تأثير أيونات الشبكة على الإلكترونات الحرة . lattice ions



شكل ( ١٢ - ١ )

تتحرك الإلكترونات في وجود بئر جهد دورى Periodic potential ، شكل (١٢-١) ،  
ناتج من ترتيب الذرات في الشبكة . فإذا كان الجهد عند النقطة  $x$  هو  $V(x)$  فإن معادلة شرودنجر الخطية في اتجاه  $x$  تكون :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} (E - V(x)) \Psi = 0$$

وقد تمكن بلوخ Bloch من حل هذه المعادلة لتعطى نوعين من الحلول :

$$\Psi(x) = e^{\pm i k x} u_k(x) \quad (1)$$

$$\Psi(x) = e^{\pm i k x} u_k(x) \quad (2)$$

بما أن الحل الأول غير محدود ، حيث إن الدالة الموجية  $\Psi(x)$  تؤول إلى مالا نهاية

عندما تؤول  $\times$  إلى مالا نهاية ، لذلك فهذا الحل يمثل أمواج تقدمية progressive غير موجودة بالشبكة . اما الحل الثانى فيمثل أمواجاً موقوفة stationary waves .

فى الحلين السابقين  $k$  هو العدد الموجى wave number  $\frac{2\pi}{\lambda}$  و  $u_k(x)$  هى

دالة موجية لا تتوقف على الزمن ، ولكن على  $k$  فقط وهى دورية ، ولها نفس دورية الشبكة  $a$  أى أن :

$$u_k(x+a) = u_k(x)$$

أى أن :

$$\Psi(x+a) = e^{\pm i k(x+a)} u_k(x+a)$$

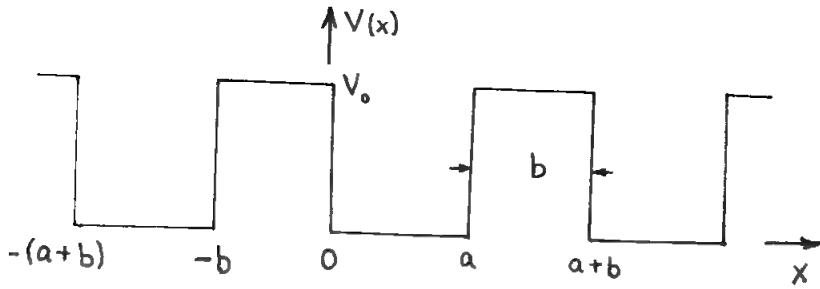
$$\therefore \Psi(x+a) = \Psi(x) \cdot e^{\pm i k a}$$

بما أن الحل الأول لا يعطى حالات موقوفة للإلكترون ، لذلك تختفى مناطق معينة من الطاقة لا يمكن أن يوجد بداخلها أى إلكترون ، وذلك لأنه لو حدث ذلك لكانت الموجة المصاحبة له موجة تقدمية تخضع للحل الأول ، ولذلك فأنها تختفى من داخل الجسم .

ويسمى الحل الثانى بدوال بلوخ Bloch functions .

### نموذج كرونيج وبنى Kronig - Penny model

لتوضيح وجود مناطق من الطاقة مسموح بها للإلكترون وأخرى ممنوعة عليه وضع كرونيج وبنى نموذجاً من بعد واحد يمثل شبكة خطية مكونة من ذرات تبعد عن بعضها مسافة  $(a+b)$  شكل (١٢ - ٢) ، يمكن تمثيل الخواص المميزة لانتشار الأمواج الإلكترونية على هذه الشبكة بتركيب دوري مربع له نفس دورية الشبكة ، ويمثل بئر الجهد الذى تتحرك عليه الإلكترونات .



شكل (١٢ - ٢)

اعتبر أن الجهد عند النواة يساوى صفراً ، وأن قيمته عند منتصف المسافة بين ذرتين متجاورتين هو  $V_0$  .

دورية الشبكة هي  $a + b$  حيث  $b$  هو سمك حاجز الجهد  $a$  هو اتساع بئر الجهد .  
 لحل معادلة شرودنجر باستخدام هذا النموذج المبسط نعتبر دوال بلوخ التي تمثل موجات إلكترونية مستوية تشكلت بوجود دورية الشبكة plane waves .

$$\Psi = u_k e^{i k x}$$

بمفاضلة هذه المعادلة مرتين نحصل على

$$\frac{d \Psi}{d x} = e^{i k x} \frac{d u}{d x} + i k u e^{i k x}$$

&

$$\frac{d^2 \Psi}{d x^2} = e^{i k x} \frac{d^2 u}{d x^2} + 2 i k e^{i k x} \frac{d u}{d x} + i^2 k^2 u e^{i k x}$$

وبالتعويض في معادلة شرودنجر ذات الجهد الدوري :

$$\frac{d^2 \Psi}{d x^2} + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - V) \Psi = 0$$

نحصل على :

$$\frac{d^2 u}{d x^2} + 2 i k \frac{d u}{d x} - k^2 u + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - V) u = 0$$



وبوضع :  $E_k = \frac{h^2 k^2}{8 \pi^2 m}$  نجد أن :

$$\frac{d^2 u}{d x^2} + 2 i k \frac{d u}{d x} + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - E_k - V) u = 0$$

**أولا :** في المنطقة  $0 < x < a$  أى داخل بئر الجهد يكون حل المعادلة السابقة على الصورة :

$$u_1 = A e^{i(\infty - k)x} + B e^{-i(\infty + k)x}$$

حيث :

$$\infty = \sqrt{\frac{8 \pi^2 m}{h^2} \cdot E} = \frac{2 \pi}{h} \sqrt{2 m E} \quad (I)$$

**ثانيا :** في المنطقة  $a < x < a + b$  أى داخل حاجز الجهد يكون حل المعادلة هو :

$$u_2 = C e^{(\beta - i k)x} + D e^{-(\beta - i k)x}$$

حيث :

$$\beta = \left( \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (V_0 - E) \right)^{1/2} \quad (II)$$

تحدد قيمة الثوابت  $D, C, B, A$  من حالة الحدود Boundary conditions، بحيث

تكون الدالة الموجية  $u$  ومعاملها التفاضلى  $\frac{du}{dx}$  بوال متصلة وأحادية القيمة عند كل من :

$$x = -b, x = a, x = 0$$

ومن دورية الدالة  $u$  تكون قيمتها عند  $x = a$  مساوية عند  $x = -b$

$$\therefore u_1(a) = u_2(-b);$$

$$u_1(0) = u_2(0); \left( \frac{du_1}{dx} \right)_0 = \left( \frac{du_2}{dx} \right)_0;$$

$$\left( \frac{du_1}{dx} \right)_a = \left( \frac{du_2}{dx} \right)_{-b}$$

باستخدام حالات الحدود السابقة نحصل على أربع معادلات هي :

$$A + B = C + D \quad (i)$$

$$i(\infty - k)A - i(\infty + k)B = (\beta - ik)C - (\beta + ik)D \quad (ii)$$

$$A e^{i(\infty - k)a} + B e^{-i(\infty + k)a} = C e^{-(\beta - ik)b} + D e^{(\beta + ik)b} \quad (iii)$$

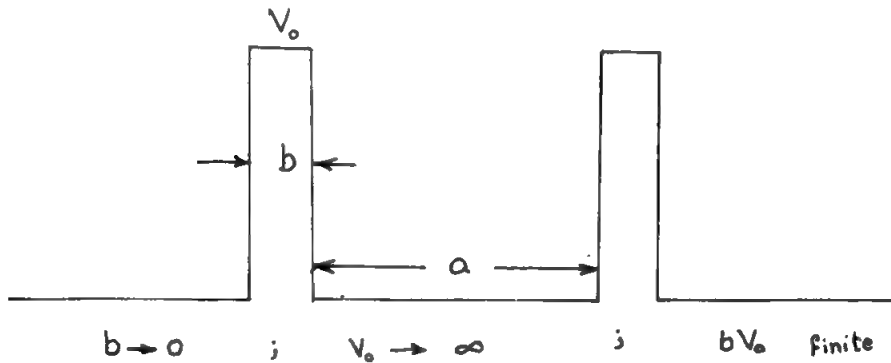
$$i(\infty - k)A e^{i(\infty - k)a} - i(\infty + k)B e^{-i(\infty + k)a} = (\beta - ik)C e^{-(\beta - ik)b} - (\beta + ik)D e^{(\beta + ik)b} \quad (iv)$$

يكون لهذه المعادلات الخطية حل إذا تلاشى قيمة المحدد المكون من معاملات  $D, C,$

$B, A$

الحل النهائي يعطى بالمعادلة :

$$\frac{\beta^2 - \infty^2}{2\beta\infty} \sinh \beta b \sin \infty a + \cosh \beta b \cos \infty a = \cos(a + b) \quad \dots (III)$$



شكل (١٢-٣)

والحصول على حل أبسط من هذا أجرى كرونيج وبني التقريب التالي ( انظر شكل

١٢-٣).

. اعتبر سمك حاجز الجهد  $b$  صغيرا جدا ويؤول للصفر ، كما اعتبر أن ارتفاع حاجز

الجهد  $V_0$  كبيرا جدا ويؤول إلى ما لا نهاية .

ولكن حاصل الضرب  $bV_0$  يظل محدود القيمة .

هذا التقريب لا يغير من طبيعة الحل النهائي ، ولكنه فقط يسهل إيجاد حل للمشكلة

باستخدام الرياضاة البسيطة كما يأتى :

أ - إذا كانت  $V_0 \longrightarrow \infty$  فإن قيمة E تكون صغيرة نسبيا ، ولذلك نجد أن قيمة

$\beta$  ( المعادلة II ) تصبح :

$$\beta = \left( \frac{8 \pi^2 m}{h^2} \cdot V_0 \right)^{1/2}$$

ب - تختصر حدود المعادلة (III) كل على حدة كما يأتى :

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{\beta^2 - \infty^2}{2 \beta \infty} \sinh \beta b \sin \infty a &= \frac{\beta^2 - \infty^2}{2 \beta \infty} \cdot \beta b \cdot \sin \infty a \\ &= \frac{\beta^2 b}{2 \infty} \sinh \infty a \end{aligned}$$

وضعنا هنا  $b \longrightarrow 0$  ، E أيضا صغيرة جدا بالنسبة إلى  $V_0$  فهى تؤول

للصفر . وكذلك قيمة  $\infty$  يلاحظ أن  $\beta^2 b$  هى  $V_0 b$  وهى محدودة القيمة فرضا فلا تختصر .

$$2 - \cosh \beta b \longrightarrow 1 \therefore b \longrightarrow 0 \quad \text{بما أن}$$

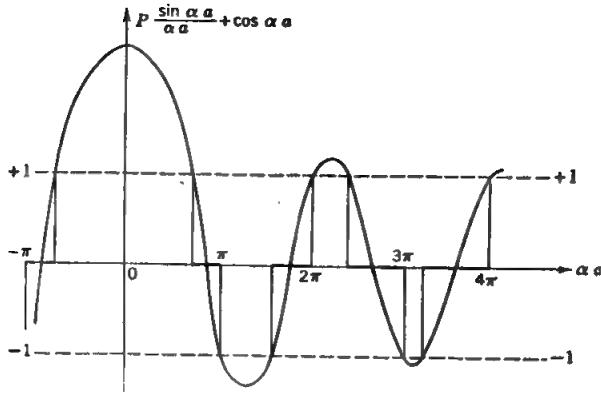
$$3 - \cos k (a+b) \longrightarrow \cos k a$$

وبالتعويض في المعادلة III نحصل على :

$$\frac{\beta^2 b}{2 \infty} \sin \infty a + \cos \infty a = \cos k a$$

$$p = \frac{\beta^2 b a}{2} = \frac{4 \pi^2 m V_0 a b}{h^2} \quad \text{وبوضع}$$

$$\therefore p \frac{\sin \infty a}{\infty a} + \cos \infty a = \cos k a \quad \text{(IV)}$$



شكل ( ١٢ - ٤ )

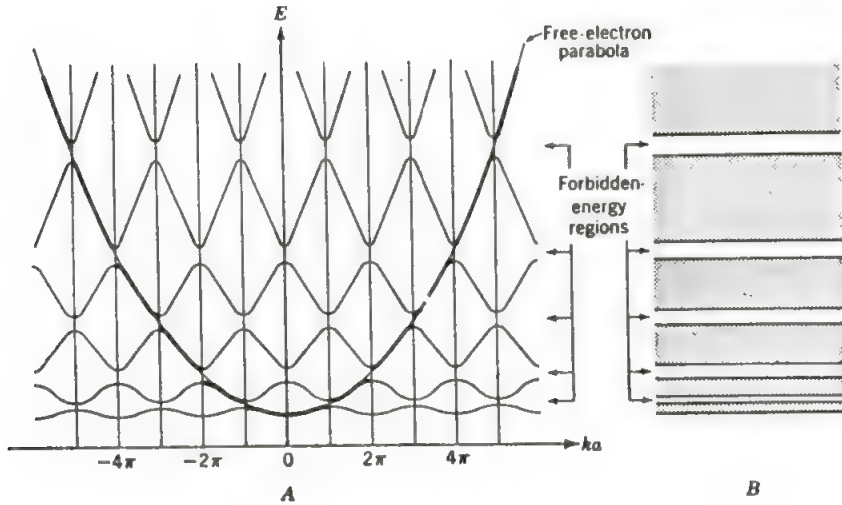
ولدراسة هذه المعادلة نرسمها بيانياً ، كما فى شكل ( ١٢ - ٤ )  
ولیکن الطرف الأيسر بأكمله محوراً صاعداً وليكن  $a \infty$  هی المحور السینی . الطرف الأيمن من المعادلة IV :  $\cos ka$  تأخذ قيمة واحدة فقط لكل قيمة لـ  $k$  أى لكل قيمة طاقة إلكترونية  $E$  . كما أن دالة جیب التمام تجعل حدود التغير للطرف الأيسر من المعادلة لا تتعدى  $\pm 1$  هی قيم تغير  $\cos ka$  ما بین أقل قيمة وأكبر قيمة .  
لذلك فكل قيم  $a \infty$  التى تعطى قيمة للطرف الأيسر فى المعادلة IV أكبر من  $+1$  أو أقل من  $-1$  تعتبر غير حقيقية .

$$(I \text{ معادلة}) \infty = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \quad \text{وبما أن}$$

∴. یمثل المحور السینی  $a \infty$  محوراً للطاقة الإلكترونية ، وتكون بذلك قيم الطاقة الإلكترونية الممثلة بقيم  $a \infty$  التى تعطى قيماً للطرف الأيسر من المعادلة IV داخل الحدود  $\pm 1$  هی فقط القيم المسموح بها لطاقة الإلكترون ، أما القيم الأخرى التى تخرج بقيمة الطرف الأيسر عن هذا النطاق  $\pm 1$  فهى كلها قيم غير حقيقية أو بمعنى آخر قيم غير مسموح بها .

من هنا یتضح وجود مناطق للطاقة مسموح بها وأخرى غير مسموح بها Allowed

and forbidden energy bands and شكل ( ١٢ - ٥ ) . أى أن الجهد الدورى لذرات الشبكة قد أُملى وجود مناطق ممنوعة من الطاقة الإلكترونية لا يمكن لأى إلكترون أن يتواجد بداخلها . ويلاحظ أنه كلما ازداد ارتفاع بئر الجهد ( أى أن  $V_0 b$  تزداد ) نجد أن اتساع هذه المناطق المحرمة يقل .



شكل ( ١٢ - ٥ )

برسم العلاقة بين طاقة الإلكترون ومقلوب طول الموجه المصاحب نحصل على شكل ( ١٢ - ٥ ) وفيه تظهر المناطق المحرمة من الطاقة .

يلاحظ وجود انقطاع فى المنحنى كلما كان  $k = \frac{n}{a}$  أى عندما

$$n \lambda = 2 a$$

حيث  $a$  هى المسافة بين الذرات .

هذه المعادلة هى نفس معادلة براج التى تعطى انعكاسا قويا للإلكترونات الساقطة عموديا على سطح البلورة .

وهذا يعنى أنه تبعا لقانون براج فإن أى إلكترون يتحصل داخل البلورة على طاقة

تدخله فى المنطقة المحرمة ، يتشتت وينعكس على المستويات الذرية فليس له وجود داخل البلورة لأنها لا تقبل وجوده بداخلها .

### كتلة الإلكترون الفعالة فى البلورة

The effective mass of electrons :

فى النظرية السابقة اعتبرنا أن الإلكترونات فى البلورة عبارة عن أمواج مستقرة تشغل جميع حجم الجسم . ولكن لكى نعالج موضوع تأثير المجالات الكهربائية أو المغناطيسية على الإلكترونات ، يجب اعتبار الطبيعة الجسيمية للإلكترون وكيف ترتبط بالطبيعة الموجية له .

نعتبر الإلكترون جيب موجى Wave packet حيث تكون سرعة الإلكترون كجسيم particle velocity مساوية للسرعة الجموعية group velocity المركبة السينية للسرعة الجموعية هى :

$$V_x = \frac{d\omega}{dk_x} = \frac{2\pi}{h} \frac{dE}{dk_x} \quad (E = h\nu) \quad (1)$$

إذا أثّرنا على البلورة بمجال كهربائى X فإن الشغل المبذول على الإلكترون بواسطة المجال فى الزمن الصغير  $\delta t$  هو :

$$\delta\omega = c \cdot X \cdot v_x \cdot \delta t \quad (2)$$

حيث مركبة القوة لإلكترون كمية حركته  $p_x$  فى اتجاه x هو  $F_x$  . بتفاضل المعادلة (1) نحصل على :

$$F_x = \frac{dp_x}{dt}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{2\pi}{h} \frac{dE}{dk_x} \right)$$

$$\therefore \frac{dv_x}{dt} = \frac{2\pi}{h} \frac{d^2E}{dk_x^2} \cdot \frac{dk_x}{dt}$$

$$= \frac{4 \pi^2}{h^2} \frac{d^2 E}{dk_x^2} \cdot \frac{dp_x}{dt} = \frac{1}{m^*} \cdot F_x$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{4 \pi^2}{h^2} \frac{d^2 E}{dk_x^2} \quad \text{حيث :}$$

وقد وضعت المعادلة على هذه الصورة إذ أن  $\frac{dp_x}{dt}$  تمثل عجلة ، كما أن  $\frac{dp_x}{dt}$  هي قوة ( قانون نيوتن ) لذلك فإن المقدار  $m^*$  لابد أن يمثل كتلة وتعرف  $m^*$  بأنها الكتلة الفعالة للإلكترون effective mass .

بالنسبة للإلكترون حر تكون كتلته  $m^* = m$  ولكن داخل البلورة فإن تأثير الشبكة يجعل كتلته الفعالة مختلفة عن كتلته الحرة .

وعند التأثير بقوة على إلكترون البلورة فإن التغير في كمية حركته داخل البلورة  $m^* v_x$  يختلف عن نظيره للإلكترون الحر  $mv_x$  هذا الفرق بين المقدارين لا يشكل كسرا أو خطأ في قانون بقاء كمية الحركة ، لأن هذا الفرق يؤخذ بواسطة الشبكة . crystal momentum

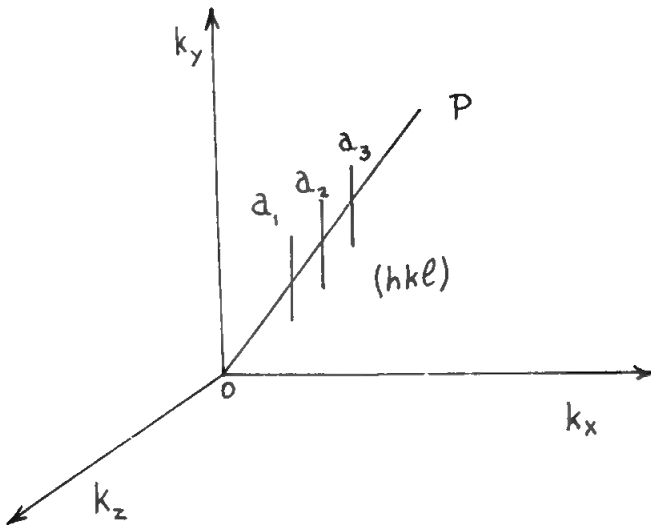
### مناطق بريلوين Brillouin Zones :

لكي نتصور فيزيائيا لماذا نحصل على مناطق محرمة من الطاقة في البلورات الحقيقية نفرض أن لدينا بلورة خالية تماما من الإلكترونات .. أى أن جميع مستويات الطاقة فيها فارغة .

ثم لنعتبر فراغ العدد الموجى wave number space نأخذ أى اتجاه مثل OP يمر بمركز الإحداثيات O ، شكل ( ١٢ - ٦ ) .

كل نقطة على هذا الخط تمثل عدداً موجياً معيناً . لننتصور الآن أننا بدأنا نملا تدريجيا البلورة بالإلكترونات اللازمة لها . كلما أضفنا إلكترونات نجد أن مستويات الطاقة المنخفضة هي التي تملأ أولاً بالإلكترونين لكل مستوى .

وتكون دائما مستويات الطاقة المشغولة على شكل كرات تحيط بمركز الإحداثيات O الذى يكون فى المركز دائما .



شكل ( ١٢ - ٦ )

ومن الواضح أنه كلما ازدادت قيمة  $k$  كلما نقصت طول الموجة المصاحبة للإلكترون  $\lambda$ . إذا كان الاتجاه  $OP$  يمر مخترقاً مجموعة من المستويات  $(h k l)$  المسافة العمودية بينها  $d(hkl)$  وكانت الزاوية التى يعملها هذا الاتجاه مع المستويات هى  $\theta$  فإن الموجه الإلكترونية المصاحبة للإلكترون متحرك فى هذا الاتجاه يمكن أن ينطبق عليها قانون براج

$$2 d(hkl) \sin \theta = n \lambda$$

وعندئذ يحدث انعكاس قوى لهذه الموجه  $\lambda$  على هذه المستويات  $(h k l)$  أى عند ما تتحقق هذه العلاقة .

وهذا يعنى أنه بالنسبة لاتجاه مثل  $OP$  وبالنسبة لمستويات مثل  $(hkl)$  نجد متسلسله من النقط Series of points على هذا الخط يتحقق عند كل منها قانون براج مما يسبب اختفاء أى الكترون يكون له طاقة أى من هذه النقط ، وهذا يخلق سلسلة من الطاقات الممنوعة على هذا الخط عند تلك النقط .

ويتعميم ما سبق على جميع اتجاهات الفراغ مثل الاتجاه  $OP$  وبالنسبة لجميع



المستويات الذرية في البلورة مثل (hkl) نحصل على مناطق محرمة من الطاقة تسمى مناطق بريلوين Brillouin ومن الواضح أن شكل مناطق بريلوين تعتمد أساسا على التركيب البلوري للشبكة وعلى المسافات البينية بين مستويات الطاقة الذرية الكثيفة في هذا التركيب.

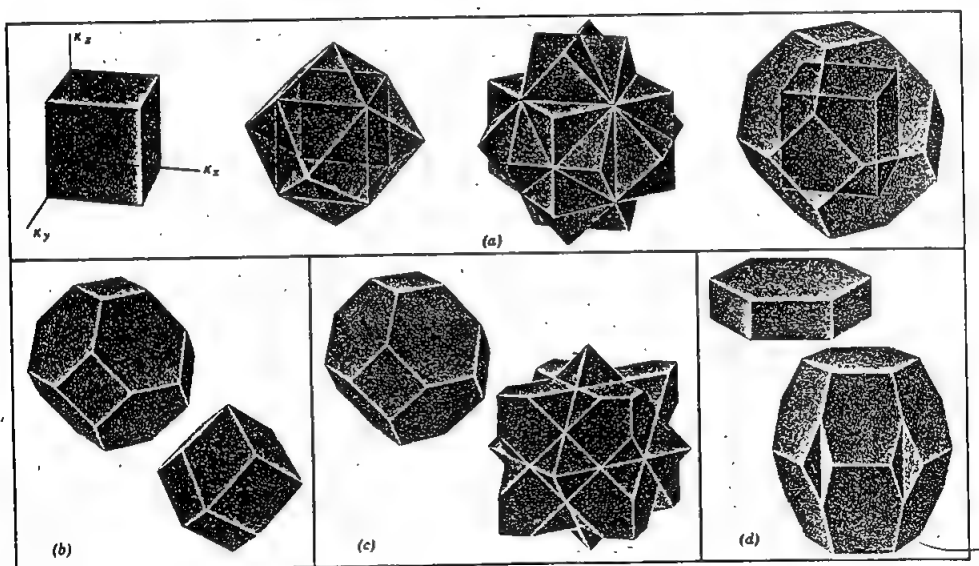
والأمثلة في شكل (١٢ - ٧) تبين

(a) أربعة مناطق بريلوين للبنية . S. C .

(b) منطقتين للبنية . b.c.c. .

(c) منطقتين للبنية . f.c.c. .

(d) منطقتين للبنية . h.c.c. .



شكل (١٢ - ٧)

اعتبر فرضا بلورة ذات بعدين فقط 2 - D crystal وأنها خالية من الإلكترونات

وأفرض أن التركيب البلوري لها يعطى منطقة بريلوين الأولى على شكل مربع .

ابدأ بملء الشبكة تدريجيا بالإلكترونات .

إذا ما وصلنا النقط المختلفة في فراغ متجه الموجه  $k$  - space والتي يكون لها نفس

الطاقة الإلكترونية نحصل على أشكال دائرية طالما كنا بعيدين عن حدود منطقة بريلوين ،

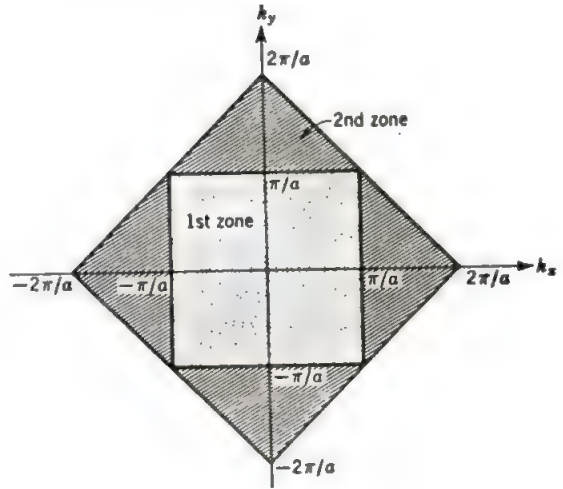
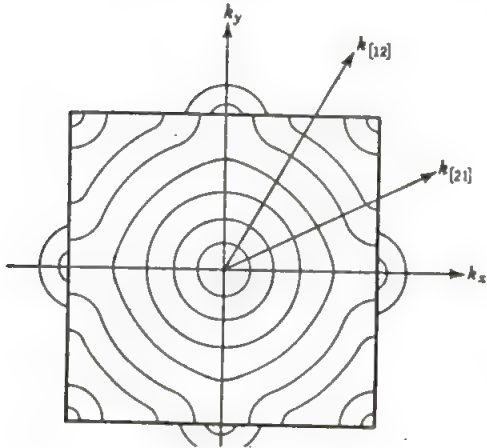
شكل ( ١٢ - ٨ ) .

تكون حركة الإلكترونات في هذه الدوائر غير مقيدة ولكن اذا اقتربنا من حدود المنطقة

نجد أن خطوط تساوى الطاقة energy contours تنتهى عند هذه الحدود إذ أن قيم  $k$

تكون أكبر في الاركان عنها عند الجوانب مثلا  $k(10) < k(21)$  .

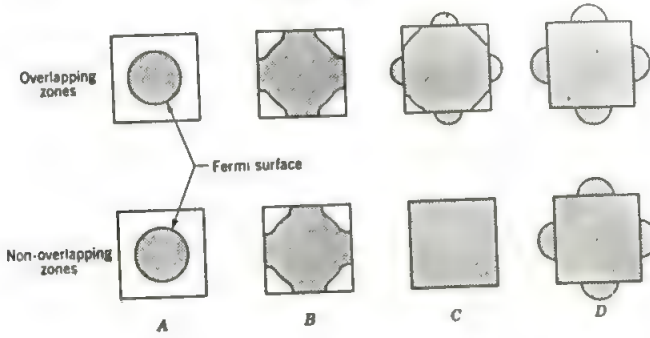
بالاستمرار في اضافة الكترونات للبلورة تمتلئ أركان منطقة بريلوين الأولى تماما .



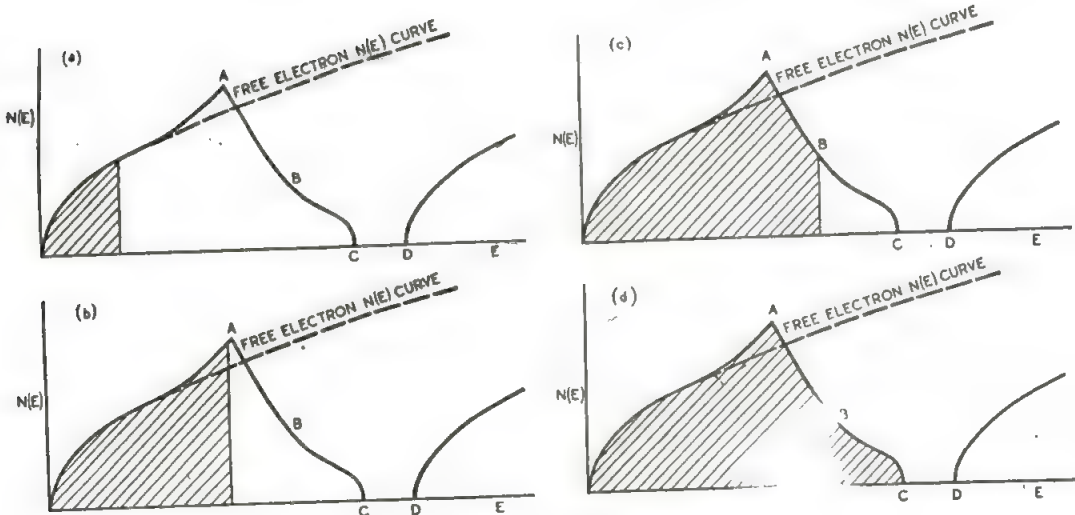
شكل ( ١٢ - ٨ )

وبعد هذه المرحلة لن يدخل أى إلكترون فى المنطقة الثانية إلا إذا كانت طاقته من الكبير بحيث يستطيع تعديه المنطقة الممنوعة للطاقة بين منطقتى بريلوين الأولى والثانية ، شكل (٩-١٢)

أحيانا يكون أول حدود منطقة بريلوين الثانية عند مستوى من الطاقة أقل من مستوى الطاقة المناظر لأبعد حدود منطقة بريلوين الأولى أى أن هناك تلاحما بين المنطقتين overlap . فى هذه الحالة يمكن للإلكترونات أن تبدأ فى شغل مستويات الطاقة فى المنطقة الثانية قبل الانتهاء تماما من شغل مستويات الطاقة فى المنطقة الأولى ، كما مبين بشكل (٩-١٢).



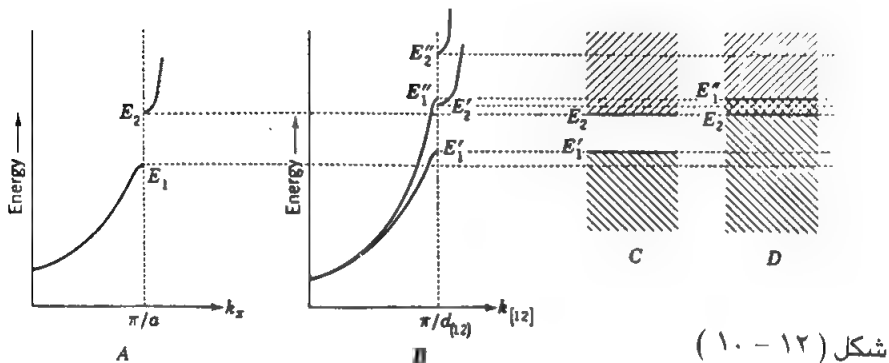
BRILLOUIN ZONES



شكل (٩-١٢)

تمثل أشكال ( B & A ) منطقة بريلوين الأولى وهى ممثلة جزئيا بالإلكترونات فى الشكل C تبدأ الإلكترونات فى الدخول للمنطقة الثانية قبل الإنتهاء من شغل جميع مستويات الطاقة الأولى وذلك لأن مستويات الطاقة فى المنطقة الثانية عندئذ تكون ميسورة أكثر من المستويات الباقية فى المنطقة الأولى .

ويمكن توضيح ذلك أكثر بواسطة شكل ( ١٢ - ١٠ )



شكل ( ١٢ - ١٠ )

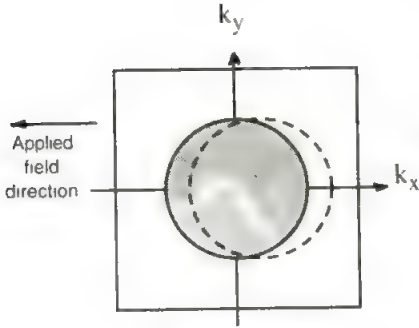
أعتبر  $E_1$  ،  $E_1'$  ،  $E_1''$  هى حدود الطاقة لمنطقة بريلوين الأولى بالنسبة لثلاثة اتجاهات فى الفراغ وإن  $E_1$  ،  $E_1'$  ،  $E_1''$  طاقة القاع bottom لمنطقة بريلوين الثانية لنفس هذه الاتجاهات .

**أولا :** إذا كان  $E_2$  أكبر من  $E_1$  ،  $E_1'$  بالنسبة للاتجاهات المختلفة فى الفراغ ، فإننا نحصل على مناطق غير متداخلة وتوجد عندئذ non overlapping zones ثغرة فى الطاقة energy gap ، وتكون مثل هذه المادة عازلة كهربائيا إذ أن إلكترونات المنطقة الأولى لا تستطيع الحركة إلى داخل المنطقة الثانية إلا إذا قفزت فوق ثغرة الطاقة .

**ثانيا :** أما إذا كانت  $E_1'$  أكبر من  $E_2$  فإننا نحصل على مناطق بريلوين متداخلة ويكون الإلكترون عندئذ حر الحركة داخل المنطقتين الأولى والثانية ، مما يسهل عملية التوصيل الكهربائى وتكون مثل هذه المواد مواد موصلة .

## تعريف المادة الموصلة كهربائيا :

هى المادة التى تكون منطقة بريلوين لها مملوءة جزئيا partially filled بالإلكترونات .  
عندما نؤثر على المادة بمجال كهربائى نجد أن مجموعة الإلكترونات تزاوح فى عكس اتجاه  
المجال ، وذلك لأن كل إلكترون يستطيع أن يجد مستوى شاغرا للطاقة يجاوره ، شكل  
(١١-١٢) .



شكل (١١ - ١٢)

وكنتيجة لإزاحة الإلكترونات نحصل على تيار  
كهربائى ، ولذلك تكون المادة موصلة جيدة للتيار .  
نفس هذا التعليل ينطبق على المواد التى تكون فيها  
مناطق بريلوين متداخلة وتسمح بحركة الإلكترون .

## المادة العازلة :

هى المادة التى يكون فيها مناطق بريلوين غير متداخلة وبينها ثغرة طاقة ، كما أن  
المنطقة الداخلية مملوءة تماما بالإلكترونات . لا يستطيع الإلكترون الحركة تحت تأثير المجال  
الكهربائى إلا إذا اكتسب طاقة تسمح له بالقفز فوق ثغرة الطاقة .

## المادة شبه الموصلة :

إذا كانت المنطقة الداخلية مملوءة تماما ( Valence band ) وكانت ثغرة الجهد  
صغيرة نسبيا ، بحيث يمكن للإلكترون بواسطة التهييج الحرارى  $kT$  أن يقفزها إلى منطقة  
التوصيل conduction band تكون المادة شبه موصلة مثل السيليكون النقى . فى درجات  
الحرارة المنخفضة تكون المادة عازلة بينما رفع درجة الحرارة يحولها إلى مادة موصلة .  
يوجد بعض المواد العازلة أصلا يمكن تحويلها إلى مواد شبه موصلة بإدخال شوائب  
فيها . تسمح هذه الشوائب بمستويات للطاقة داخل ثغرة الطاقة ، مما يسهل انتقال

الإلكترون منها أو إليها .

إذا كانت مستويات الطاقة التي أدخلتها الشوائب في ثغرة الطاقة للمادة الأصلية قريبة من منطقة التوصيل conduction band فإن الإلكترون يقفز من الشائبة impurity atom لمنطقة التوصيل ، ويساهم في عملية التوصيل ويسمى هذا النوع n - type semiconductor .

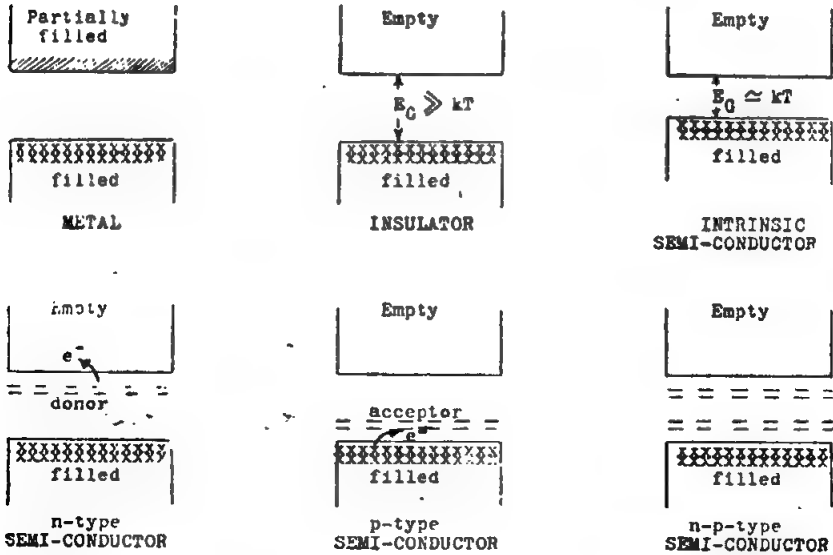
أما إذا كانت مستويات الطاقة داخل الثغرة قريبة من منطقة التكافؤ valence band فإن الإلكترونات تقفز من هذه المنطقة إلى مستويات الطاقة الأعلى والقريبة منها تاركة وراءها فراغات موجبة positive holes ، يمكن لها أن تتحرك في منطقة التكافؤ وتساهم في عملية التوصيل .

ويسمى هذا النوع p - type semiconductor

ويمكن تصنيع مادة شبه موصلة تكون من النوعين السابقين ، وتسمى n - p - type semiconductor .

ويبين شكل ( ١٢ - ١٢ ) أنواع المواد المختلفة من موصلة إلى شبه موصلة إلى عازلة

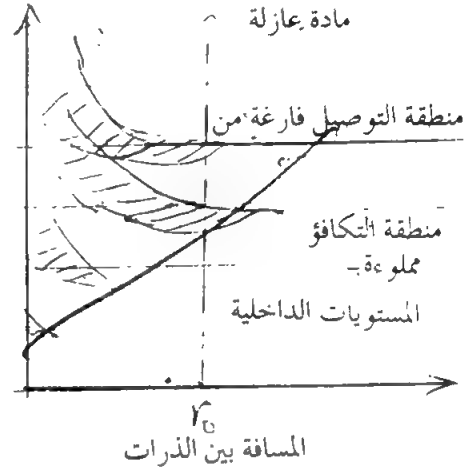
مستعينا بنظرية المناطق .



شكل ( ١٢ - ١٢ )

## التوصيل بواسطة الإلكترونات والثقوب :

تنقسم مستويات الطاقة الإلكترونية عند اقتراب الذرات من بعضها ، ففي حالة المواد الموصلة جيداً تنطبق المستويات بما يسمح بحركة الإلكترونات بحرية لمستويات الطاقة الأعلى في عملية التوصيل الكهربى . أما فى حالة العوازل والمواد شبه الموصلة فيوجد طاقة ثغرة بين منطقة التكافؤ ومنطقة التوصيل ، كما مبين بشكل ( ١٢ - ١٣ ) .



شكل ( ١٢ - ١٣ )

عندما يخرج إلكترون من منطقة التكافؤ فى شبه موصل يترك مكانه ثقباً موجباً positive hole يمكنه أن يتحرك فى منطقة التكافؤ بتأثير مجال كهربائى خارجى ، وينشأ عن انتقاله تيار كهربى . أى أنه من الممكن حدوث توصيل كهربى بواسطة الإلكترونات أو الثقوب أو الإثنين معاً ، ولكن تكون حركة الإلكترونات فى منطقة التوصيل فى عكس اتجاه المجال الكهربى المؤثر ، بينما تتحرك الثقوب فى منطقة التكافؤ فى اتجاه المجال .

موصلية المادة  $\sigma$  هى  $\sigma = J / E$  حيث  $J$  الكثافة التيارية ،  $E$  شدة المجال الكهربى المؤثر . وباعتبار أن التيار قد نشأ عن حركة عدد  $n$  إلكترونات فى وحدة الحجم بسرعة متوسطة  $v$  فى منطقة التوصيل تكون الكثافة التيارية

$$J = n \cdot e \cdot v$$

وتكون الموصلية  $\sigma_e$  الناشئة عن الإلكترونات هى :

$$\sigma_e = n e \frac{v}{E} = n e \mu_e$$

حيث  $\mu_e$  هى حركية الإلكترونات فى منطقة التوصيل .

ولما كانت الثقوب تحدث تيارا كهربيا بنفس الصورة ، تكون أيضا الموصلية الناشئة عن الثقوب  $\sigma_p$  فى منطقة التكافؤ هي :

$$\sigma_p = p \cdot e \mu_p$$

حيث  $\mu_p$  هي حركية الثقوب فى منطقة التكافؤ ،  $p$  هو عدد الثقوب فى وحدة الحجم بها ، وتكون الموصلية الكلية لشبه الموصل هي :

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_p$$

ولكن  $p = n$  فى شبه الموصل الذاتى ، لذلك فإن :

$$\sigma = n e (\mu_e + \mu_p)$$

وإذا كان  $N$  هو عدد الإلكترونات فى وحدة الحجم فى منطقة التكافؤ يمكن أن يقفز طاقة الثغرة منها عدد  $n$  إلكترونات عند درجة الحرارة  $T$  ، ويتكون عندئذ عدد  $n$  ثقوب فى الموصل الذاتى . يتغير عدد الإلكترونات والثقوب مع درجة الحرارة وفقا للمعادلة :

$$n = N e^{-E_G / 2 k T}$$

حيث  $E_G$  هي طاقة الثغرة بين منطقتى التكافؤ والتوصيل ،  $k$  ثابت بولتزمان . وبذلك

$$\sigma = N e (\mu_e + \mu_p) e^{-E_G / 2 k T} \quad \text{تصبح موصلية شبه الموصل الذاتى هي :}$$

وتوضح هذه المعادلة أن موصلية شبه الموصل تزداد وفقا لدالة أسية لدرجة الحرارة . وبهذا تتمايز أشباه الموصلات عن الموصلات الفلزية التى تتناقص موصليتها طرديا مع درجة الحرارة .

ولإيجاد طاقة الثغرة  $E_G$  عمليا نوجد تغير لموصلية  $\sigma$  مع درجة الحرارة  $T$  وبرسم العلاقة بين  $(\ln \sigma)$  &  $(1/T)$  نحصل على خط مستقيم ، ميله يساوى طاقة الثغرة مقسوما على ضعف ثابت بولتزمان .

### أشباه الموصلات العارضة Extrinsic semi conductors :

مستويات طاقة الثغرة بين منطقتى التكافؤ والتوصيل هي مستويات طاقة محرمة على الإلكترونات . إذا أضفنا قدرأ ضئيلاً جدا من الشوائب قد يصل إلى جزء فى الألف مليون



يتكون نوعان من أشباه الموصلات العارضة extrinsic يطلق عليهما موجب النوع p-type وسالب النوع n-type وفقاً لما تسببه هذه الشوائب من وفرة في الثقوب الموجبة أو الإلكترونات السالبة على الترتيب . ومن أمثلة النوع الأول السيليكون أو الجرمانسيوم إذا أضيفت له شوائب ثلاثية التكافؤ مثل الأنديم . ومن أمثلة النوع الثانى السيليكون أو الجرمانيوم مضاف إليه شوائب خماسية التكافؤ مثل الأنيتمون . فمن المعروف أن لذرة الجرمانيوم أو السيليكون أربعة إلكترونات تكافؤ وأن هذه المواد تتبلور على صورة شبكة الماس حيث عدد التناسق يساوى أربعة . لذلك فالروابط بين الذرات المتجاورة روابط تساهمية . عند إضافة ذرة أنتيمون خماسية التكافؤ إلى السيليكون مثلاً ، فإن أربعة فقط من إلكتروناتها الخمسة تشترك فى الروابط التساهمية مع الجيران السيليكون الأربعة ويتبقى إلكترون حر يستطيع أن يساهم فى عملية التوصيل الكهربى عند التأثير بمجال كهربى خارجى ، ولذلك تسمى هذه بالشوائب المعطاة donor ، لأنها تعمل على زيادة كثافة حاملات الشحنة السالبة فى منطقة التوصيل ، ويسمى شبه الموصل فى هذه الحالة n-type ، إذ أن التوصيل الكهربى فيه يتم على أساس انتقال الإلكترونات فى منطقة التوصيل .

أما فى حالة إضافة شوائب ثلاثية التكافؤ كالأنديم أو الجاليوم تتكامل الروابط التساهمية الأربع مع ذرات السيليكون المجاوره بأن تأخذ كل شائبة إلكترون من منطقة التكافؤ ويصير مكانه ثقباً موجباً positive hole حر الحركة فى فراغ الشبكة ويكون مسئولا عن عملية التوصيل الكهربى ويطلق على الشوائب فى هذه الحالة شوائب مستقبلية acceptor حيث إنها بقبولها للإلكترونات تحدث زيادة كبيرة فى الثقوب الموجبة وهى حاملات الشحنة الموجبة المسببة للتيار الكهربى . ويسمى هذا النوع p - type أى شبه الموصل موجب النوع .

## مسائل وتمارين علي الباب الثاني عشر

١ - أثبت أنه في شبكية مربعة بسيطة ( ذات بعدين ) تكون طاقة حركة إلكترون حر عند احد أركان منطقة بريلوين الأولى أكبر من نظيره عند منتصف الوجه للمنطقة بمقدار الضعف .

٢ - ماذا تكون نسبة الطاقة الإلكترونية  $E(100) / E(111)$  عند حدود منطقة بريلوين الأولى لشبكة تكعيبية بسيطة .  $SC$  ؟ ثم أثبت أن هذه المنطقة تشكل مستوى الطاقة الأول (  $1-S$  state ) .

٣ - تتغير طاقة الإلكترون في منطقة التكافؤ في فلز تكعيبى بسيط تبعا للعلاقة  $E = A k^2 + B$  حيث  $A = 10^{-38} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$  ،  $B$  ثابت .  
أوجد الكتلة الفعالة للإلكترون بالنسبة لكتلته الحرة . ثم أوجد عدد إلكترونات التكافؤ لكل ذرة ، وطاقة ترابط الفلز .

٤ - ارسم منطقتي بريلوين الأولى والثانية لشبكية بسيطة ثنائية البعد محورها  $a$  و  $\sqrt{3}a$

٥ - اعتبر شبكية مربعة بعدها الشبكي  $3^\circ \text{A}$  . عند أي قيمة لكمية حركة الإلكترون يكون سطح منطقة بريلوين الأولى ؟ وما هي طاقة الإلكترون عندئذ ؟

٦ - علل لماذا لا توجد مستويات طاقة إلكترونية محرمة في الفلزات . ثم أثبت أن الكتلة الفعالة للإلكترون تساوي كتلته الحرة ؟



## الباب الثالث عشر

### الموصلية الفائقة SUPER CONDUCTIVITY

#### اكتشاف الموصلية الفائقة :

اكتشف اونز Onnes عام ١٩١١ أن المقاومة الكهربائية للزئبق المتجمد تنخفض إلى

الصفر تقريباً عند درجات حرارة أقل

من درجة حرارة  $T_c = 4.15 \text{ K}$  ،

مما يوحي بتغير حالة المادة تغيراً

جذرياً وتختلف في تصرفها عن سلوك

المادة العادية التوصيل كالبلاطين مثلاً

، كما مبين في شكل (١٣ - ١) .

وبعد اكتشاف ظاهرة التوصيل الفائق

في الزئبق وجد أن مواد أخرى كثيرة

تتمتع بنفس الخاصية ، كما وجد أن

بعض السبائك والمركبات السيراميكية

تظهر موصلية فائقة عند درجات

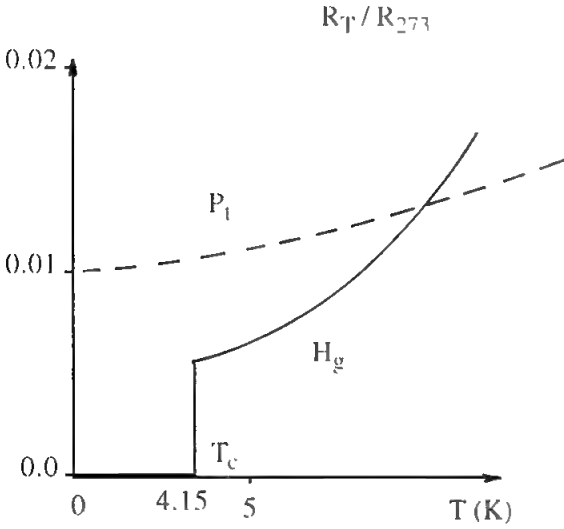
حرارة أعلى بكثير من تلك التي تظهر

عندها في الفلزات النقية .

ليس للموصل الفائق أية مقاومة كهربية على الإطلاق لذلك إذا أدخلنا تياراً كهربياً في

دائرة تتكون من سلك فائق التوصيل فإن التيار الكهربى يستمر في السريان طالما استمرت

للسلك موصليته الفائقة ، ويسمى التيار حينئذ بالتيار الدوام persistent current شكل



شكل (١٣ - ١)

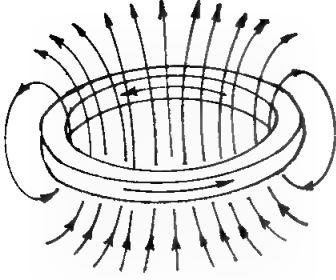
(١٣- ٢) ، وقد أمكن فى أحد المعامل استمرار سريان تيار مداوم بدون انقطاع لمدة سنتين

ونصف ، دون أى مصدر كهربى ولم يقف

التيار إلا بعد الامتناع عن التبريد للموصل

الفائق ما حوله لموصل معتاد له مقاومة

للتيار تسببت فى إيقافه .



شكل (١٣ - ٢)

## خواص الموصلات الفائقة

### ١ - ظاهرة الرفع Levitation effect

تحدث التيارات المداومة فى دوائر الموصلات الفائقة مجالات مغناطيسية ، ينشأ عنها

ظاهرة الرفع المثيرة التى تظهر بعض الأجسام وكأنها عائمة فى الهواء فوق الموصل الفائق .

فإذا أسقطنا مثلاً مغناطيساً صغيراً فوق موصل فائق ينشأ مجال مغناطيسى تأثيرى يقاوم

حركة السقوط ، وذلك لتكون تيارات مداومة تأثيرية

على سطح الموصل الفائق ، وتزداد شدة هذه التيارات

باقترب المغناطيس من الموصل وفقاً لقانون لنز

Lenz's يكون التنافر قوياً مع المغناطيس وينتج عن

ذلك رفعه فى الهواء وكأنه عائماً غير مرتكز على شىء .

شكل (١٣-٣) .



شكل (١٣ - ٣)

وتستفيد حالياً التكنولوجيا الحديثة من ظاهرة الرفع

فى تصميم قطار يتحرك مرفوعاً فوق القضبان مما يجعل حركته أسهل وأسرع ، ولذلك

يطلق عليه اسم القطار الرصاصه أو القطار بدون احتكاك . Frictionless train .

### ٢ - المجال المغناطيسى الحرج .

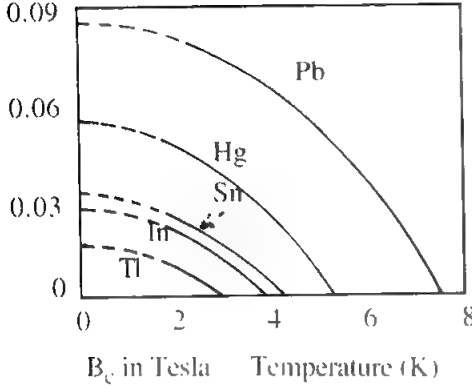
تتكون مجالات مغناطيسية قوية عند مرور التيارات المداومة فى ملفات من موصلات

فائقة . من الناحية النظرية يمكن زيادة شدة التيار المداوم ، وبالتالى شدة المجال المغناطيسى

المصاحب بدرجة لانهائية . ولكن وجد عملياً أنه إذا زاد المجال المغناطيسى عن حد معين

يسمى بالمجال الحرج  $H_c$  ، تختفى تماما ظاهرة التوصيل الفائق وتتحول المادة إلى مادة عادية التوصيل . ويعرف المجال الحرج بأنه أقل مجال مغنطيسي يفقد عنده الموصل الفائق موصليته الفائقة . ويطلق على الموصلات الفائقة التي لها مجال حرج واحد بأنها من النوع

الأول Type I superconductor .



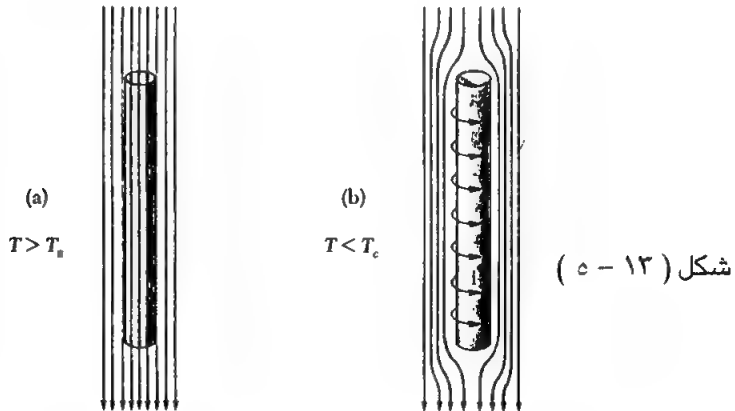
وتختلف قيمة المجال الحرج باختلاف الموصل ، كما أنها تقل كلما ارتفعت درجة الحرارة كما مبين بشكل ( ١٣ - ٤ ) وقد وجد أن شدة المجال الحرج المزيل للموصلية الفائقة تتغير مع درجة الحرارة المطلقة وفقاً للمعادلة التقريبية :

$$H_c(T) = H_c(0) \left[ 1 - (T/T_c)^2 \right] \quad \text{شكل ( ١٣ - ٤ )}$$

حيث  $H_c(T)$  هو المجال الحرج عند درجة  $T$  ،  $H_c(0)$  عند الصفر المطلق.

### ٣ - أثر ميزنر Meissner Effect

عند وضع اسطوانة من موصل فائق في مجال مغنطيسي ينعدم بداخلها المجال الكهربائي نتيجة لمقاومته الصفرية . وهذا يعنى أن معدل تغير المجال المغنطيسي يتلاشى داخل الموصل الفائق . أى أن خطوط القوى المغنطيسية تطرد خارج الاسطوانة ولا تستطيع أختراقها كما مبين فى شكل ( ١٣ - ٥ )



شكل ( ١٣ - ٥ )

عند ملاسة المجال المغنطيسي لاسطوانة الموصل الفائق تتكون تيارات تأثيرية على السطح تمنع نفاذ خطوط القوى المغنطيسية داخلها ، وهذا هو تصرف الموصل التام الذى لا يتكون بداخله أية مجالات مغنطيسية . وتؤدى التيارات السطحية على الموصل الفائق عملية التوصيل الكهربائى .

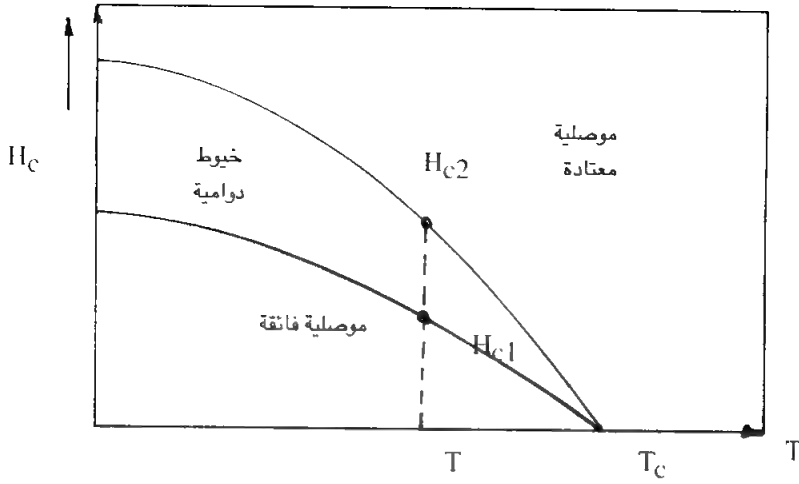
تسمى ظاهرة طرد الموصل الفائق لجميع خطوط القوى المغنطيسية لخارجة بأثر ميزنر Meissner effect . ويلاحظ أن تصرف الموصل الفائق فى المجال المغنطيسى يشبه تماما تصرف المادة الديامغنطيسية من حيث تنافرها مع المجال ، إذ يعتمد الحث المغنطيسى B فى أى مادة على المجال المغنطيسى المؤثر H والعزم المغنطيسى M وفقا للمعادلة :

$$B = \mu_0 H + M$$

وبتطبيق أثر ميزنر للموصل الفائق يكون  $B = 0$  وبالتالي تكون  $M = -\mu_0 H$  أى أن القابلية المغنطيسية سالبة ، ولذلك فالموصل الفائق مادة ديامغنطيسية تامة تكلمة الفيض المغنطيسى

## النوع الثانى من الموصلات الفائقة Type II Superconductors

يتميز الموصل الفائق من النوع الأول مجالا مغنطيسيا حرجاً واحداً ، يتحول بعده الموصل الفائق إلى موصل معتاد . أما الموصلات الفائقة من النوع الثانى فلها مجالان مغنطيسيان حرجان  $H_{c1}$  &  $H_{c2}$  عند درجة حرارة معينة ( شكل ١٣ - ٦ ) . عند زيادة شدة المجال المغنطيسى عن  $H_{c1}$  تبدأ خيوط دوامية vortex lines فى إختراق الموصل الفائق وتنقسم المادة إلى مناطق ذات توصيل فائق واخرى موصليتها معتادة . وعند زيادة شدة المجال يزداد حجم المناطق ذات الموصلية المعتادة على حساب مناطق الموصلية الفائقة حتى اذا ما وصلت شدة المجال المغنطيسى إلى القيمة الحرجة الثانية  $H_{c2}$  تكون جميع اجزاء الموصل الفائق قد تحولت إلى التوصيل المعتاد . لذلك يتميز النوع الثانى من الموصلات الفائقة بوجود مجالين مغنطيسيين حرجين لكل درجة حرارة .



شكل ( ١٣ - ٦ ) المجالات الحرجة لموصل فائق من النوع الثانى عند الدرجات المختلفة .

### شكل ( ١٣ - ٦ )

المجالات الحرجة لموصل فائق من النوع الثانى عند الدرجات المختلفة

تعمل الخيوط الدوامية على إمرار بعض الفيض المغنطيسى خلال الموصل الفائق . وبدهى أن تكون مادة الموصل الداخلة فى هذه الخيوط ذات موصلية معتادة لتسمح بمرور خطوط القوى المغنطيسية . ولما كانت هذه الخيوط تشكل حزما من خطوط القوى المغنطيسية الملامسة للموصل الفائق لذلك تتكون تيارات تأثيرية على سطوحها كالدوامات تحمى باقى اجزاء الموصل التى لا تزال على حالتها من الموصلية الفائقة ، تحميها من اختراق المجال المغنطيسى لها . ( انظر شكل ١٣ - ٧ ) .

وقد وجد أن كل خيط دوامى يحتوى على كمية واحدة من الفيض المغنطيسى تساوى ثابت بلانك مقسوما على ضعف شحنة الإلكترون

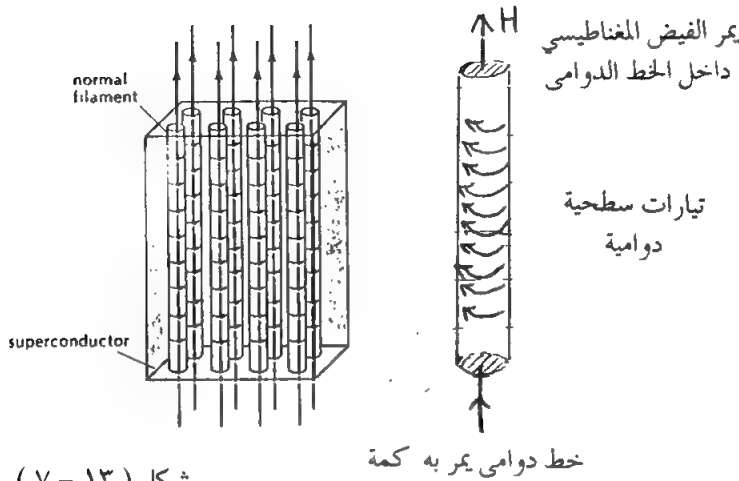
$$\phi_0 = h / 2 e$$

$$= 2.07 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

كما وجد بالتجربة أن زيادة شدة المجال المغنطيسى لا يزيد من كثافة الفيض المغنطيسى فى كل خيط دوامى ، ولكن يزداد عدد الخيوط التى تخترق الموصل الفائق وتصير كالحزمة



الكثيفة . وفى النهاية عندما تصل شدة المجال إلى قيمته الحرجة الثانية  $H_{c2}$  تكون المادة قد تحولت إلى مادة عادية التوصيل تخترق جميع أجزائها خطوط القوى المغناطيسية وتختفى الموصلية الفائقة من المادة .

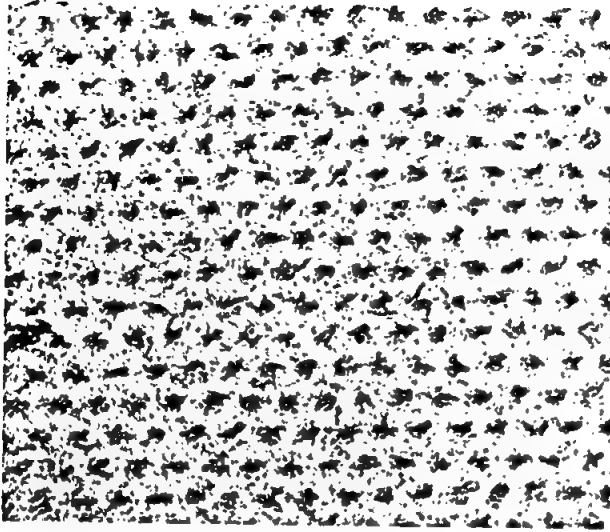


شكل ( ١٣ - ٧ )

وتجرى التجربة البسيطة التالية لإثبات أن كل خط دوامى لا يمر فيه سوى كمية واحد من الفيض المغناطيسى ( $\phi_0 = 2.07 \times 10^{-7}$ ) وهى تجربة شبيهة بتجربة بيتر لإظهار الحدود المغناطيسية .

يوضع محلول غروى به مسحوق من مادة مغناطيسية كالمجنتيت فوق سطح أملس من موصل فائق من النوع الثانى ، ونؤثر عليه بمجال مغناطيسى تقع شدته بين  $H_{c1}$  &  $H_{c2}$  أى فى المنطقة التى تحدث فيها الخطوط الدوامية . تنجذب ذرات المسحوق المغناطيسى لنهايات الخطوط الدوامية ، حيث يمر المجال المغناطيسى ، فيظهر شكل منتظم من الأكوام للمسحوق الأسود اللون ، وإذا ازدادت شدة المجال الخارجى المؤثر تزداد الكثافة العددية للأكوام كما مبين بشكل ( ١٣ - ٨ ) . ويمكن إيجاد عدد الخطوط الدوامية من عدد هذه النهايات وأيضا بقياس شدة المجال المغناطيسى المؤثر يمكن إيجاد كثافة الفيض المغناطيسى فى كل خط دوامى ، تساوى  $\phi_0 = h / 2 c$  ، ولا تندمج أبدا الخطوط بزيادة المجال ولكن

تكون حزمًا كثيفة ، حتى تتحول المادة إلى موصل معتاد إذا ما زادت شدة المجال على القيمة الحرجة الثانية  $H_c$  .



شكل ( ١٣ - ٨ )

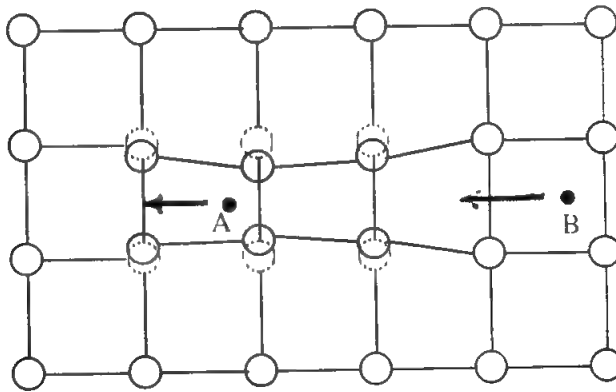
### ميكانيكية التوصيل في الموصلات الفائقة : The BCS Theory

يحدث التوصيل الكهربائي في الموصلات الإلكترونية بانتقال إلكترونات التوصيل تحت تأثير المجال الكهربائي فيمر التيار . وتبين المقاومة الكهربائية مقدار استقطار الإلكترونات بالفعل البيني مع فونونات الشبكة وكذلك بتصادمها مع بعضها البعض ومع الشوائب وغيوب الشبكة وقد وجد أنه حتى عند درجة الصفر المطلق ، حيث تسكن حركة الإلكترونات والفونونات تظهر بعض المقاومة المتبقية في جميع الموصلات المعتادة .

إذا كيف نفسر تلاشي المقاومة تماما في الموصل الفائق عند درجات الحرارة بين الصفر المطلق والدرجة الحرجة ؟ لقد وضع باردين وكوبر وشريفر نظرية تعرف باسمهم BCS theory لتفسير ميكانيكية التوصيل في الموصل الفائق على أساس الفعل البيني بين الإلكترونات الحرة وفونونات الشبكة وإمكان تكون أزواجا من الإلكترونات توجد بين إلكترونين

كل زوج قوة ترابط بخلاف ما تمليه النظريات الكلاسيكية من وجود تنافر كولومى بين الشحنات المتشابهة وسميت هذه الأزواج الإلكترونية بأزواج كوبر Cooper pairs ، وهى التى تشكل حاملات الشحنة عند التوصيل الفائق ، وينشأ عن حركتها التيار المداوم وظاهرة الموصلية الفائقة .

ولكى نفهم كيف يحدث تجاذب بين الكترونى كوبر نبدأ بالإلكترونات الحرة داخل الموصل ، هذه الإلكترونات تؤثر على الأيونات الموجبة للشبكة محدثة بها استقطابا فى شحناتها الموجبة ، فيزداد تركيز الشحنات الموجبة مكان مرور الإلكترون ( A ) مثلا فى شكل ( ٩ - ١٣ ) فتعمل هذه الزيادة على جذب الكترون آخر B يكون فى الجوار حينئذ ، وبذلك يتبع الإلكترون A الإلكترون B فيظهر كما لو كانت هناك قوة تجاذب بينهما ، والحقيقة أن ترابط الإلكترونين يكون بواسطة الفعل البينى للإلكترون مع فونونات الشبكة ، ويوضح شكل ( ٩ - ١٢ ) كيفية تكون أزواج كوبر .



شكل ( ٩ - ١٣ )

ويجب ملاحظة إنطباق قاعدة باولى Pauli exclusion principle التى تنص على عدم جواز أن يكون لإلكترونين نفس الإعداد الكمية ، وعلى ذلك يجب أن يختلف اللف لإلكترونى كوبر ، ولما كانت كميتا حركتهما متساويتين مقدارا ومتضادتين إتجاها ؛ لذلك فإن

كمية الحركة الكلية لزوج كوبر تساوى الصفر كما أن لفة أيضا مساوٍ للصفر أى أنه يعمل عمل البوزونات وليس كما فى الإلكترونات ذات اللف  $\pm 1/2$  والتي تعمل كفرميونات ، ولذلك يمكن تشبيهها فى الموصل الفائق بعملية تكثف لجميع أزواج كوبر فى الحالة الأرضية ground state ويمثلهم دالة موجية واحدة تماثلها كروى كما أنها أحادية الطور ، وتشمل كل أجزاء الموصل الفائق ، وبالنسبة للميكانيكا الموجية يمكن اعتبار الكترونى زوج كوبر على أنهما موجتان متساويتان فى السعة ويختلفان فى الطور بمقدار  $\pi$  ويكونان لذلك موجة موقوفة .

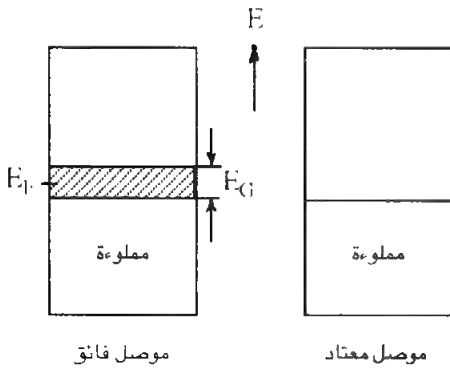
لا تحدث استطارة لأزواج كوبر كما هو الحال بالنسبة للإلكترونات الحرة وذلك لأنه إذا أثرت الشبكة على الإلكترون الأول فى الزوج وغيرت من كمية حركته بقدر معين فإن الشبكة ذاتها تغير من كمية حركة الإلكترون الثانى بنفس المقدار ولكن فى اتجاه معاكس تماما لاتجاه التغير الأول . وهذا يعنى أن التغير الكلى لكمية الحركة للزوج تساوى صفرا ، وبذلك لا يكون هناك أى تأثير للشبكة على زوج كوبر الذى يكون له حرية الحركة تماما بداخلها فلا تكون هناك استطارة أو أى مقاومة لحركة ناقلات الشحنة ، وعلى ذلك تصير مقاومة الموصل الفائق صفرية .

#### طاقة الثغرة للموصل الفائق : Energy gap

يعتمد استقرار الموصل الفائق على قوة الرابطة بين الكترونى زوج كوبر . وتفسر النظريات حالة الموصل الفائق بوجود طاقة ثغرة  $E_g$  بين الحالة الأرضية ground state والحالة المثارة للنظام كما هو مبين بالشكل ( ١٠ - ١٣ ) .

وتعرف طاقة الثغرة بأنها الطاقة اللازمة

لكسر الرابطة بين الكترونى كوبر ، وقد أثبتت



شكل ( ١٠ - ١٣ )

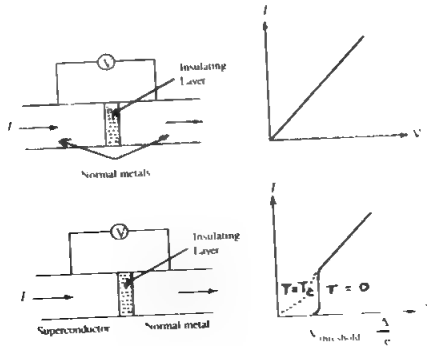
نظرية باردين كوبر شريفير BCS لميكانيكية التوصيل في الموصلات الفائقة ، إن طاقة الثغرة عند  $T = 0 \text{ K}$  تتناسب مع درجة الحرارة الحرجة  $T_c$  حيث  $E_G = 3.53 T_c$  وطاقة الثغرة في الموصل الفائق صغيرة في حدود  $k T_c$  (  $0.001 \text{ eV}$  ) عند الصفر المطلق ولذلك فهي لا تقارن بطاقة الثغرة في شبه الموصل ، ولذلك عند التأثير على موصل فائق بمجال مغناطيسي تزداد طاقة أحد الكتروني زوج كوبر ، بينما تنقص طاقة الثاني . فإذا كانت شدة المجال كبيرة بما فيه الكفاية ينفصل الإلكترونين وتنتهي حالة الموصلية الفائقة .

ولقياس طاقة الثغرة عمليا نجرى التجربة الآتية :

إذا أحضرنا فلزين توصليهما معتاد وجعلنا منهما وصلة كهربية بينهما طبقة رقيقة من مادة عازلة . تتبع العلاقة بين التيار والجهد على الوصلة قانون أوم كما في الشكل (١٢-١١) بينما إذا كان أحد طرفي الوصلة من مادة موصليتها فائقة فإننا بزيادة فرق الجهد على طرفي الوصلة لا يمر أى تيار حتى نصل إلى جهد معين  $V_c$  threshold حيث

$$V_E = E_G / 2 e$$

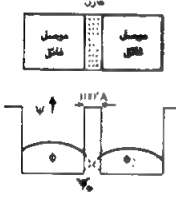
وقد استخدمنا هنا نصف طاقة الثغرة  $E_G / 2$  حيث إننا بصدد الكترون واحد يخترق الطبقة العازلة بواسطة نظرية الأنفاق ، أى أنه عندما تكون الطاقة  $e \cdot V$  مساوية نصف طاقة ترابط الكتروني كوبر على الأقل ينفصل الإلكترونين ويتحول التوصيل إلى توصيل معتاد .



شكل ( ١٢ - ١١ )

## أثر جوزيفسن : D C & A C Josephson Effect

أولاً : اكتشف جوزيفسن أنه عندما يتلامس موصلان فائقان بينهما طبقة رقيقة من مادة عازلة ، كأكسيد مثلاً سمكه ١-٢ نانومتر ، يتولد تيار فائق  $I_s$  دون التأثير على الوصلة بأى فلطية خارجية وتزداد شدة التيار بزيادة سطح التلامس بينهما ، ولكنها تقل بزيادة سمك الطبقة العازلة ، وتفسر هذه الظاهرة بميكانيكا الكم عن طريق إختراق أزواج كوبر



للطبقة العازلة بظاهرة الأنفاق المعروفة Tunnel effect . ويبين شكل ( ١٢ - ١٣ ) وصلة جوزيفسن مع اختراق حاجز الجهد بظاهرة الأنفاق ، وتكون الدالة الموجية جيبية داخل بئر الجهد ودالة أسية داخل حاجز الجهد أى الطبقة العازلة .

شكل ( ١٢ - ١٣ )

إذا اعتبرنا أن الدالة الموجية لأزواج كوبر داخل حاجز الجهد هي :

$$\psi = \psi_0 \exp ( i \phi )$$

حيث  $\phi$  هو الطور ، وهو أحادى لجميع أزواج كوبر ، وأن طوراً الموصلين الفائقين على جانبي الوصلة  $(\phi_1 , \phi_2)$  يكون التيار  $I_s$  المار في الوصلة هو :

$$\begin{aligned} I_s &= I_m \sin ( \phi_2 - \phi_1 ) \\ &= I_m \sin \delta \end{aligned}$$

حيث  $I_m$  هو أكبر تيار حادث عندما لا تؤثر على الوصلة بأى فلطية خارجية

ثانياً : عند التأثير على الوصلة بفلطية ثابتة  $V$  ( d.c. voltage ) يتكون في الحال

تيار متردد  $I$  يعطى بالمعادلة

$$I = I_m \sin ( \delta - 2 \pi f t )$$

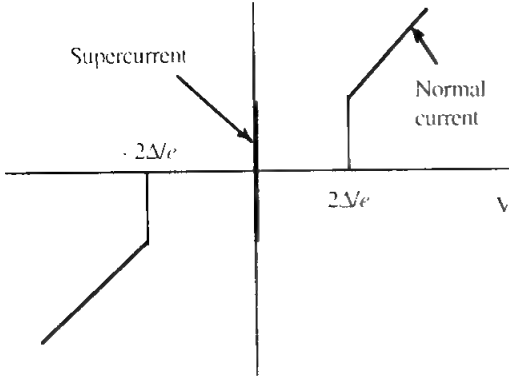
حيث  $\delta$  هو الطور عند الزمن  $t = 0$  ،  $f$  هو تردد جوزيفسن ويعطى بالمعادلة

$$f = \frac{2 e V}{h}$$

حيث  $h$  ثابت بلانك ،  $e$  شحنة الإلكترون . ويبين شكل ( ١٣ - ١٣ ) منحنى تغير التيار

مع الجهد على وصله جوزيفسن المكونة من مادتين فانقتى التوصيل بنهما طبقة رقيقة عازلة.

وقد وجد أنه بالتأثير على الوصلة بقلطية واحد ميكرو فولت ينشأ تيار تردده  $f = 483.6 \text{ MHz}$  ونظرا للدقة الكبيرة الممكنة في قياس كل من التردد وفرق الجهد لذلك



يمكن تعيين قيمة  $(e/h)$  بدقة لم يسبق أن حصلنا عليها . شكل (١٣ - ١٢) .  
وتستخدم وصلة جوزيفسن في تطبيق هام آخر .

إذا شععنا الوصلة بإشعاع كهرومغناطيسي تردده  $f^1$  فإننا نحصل على منحني بين التيار والجهد يتميز بقفزات كمية كلما كان تردد جوزيفسن  $f$  مساويا مضاعفات للتردد الساقط  $f^1$  أي كلما كان :  
$$V = hf/2e = nhf^1/2e$$
  
وتتصرف الوصلة كتصرف ذرة مثارة لها مستويات كمية فكلما عبر زوج كوبر الوصلة ينبعث أو يمتص فوتون تردده  $f = 2eV/h$

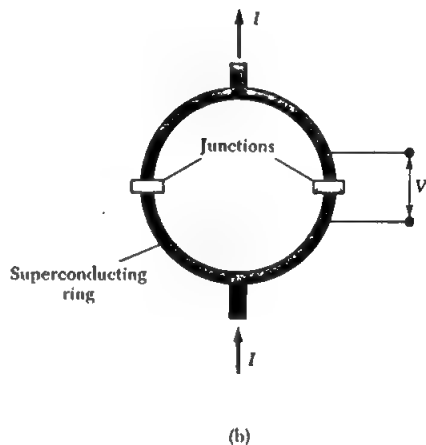
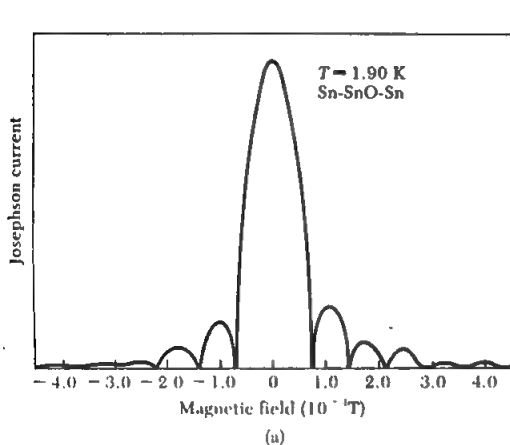
### السكويد : The SQUID

عندما تتعرض وصلة جوزيفسن لجال مغناطيسي يتوقف شدة التيار الحرج على عدد كمات الفيض المغناطيسي المؤثر عليها فالتيار يتغير دوريا مع الفيض ، وتستخدم هذه الظاهرة في القياس المتناهي في الدقة للمجالات المغناطيسية الصغيرة جدا كتلك المصاحبة للتيارات المخية في الإنسان في حدود  $10^{-14} \text{ T}$  .

والسكويد تركيب من وصلتي جوزيفسن يكونان حلقه كما في شكل (١٣ - ١٤) والاسم سكويد SQUID يأتي من الاختصار الانجليزي للاسم :  
Superconducting Quantum Interference Device

شدة التيار في حلقة السكويد تساوى مجموع تيارى وصلتى جوزيفسن ، عندما تؤثر على السكويد بمجال مغناطيسى فإنه يحدث تيارا مداوما في الحلقة يكفى لطرد الفيض المغناطيسى من الحلقة ( ظاهرة ميزنر) طالما استمرت الحلقة في موصليتها الفائقة ، أما إذا ازدادت شدة التيار عن التيار الحرج تحولت الحلقة لحظيا إلى مادة عادية التوصيل تسمح بالفيض المغناطيسى لاختراقها ، ويمكن لدائرة الكترونية تسجيل التغيرات في شدة التيار المصاحبة للتغير في شدة المجال .

ويكثر استخدامات السكويد حاليا لدراسة المجالات المغناطيسية الحيوية كتلك المصاحبة لتيارات القلب والمخ ، للكشف عن مصادر الصرع والسكتات القلبية عند الانسان .



شكل ( ١٣ - ١٤ )

## وحدات مرجعية كميّة للجهد والمقاومة :

Reference Quantum Standards of voltage and Resistance

### أولا : أثر جوزيفسن والقياسية المرجعية للجهد :

رأينا مما سبق أن شريحتين من مادة ذات موصلية فائقة كالنيوبيوم يفصلهما طبقة رقيقة عازلة ذات سمك حوالى 1 nm تكون وصلة جوزيفسن التى تتسبب ظاهرة الأنفاق



tunnel effect من أن تخترق الأمواج الإلكترونية العازل بين الشريحتين وبذلك يمر جزء كبير من تيارات التوصيل الفائق .

عند تشعيع هذه الوصلة بأمواج كهرومغناطيسية ترددها  $f$  وقياس شدة التيار المار  $I$  وفرق الجهد على الوصلة و  $U$  يكون منحنى العلاقة بين التيار ، وجهد جوزيفسن كما مبين بشكل ( ١٣ - ١٥ ) حيث يظهر فيه سلميات على محور التيار تظهر عند قيم متعاقبة لجهد جوزيفسن لا تتغير مواقعها ، ويرتبط الجهد  $U$  الذي يحدث عنده السلمة النونية ( $n^{th}$ ) ( step ) بتردد الأشعة الساقطة بالعلاقة :

$$U_J (n) = n f / K_J$$

حيث  $K_J$  هو ثابت جوزيفسن ،  $n$

عدد صحيح

ومن المعادلة السابقة ، وبوضع

$n = 1$  يكون تعريف ثابت جوزيفسن هو

النسبة بين التردد إلى جهد جوزيفسن عند

السلمة الأولى . وقد وجد بالتجربة أن ثابت

جوزيفسن  $K_J$  لا يتوقف على المتغيرات

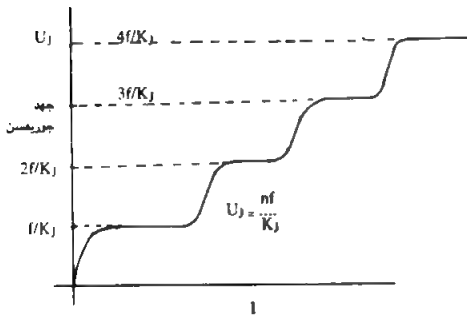
التجريبية مثل نوع الموصل الفائق أو درجة

الحرارة أو تردد الإشعاع الساقط أو

القدرة ، وعلى ذلك فقد اعتبر ثابت

جوزيفسن كمية قياسية عالمية

International quantity



شكل ( ١٣ - ١٥ )

كما أثبتت التجربة أن القيمة المقاسة لثابت جوزيفسن تتطابق مع القيمة المحسوبة

نظريا والتي تساوى ضعف شحنة الإلكترون  $e$  إلى ثابت بلانك  $h$  أى إن

$$K_J = 2 e / h$$

وبالتعويض عن قيم  $h$  و  $e$  نجد أن قيمة هذا الثابت هي :

$$K_J = 483954 \text{ G H}_Z / V$$

وعلى ذلك فقيمة الثابت  $K_J$  يمكن استخدامها في تعريف الوحدة القياسية للجهد أى

للفلط ( volt ) .

### ثانيا : أثر هول الكمي والقياسية المرجعية للمقاومة :

يعتبر اكتشاف فون كليتزنج لأثر هول الكمي طريقة جديدة للتعريف بالمقاومة القياسية

المرجعية كما سبق بالنسبة للجهد فى وصلة جوزيفسن ، لقد عرفت مقاومة هول  $\rho_H$  بأنها

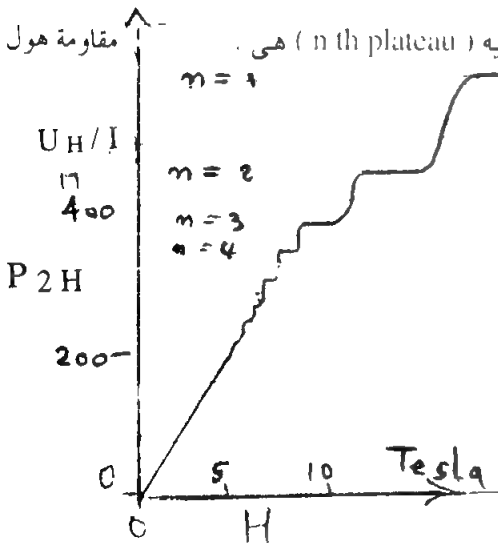
النسبة بين جهد هول  $U_H$  إلى شدة التيار  $I$  المار فى العينة أى أن

$$\rho_H = U_H / I$$

وعند تثبيت شدة التيار  $I$  وتغيير شدة المجال المغناطيسى وجدت مصطببات فى المنحنى

بين جهد هول  $U_H$  وشدة المجال المغناطيسى  $H$  حيث يستمر الجهد ثابتا مع زيادة شدة

المجال خلال كل سلمة .



شكل ( ١٦ - ١٣ )

وتكون قيمة مقاومة هول عند المصطبة النونية ( n th plateau ) هى :

$$\rho_H(n) = U_H(n) / I$$

$$= R_K / n$$

حيث تأخذ  $n$  القيم  $1, 2, 3, 4, \dots$

ويسمى  $R_K$  ثابت كليتزنج الذى يعرف بأنه

قيمة مقاومة هول عند أول مصطبة أى عندما

تكون  $n=1$

وبين شكل ( ١٦ - ١٣ ) نتائج تجربة

أجريت عند درجة حرارة  $1.39 \text{ K}$  لقياس جهد

هول ، وكانت شدة التيار المار بالعينة

$25.52 \mu A$  ووجد أن مقاومة هول تظهر المصطببات المبينة بالشكل عند قيم كممة

$$n = 1, 2, 3, \dots \text{ حيث } R_H / n$$

وأن قيمة ثابت كليتزنج للسلسلة  $n = 1$  هو :

$$R_H = 25813 \text{ ohm}$$

وأن هذه القيمة تتطابق مع النتائج النظرية لأثر هول الكمي ، وهي :

$$R_H = h / e^2$$

حيث  $h$  ثابت بلانك ،  $e$  الشحنة الإلكترونية .

ومما سبق نرى أن أثر جوزيفسن ، وأثر هول الكمي أوجدا قياسية كمية Quantum

standards للجهد والمقاومة على الترتيب ، وعلى ذلك أمكن تحديد قيمة الوحدة لكل من

الجهد والمقاومة أى الفلط والأوم على أساس قيم الثابتين الكمي  $R_K$  ،  $K_J$  وهما ثابت

جوزيفسن وثابت كليتزنج للفولط والمقاومة .

### الموصلية الفائقة عند درجات الحرارة المرتفعة

High Temperature Superconductivity

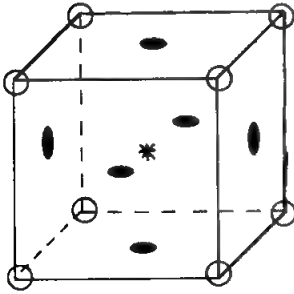
حتى عام ١٩٨٦م ، كانت أعلى درجة حرارة أمكن عندها الحصول على الموصلية

الفائقة فى بعض المواد هي  $T_c = 23.2 \text{ K}$  . وكانت المادة هي نيوبيوم جرمانيوم

( $\text{Nb}_3 \text{ Ge}$ ) . وكانت معظم البحوث متجهة إلى دراسة الأكاسيد ذات التركيب بيروفسكايت

Perovskite الذى يمثلته تركيب تيتانات الباريوم المبين بشكل ( ١٣ - ١٧ ) ومن أمثلة تلك

المواد تيتانات السترنشيوم وتنجستات الصوديوم .



شكل ( ١٣ - ١٧ )

وبنهاية عام ١٩٨٦م اكتشف بدنورز ومولر

Bednorz & Müller مادة سيراميكية ( $\text{LaBCO}$ )

أظهرت موصلية فائقة ابتداء من الدرجة ٣٥ كلفن وقد

أمكن بعد ذلك بالتأثير على المادة بضغط كبيرة رفع

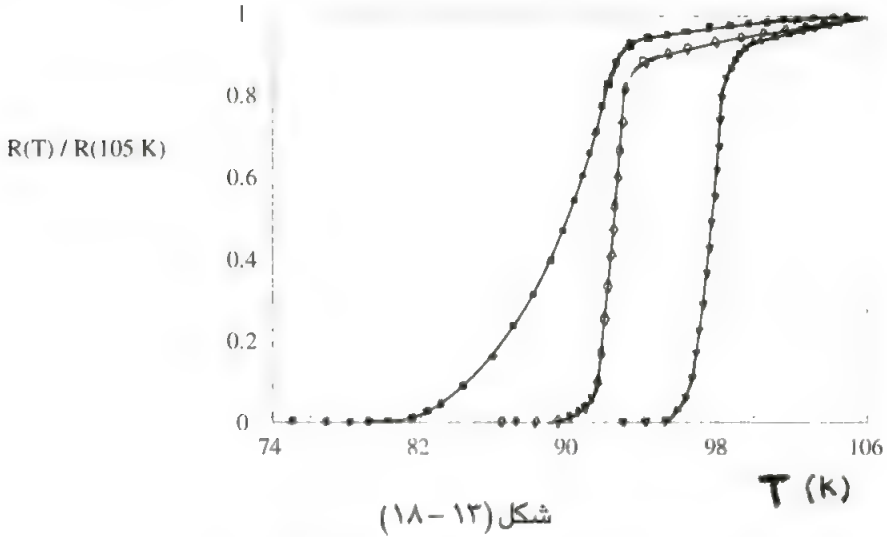
درجتها الحرجة إلى  $T_c = 57 \text{ K}$  . وقد أثبت ذلك أن

إنقراض البعد الشبكي والمسافة بين الذرات يؤدي إلى

رفع الدرجة الحرجة للموصل الفائق ، وقد دفع ذلك العلماء إلى استبدال ذرة اللانثانام ( La ) بذرة أصغر حجما منها وإن كانت تماثلها كيميائيا هي ذرة الايتريوم (Y) وعندئذ تكون المركب ( Y B CO ) الذى أظهر نقصا حادا فى المقاومة الكهربائية عند درجة K 93 انتهت بمقاومة صفرية تماما عند درجة 80 k كما مبين بشكل ( ١٣ - ١٨ ) .

وقد أثبتت القياسات المغناطيسية على هذا المركب ظهور أثر ميزنر عند درجات أقل

من 90 K .



شكل (١٣ - ١٨)

### البنية التركيبية للموصلات الفائقة عند الدرجات المرتفعة :

أظهرت الدراسة بالأشعة السينية أن الموصل الفائق Y B C O يتركب من طبقات

ثلاث لكل منها تركيب بيروفسكيت :

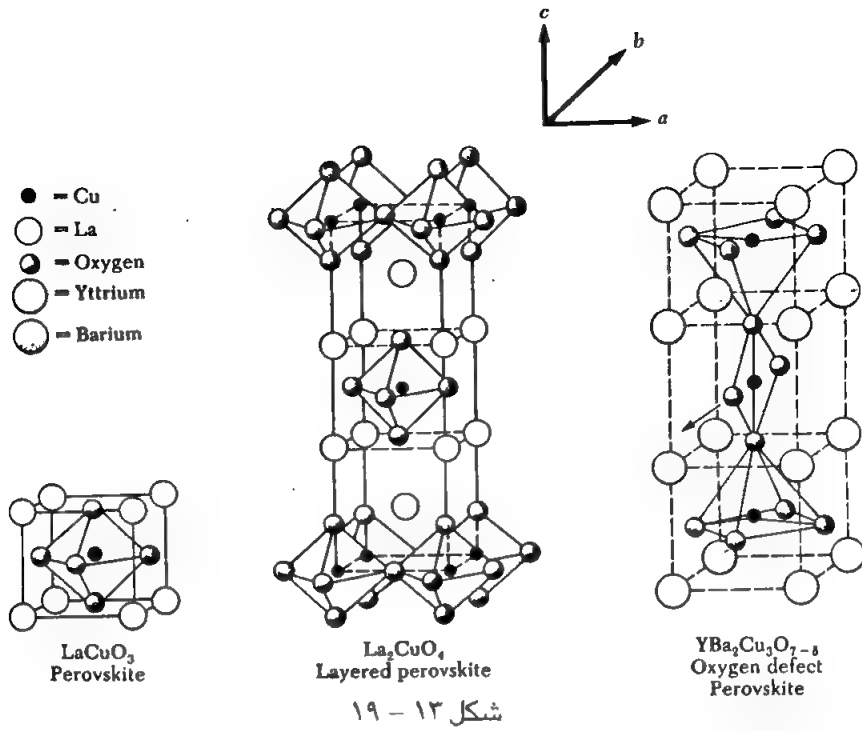
١ - طبقة من أكسيد النحاس Cu - O

٢ - طبقة من أكسيد الباريوم Ba - O

٣ - طبقة من ذرات الايتريوم Y

ويكون ترتيب هذه الطبقات كما مبين بشكل ( ١٣ - ١٩ ) كالآتى :





يختلف تركيب البنية للمركب وفقا للكمية  $\delta$  التي تحدد عدد ذرات الأكسجين :

١ - إذا كانت  $\delta \leq 0.5$  كانت البنية متماثلة من نوع orthorhombic

٢ - وإذا كانت  $\delta \geq 0.5$  يكون للبنية تماثلا من نوع tetragonal

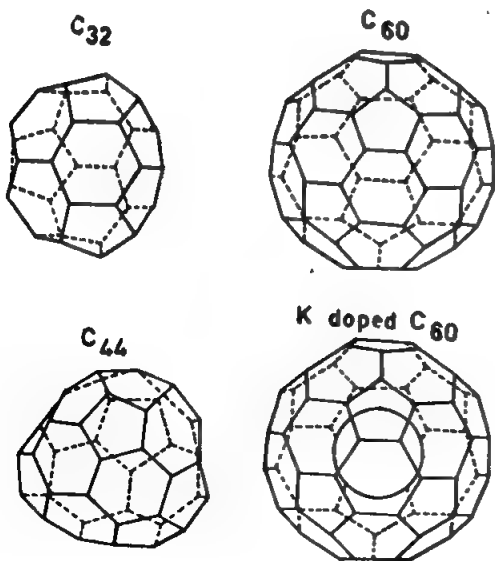
في التركيب الأول ( $\delta \leq 0.5$ ) تكون ذرات النحاس والأكسجين سلاسل خطية في اتجاه y كما في الشكل وقد تثبت عمليا أن التوصيل الفائق يتم في هذا التركيب orthorhombic من خلال طبقات أكسيد النحاس  $\text{Cu O}_{1-\delta}$  وفي اتجاه سلاسل Cu O في هذه الطبقات .

أما عن ميكانيكية التوصيل الفائق في مثل هذه المواد فقد أظهرت الحسابات النظرية للبنية النطاقية Band Structure على هذه الأكاسيد أنه من الصعب جدا تفسير ميكانيكية التوصيل الفائق على أساس نظرية الفعل البيني للإلكترونات مع فونونات الشبكة B C S Theory وعلى أساس تكون أزواج كوبر .

وهناك نظريات شتى وافكار غير تقليدية لتفسير هذه الميكانيكية منها تأثير المستقطبات الثنائية bipolarons وتذبذبات اللف الإلكتروني spin fluctuations ورنين روابط التكافؤ resonating valence bonds . ولا يزال البحث جاريا .

### الفولرين موصل فائق جديد Fullerine - $C_{60}$ :

يعتبر اكتشاف الفولرين  $C_{60}$  من أهم اكتشافات الكيمياء الفيزيائية لعام ١٩٨٥م . فقد وجد مجموعة من العلماء أنه بتبخير الجرافيت بشعاع ليزر في وجود غاز الهليوم يتكون جزيء عملاق من ذرات الكربون له بنيه كروي مغلق مجوفة من الداخل ، وقد سمي الجزيء بالفولرين تكريما لاسم فولر الذي وضع التصميم الهندسي لهذا الجزيء ، فلكي يتكون الجزيء يجب أن يتوفر إثنا عشر حلقه خماسية pentagons تتصل بعدد من الحلقات السداسية hexagons يتحدد بعددها شكل وحجم الجزيء . وأكثر هذه الجزيئات ثباتا واستقرار هو  $C_{60}$  الذي يتكون هيكله من ١٢ حلقه خماسية تتصل بعدد ٢٠ حلقه سداسية لتكوين هيكل كروي تمام مثل كرة القدم . يوجد عند كل نقطة التقاء لهذه الحلقات ذرة من ذرات الكربون . وشكل ( ١٣ - ٢٠ ) يبين أشكال مختلفة من جزيئات الفولرين التي تتركب من عدد ٣٢ ، ٤٤ ، ٦٠ ذرة كربون .

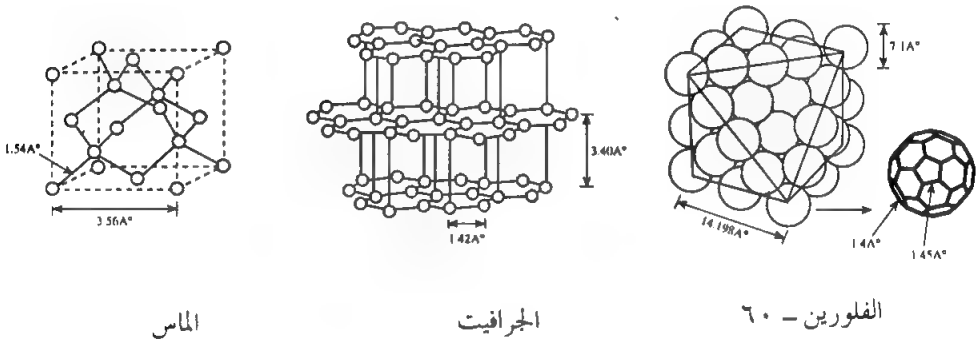


شكل (١٣ - ٢٠)

## قوى الترابط فى الفولرين :

من المعترف به حاليا أن الفولرين هو الطور الثالث للكربون بعد الجرافيت والماس ، وبنية الفولرين تربط بين مستويات الجرافيت وتساهميه الماس . فقوى الترابط بين ذرات كربون الفولرين تساهمية بين ثلاثة ذرات فقط ، بينما الإلكترون الرابع يكون حرا لعمل رابطة  $\pi$  (  $\pi$  orbital ) مع جزيئات فولرين مجاورة فى الشبكة التى ثبت أنها تكعيبية متمركزة الوجه . f . c . c ، حيث تكون القوى بين جزيئات الفولرين التى تشغل نقاط الشبكة هى قوى فان ديرفال .

ويبين شكل ( ١٣ - ٢١ ) مقارنة بين أطوار الكربون المختلفة :



شكل ( ١٣ - ٢١ )

## خواص الفولرين وموصلية الفائقة :

بعد أن اكتشفت طريقة سهلة لتحضير الفولرين عكف العديد من العلماء فى شتى أنحاء العالم على دراسة خواصه ، وقد كانت طريقة تحضيره تعتمد على إشعال قوس كهربائى فى جو من الهليوم ، وجمع المادة المتجمعة وإذابتها فى البنزين أو التولوين . فلا يتبقى دون ذوبان إلا الفولرين ، وبذلك يتم فصله عن الشوائب الأخرى . وبدراسة خواص الفولرين وجد أن معامل أنضغاطه الطولى صغير جدا بينما معامل

إنضغاطه الحجمى كبير جدا نظرا لتجويف الجزيء . ولذلك فيعتبر الفولرين أفضل من الجرافيت من حيث قدرته التشحيمية - لأجزاء الآلات المتحركة خاصة إذا كانت الحركة مع درجة حرارة مرتفعة .

ومن أهم صفات الفولرين قابليته للتفاعل مع الذرات المعطاة لإلكتروناتها مثل : الهاليدات القلوية ، مثل الليثيوم والصوديوم والبوتاسيوم والروبيديوم والسييزيوم . وتعطى ذرات هذه المواد إلكتروناتها الخارجية ( s - electrons ) للفولرين مما يملأ جزئيا نطاق التوصيل ، وبذلك يتحول الفولرين إلى موصل جيد للكهرباء .

وقد ظهر للبوتاسيوم فولرين  $K_x C_{60}$  خواص موصلية فائقة درجتها الحرجة  $T_c = 18\text{ k}$  ، وبالتجربة أمكن رفع الدرجة الحرجة لتصبح  $T_c = 28\text{ k}$  فى حالة  $Rb_x C_{60}$  فولريد الروبيديوم . وباستخدام الأشعة السينية وجد أن الطور الموصل الفائق ينشأ عند اتحاد ثلاث ذرات من الهاليدات القلوية مع الفولرين ، مثلا :  $K_3 C_{60}$  ، أما إذا اتحد ستة ذرات مع جزيء الفولرين  $K_6 C_{60}$  ينتج طور عازل كهربيا ، وكلما إزداد البعد الشبكي فى بلورة الفولرين التكعيبية كلما إزدادت الدرجة الحرجة  $T_c$  للموصل الفائق . ويتوقع العلماء للفولرين مستقبلا تكنولوجيا عظيما عن جميع الأنواع الأخرى من الموصلات الفائقة .



## مسائل وتمارين علي الباب الثالث عشر

١ - سلك من الرصاص نصف قطره 3 m m فى درجة حرارة 4.20 K أوجد :

أ - المجال المغناطيسى الحرج عند هذه الدرجة .

ب - أكبر تيار يمكن للسلك أن يمرره عند هذه الدرجة .

٢ - ملف لولبى عدد لغاته 150 لفه لكل سم<sup>٢</sup> يتكون سلكه من مادة ذات موصلية فائقة

من النوع الأول مجالها الحرج  $H_c = 32 \text{ T}$  عند الصفر المطلق ودرجة حرارتها الحرجة  $T_c = 18 \text{ K}$  أوجد :

أ - شدة التيار المداوم الذى يحدث مجالا مغناطيسيا 5 T داخل الملف .

ب - أكبر تيار يمكن إمراره فى الملف إذا حفظت درجة حرارته عند 15 K

$$(\mu_0 = 2 \pi \times 10^{-7} \text{ N / A}^2)$$

٣ - أثبت بالاستعانة بقاعدة أمبير أن تيارات التوصيل تكون دائما تيارات سطحية لا

تخترق قلب الموصل .

٤ - أوجد طاقة الثغرة للرصاص فائق التوصيل إذا كانت درجته الحرجة

$T_c = 7.193 \text{ K}$  ثم أوجد أقل طاقة فوتونية يمكن أن تمتص بالرصاص عند الصفر المطلق؟

٥ - أوجد شدة التيار المداوم الذى يتكون فى حلقة من النيوبيوم الموصل الفائق

قطرها 2 cm إذا وضعت عموديه على مجال مغناطيسى شدته 0.02 T ، ثم أزيل المجال

فجأة علما بأن الحث الذاتى للحلقة  $L = 3.1 \times 10^{-8} \text{ H}$  ؟

٦ - أوجد طاقة الثغرة للموصل الفائق على الدرجة  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  إذا كانت درجته الحرجة  $T_c = 92\text{ K}$  بفرض صحة نظرية BCS .

٧ - سكوييد نصف قطره  $2\text{ mm}$  يمكنه قياس فيض مغناطيسى  $\phi_0 \cdot 10^4$  ما هو أقل تغير فى مجال مغناطيسى يمكن أن يسجله ؟

٨ - تتغير الأنثروبيا لوحدة الحجم من الحالة المعتادة للتوصيل إلى حالة الموصلية الفائقة وفقا للمعادلة :

$$\frac{\Delta S}{V} = - \frac{\delta}{\delta T} \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right)$$

حيث  $\frac{B^2}{2\mu_0}$  هى الطاقة المغناطيسية لوحدة الحجم اللازمة لإزالة الموصلية الفائقة .

أوجد مقدار التغير فى الأنثروبيا فى حالة  $1\text{ mol}$  من الرصاص عند درجة  $4\text{ K}$  إذا كان المجال المغناطيسى الحرج والدرجة الحرجة  $T_c = 7.2\text{ K}$  ;  $B_c(0) = 0.08\text{ T}$

٩ - عند درجة حرارة أقل من الدرجة الحرجة لموصل فائق تكون طاقة ترابط الكتروني كوبر  $0.1\text{ meV}$  أقل من طاقة الإلكترونين عندما لا يكونا مترابطين ، أى أن هناك ثغرة بين مستوى طاقة زوج كوبر والمستوى الإلكترونى فى نطاق الكتروني .

ارسم مستويات الطاقة فى النطاق الإلكترونى لزوج كوبر مع توضيح على الشكل مستوى طاقة التهيج الحرارى  $kT$  عند درجة  $1\text{ K}$  . و اشرح لماذا يكون زوج كوبر مستقرا عند درجة  $1\text{ K}$  .

١٠ - أسطوانة مجوفة من مادة ذات موصلية فائقة القطر الداخلى لها  $25\text{ }\mu\text{ m}$  . يوجد مجال مغناطيسى فى المنطقة المفرغة من الاسطوانة فى اتجاه المحور ، أوجد شدة

هذا المجال إذا مر بالمنطقة المجوفة بالأسطوانة كمية واحدة من الفيض المغنطيسي .

١١ - ملف من مادة موصلة فائقة عدد لغاته 3000 لغة لكل متر يمر به تيار فائق شدته

12 A . للملف قلب مفرغ نصف قطره 7.5 mm .

أ - أوجد شدة المجال المغنطيسي داخل الملف ؟

ب - أوجد مقدار الفيض المغنطيسي المار في قلب الملف المفرغ ؟

ج - أوجد عدد الكمات من الفيض التي تمر بالقلب المفرغ ؟

د - ماذا يكون التغير في الفيض المغنطيسي إذا زاد عدد الكمات للفيض بمقدار كمية واحدة؟

١٢ - سلك من موصل فائق من النوع الثانى نصف قطره R يحمل تيارا موزع

بانتظام على مساحة مقطعة إذا كان التيار الكلى المار بالسلك هو I أثبت أن الطاقة

المغنطيسية لوحدة الطول من السلك داخلة هي  $(\mu_0 I^2 / 16 \pi)$  ؟

## الباب الرابع عشر الخواص المغناطيسية للجوامد

ترتبط الخواص المغناطيسية للمواد بالحركة المدارية والمغزلية للإلكترونات فى ذراتها .  
وتقاس عادة هذه الخاصة المغناطيسية بالقابلية المغناطيسية magnetic susceptibility  
لوحة الحجم من المادة X وتعريفها هو :

$$\chi = M / H$$

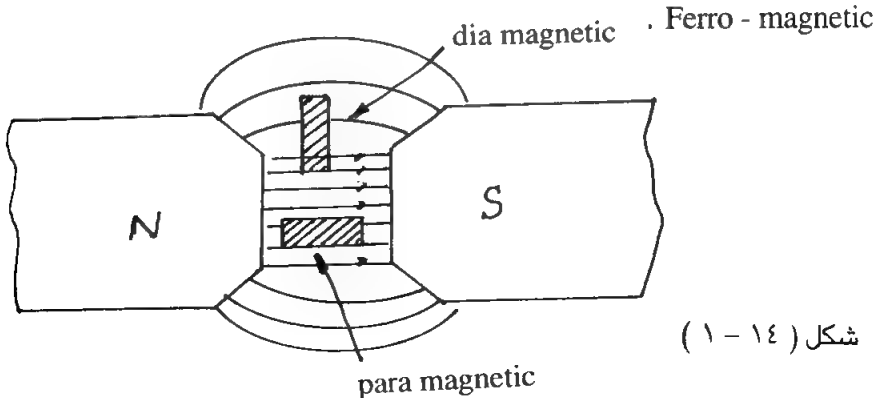
حيث M هو العزم المغناطيسى لوحدة الحجم << magnetization >> و H هو الشدة  
المغناطيسية .  
المواد أنواع :

(أ) مواد ديا مغناطيسية : Dia magnetic

ويكون لها قابلية مغناطيسية سالبة ، أى أنها تتنافر مع الأجزاء القوية من المجال  
المغناطيسى إذا وضعت فيه ، شكل (١٤ - ١) .

(ب) مواد بارا مغناطيسية : Para magnetic

وهى التى تنجذب للمناطق القوية فى المجال المغناطيسى وقابليتها موجبة .  
وإذا كانت القابلية المغناطيسية لهذه المواد كبيرة جدا سميت بالمواد الفيرو مغناطيسية



إذا وضعنا مادة ما في مجال مغناطيسي فإنها تنجذب أو تتنافر معه بقوة تتناسب مع شدة المجال ، وكذلك مع معدل تغير المجال مع المسافة  $\frac{dH}{dx}$  . أى أن .

$$F = \chi \cdot V \cdot H \cdot \frac{dH}{dx}$$

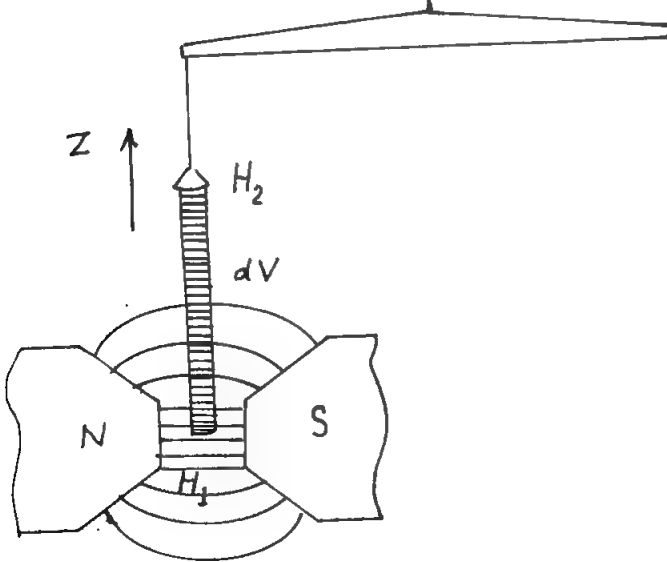
حيث  $V$  هو حجم المادة وتعطى القابلية المغناطيسية  $\chi$  مقياسا للتغير في العزم المغناطيسي للذرات بعد التأثير بالمجال  $H$

### قياس القابلية المغناطيسية :

طريقة جوى Gouy method

توضع المادة على شكل أسطوانة رفيعة بين طرفي مغنطيس قوى يكون المجال فيه غير منتظم . وتقاسي القوة المؤثرة على المادة ( سواء كانت جاذبة

ميزان



شكل (١٤-٢)

كما في حالات المواد البارامغناطيسية أو نافرة كما في حالات المواد الديامغناطيسية ) بواسطة ميزان حساس ، شكل (١٤-٢)

القوة في الاتجاه الرأسى والمؤثرة على حجم صغير  $dV$  هي

$$dF_z = \chi H \frac{dH}{dz} \cdot dV$$

$$= 1/2 \chi \frac{dH^2}{dz} dx dy dz$$

$$\therefore dF_z = 1/2 \chi \frac{dH^2}{dz} dx dy dz$$

وتكون القوة الكلية المؤثرة على الجسم هي :

$$F_z = 1/2 \chi \int_1^2 \frac{d}{dz} H^2 dx dy dz$$

$$= 1/2 \chi A (H_1^2 - H_2^2)$$

حيث A هو مساحة مقطع المادة (dx dy) و  $H_1$  ،  $H_2$  هما شدتي المجال عند طرفي المادة . ولما كانت  $H_1$  أكبر جدا من  $H_2$  ، وذلك في حالة مادة أسطوانية طويلة طرفها العلوى بعيد عن قطبي المغناطيسى ، ولما كانت قيمة المجال مربعة في القانون لذلك يمكن إهمال  $H_2^2$  بالنسبة إلى  $H_1^2$  ، وتصبح القوة على المادة .

$$F_z = 1/2 \chi A H^2$$

حيث H هي شدة المجال بين قطبي المغناطيس ، ويمكن قياسها عمليا بواسطة فلكسمتر وملف باحث .

وقد وجد أن القابلية المغناطيسية لمعظم المواد ، سواء البارا أو الديا مغناطيسية صغيرة ، وتتراوح قيمتها بين  $10^6$  &  $10^7$

**نظرية لانجفين للديا مغناطيسية :** Langevin Diamagnetism equation .

يؤثر أى مجال مغناطيسى على حركة إلكترونات الذرة فيعطيهها حركة رحوية  
angular frequency إضافية لها تردد زاوى

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc}$$

وتعادل الحركة الرحوية للتوزيع الألكترونى

The precession of the electron distribution

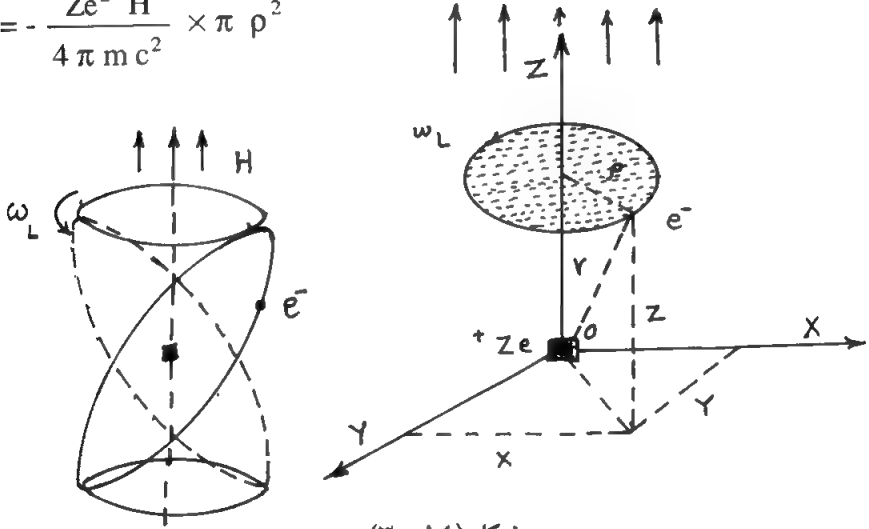
تيارا ديامغناطيسيا I يعطى بالمعادلة :

$$I = - \frac{Ze}{c.T} = - \frac{Ze \omega_L}{2 \pi C} \quad e.m.u$$

$$\therefore I = - \frac{Ze}{2\pi c} \cdot \frac{eH}{2mc} \quad e.m.u.$$

العزم المغناطيسي M هو حاصل ضرب التيار في مساحة المسار ، شكل ( ١٤ - ٣ )  
فإذا كان  $\rho$  هو متوسط نصف قطر الحركة الرحوية للإلكترون حول المجال المغناطيسي  
يكون

$$M = - \frac{Ze^2 H}{4 \pi m c^2} \times \pi \rho^2$$



شكل (١٤ - ٣)

إذا كانت  $\bar{r}$  هي متوسط نصف قطر مسار الإلكترونات ، وباعتبار توزيع كروي للشحنة حول النواة ، يكون  
 $x^2 = y^2 = z^2$   
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = 3/2 \rho^2$  ويكون  
ويصبح العزم المغناطيسي للذرة الواحدة هو :

$$M = - \frac{Ze^2}{6 m c^2} H \bar{r}^2$$

فإذا كان هناك عدد N ذرات في وحدة الحجم من المادة تكون القابلية المغناطيسية لوحدة

الحجوم هي :

$$\chi = \frac{M}{H} = - \frac{Z e^2}{6 m c^2} N \overline{r^2}$$

ويمكن تعيين قيمة  $\overline{r^2}$  إذا عرف توزيع الشحنات حول النواة ، ويتم حساب ذلك باستخدام ميكانيكا الكم . والحل الوحيد الكامل لهذه المشكلة هو لذرة الأيدروجين . ولكن توجد حلول تقريبية للأنواع الأخرى من الذرات ، تعطى قيما للقابلية المغنطيسية  $\chi$  بحيث تتفق النظرية مع التجربة .

### النظرية الكمية للبارا مغنطيسية Quantum theory of paramagnetism :

تكون الذرة بارا مغنطيسية إذا كان لها محصلة عزم مغنطيسى ناشئ عن تحصيل العزم المغناطيسى المدارى والمغزلى .

جميع الذرات التى تحتوى عددا فرديا من الإلكترونات تكون بارا مغنطيسية ، حيث إن العزم المغنطيسى المغزلى لا يمكن أن يكون صفرا .

عند التأثير بمجال مغناطيسى خارجى فإن العزوم المغنطيسية المغزلية تترتب ؛ إما موازية أو عكس موازية لاتجاه المجال المغنطيسى تبعا (parallel or anti - parallel) لاتجاه الحركة المغزلية للإلكترون .

تتوقف الخواص البارا مغنطيسية للبلورات على ترتيب الحركة التعاونية للعزوم المغنطيسية الإلكترونية فى اتجاه أو فى عكس اتجاه المجال .

عند تطبيق أحصاء فيرمى وديراك على الغاز الإلكتروني فى الفلز ؛ نجد أن توزيع الإلكترونات عند درجة الصفر المطلق يكون على شكل دالة قطع مكافئ ، وتمثل العلاقة بين كثافة مستويات الطاقة  $N(E)$  بدلالة الطاقة  $E$

عند الصفر المطلق ، وفى غياب أى مجال مغناطيسى تكون جميع المستويات الأقل من طاقة فيرمى  $E_F$  مشغولة بالإلكترونين لكل مستوى يكون مغزلاهما متعاكسين  $S = \pm 1/2$  .



أى أن الإلكترونات تشكل مجموعتين تبعاً للحركة المغزلية . وعند التأثير بمجال مغناطيسى نجد أن الإلكترونات ذات المغزل الموجب مثلاً تقترب فى اتجاه المجال بينما تقترب عكس ذلك الإلكترونات الأخرى .

إذا كان بوهر ماجنتون هو  $B$  وشدة المجال  $H$  نجد أن طاقة كل الكترون مغزلة موجب تزداد بمقدار  $BH +$  بينما تنقص طاقة الألكترون نو المغزل السالب بمقدار  $BH -$  وهذا الوضع غير مستقر . وتتساوى فى الحال مستويات الطاقة العليا تحت تأثير التهيج الحرارى .

**فمثلاً :** إذا كان  $H = 10^5 \text{ Oe}$  يكون المقدار  $BH = 10^{-3} \text{ eV}$  ولهذا السبب فإن  $kT$  تكون أكبر كثيراً فى المعتاد من  $BH$  ولهذا السبب نجد أن القابلية المغناطيسية لبعض الفلزات لا تتأثر بدرجة الحرارة وهو خلاف ما ينص عليه قانون كورى الذى يعطى تغيراً عكسياً لـ  $X$  مع  $T$

وقد أوجد باولى قيمة القابلية البارامغناطيسية التى لا تتأثر بدرجة الحرارة

### أولاً : تغير القابلية المغناطيسية مع درجة الحرارة ( قانون كورى ) :

اعتبر البارامغناطيسية الناشئة عن الحركة المغزلية للإلكترونات

$$m_s = \pm 1/2$$

عند التأثير بمجال مغناطيسى  $H$  تنفلق مستويات الطاقة بمقدار .

$$\Delta E = g B H m_s$$

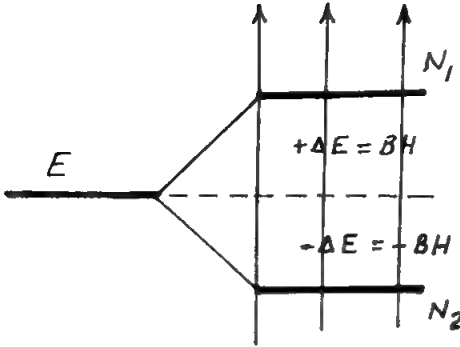
كما مبين بشكل ( ١٣ - ٤ ) حيث  $g$  هو ثابت الانشطار للاندى Land splitting factor ،  $m_s$  هو العدد الكمي المغناطيسى المغزلى .

نفرض أن هناك مستوى واحد فقط انفلق الى مستويين فى وجود المجال المغناطيسى

شكل ( ١٤ - ٤ ) وأن تعداد الإلكترونات ذات المغزل الموجب على المستوى الأول هو  $N_1$  بينما تعداد الإلكترونات ذات المغزل السالب على المستوى الآخر هو  $N_2$  . إذا كان  $N$  هو

العدد الكلى للذرات لوحدة الحجم يكون

$$N = N_1 + N_2$$



شكل (١٤ - ٤)

باستخدام إحصاء ماكسويل وبولتزمان يكون تعداد الإلكترونات على المستوى الأول

عند الاتزان الديناميكي الحرارى عند الدرجة  $T^0 K$  هو

$$N_1 = e^{\Delta E/kT}$$

وتعداد الإلكترونات على المستوى الثانى

$$N_2 = e^{-\Delta E/kT}$$

بقسمة المعادلتين :

$$\therefore \frac{N_1}{N} = \frac{e^{\Delta E/kT}}{e^{\Delta E/kT} + e^{-\Delta E/kT}}$$

أيضا

$$\frac{N_2}{N} = \frac{e^{-\Delta E/kT}}{e^{\Delta E/kT} + e^{-\Delta E/kT}}$$

ويكون بذلك مقدار المغناطيسية الناشئة عن  $N$  ذرات فى وحدة الحجم هو :

$$M = g B m_s (N_1 - N_2)$$

$$= g B N m_s \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = m_s B N g \tanh x$$

$$\frac{\Delta E}{kT} = x = g B m_s H / kT$$

حيث

$$\tanh x = x$$

$$x \ll 1$$

عندما تكون

$$\therefore M = m_s B N g \cdot \frac{g B m_s H}{kT} = \frac{N g^2 m_s^2 B^2 H}{kT}$$

وبوضع معامل الانشطار للاندئى للإلكترونات  $g = 2$  و  $m_s = 1/2$  نحصل على

القابلية المغنطيسية  $\chi$

$$\chi \frac{M}{H} = \frac{NB^2}{KT}$$

أى أن  $\chi$  تتناسب عكسيا مع درجة الحرارة المطلقة  $T$

### ثانيا : القابلية المغنطيسية لباولى :

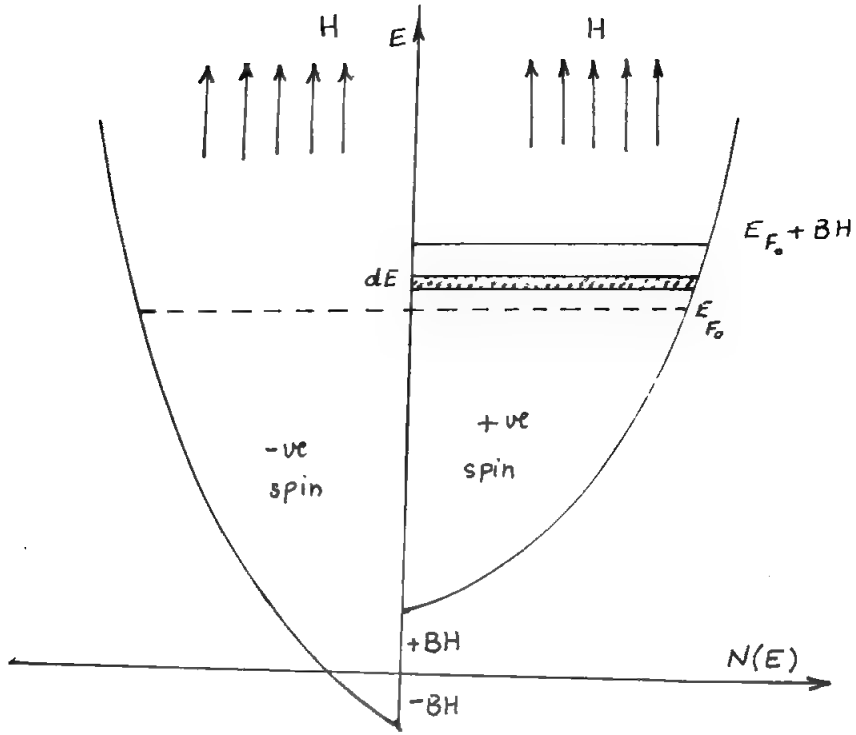
ينص قانون كورى على أن القابلية المغنطيسية  $\chi$  تتناسب عكسياً مع درجة الحرارة المطلقة  $T$  ، وبالرغم من أن القانون قد أثبت صحته بالنسبة لمواد كثيرة إلا أنه فشل بالنسبة لبعض الفلزات التى أثبتت التجربة أن قابليتها المغنطيسية لا تتأثر بدرجة حراره وفقا لما يمليه قانون كورى وقد فسر باولى ذلك الشذوذ بأن الغاز الإلكتروني فى الغازات يخضع لأحصاء فيرمى وديراك وليس لإحصاء ماكسويل وبولتزمان .

اعتبر التوزيع الإلكتروني فى الفلز عند درجة الصفر المطلق ويمثله قطع مكافئ كما مبين بشكل ( ١٤ - ٥ ) .

إذا أثرنا على الفلز بمجال مغنطيسى  $H$  تزداد أو تقل طاقة كل الكترون وفقا لاتجاه لفة بالنسبة لاتجاه المجال المغنطيسى . أى أن نصف عدد الإلكترونات الموجبة اللف ( مثلا) تزداد طاقة الموضع لها بينما تنقص الطاقة المغنطيسية للنصف الآخر نو اللف السالب بنفس المقدار .

التغير فى طاقة الألكترون  $\Delta E$  فى مجال مغنطيسى  $H$  هو :

$$\Delta E = g m_s B H$$



شكل (١٤ - ٥)

حيث  $g$  هو ثابت الانشطار للاندى للألكترون الحر ، ويساوى 2

$m_s$  هو عدد اللف الكمي ويساوى  $\pm \frac{1}{2}$

$B$  هو ماجنتون بوهر .

أى أن التغير فى الطاقة الإلكترونية هو  $\Delta E = \pm B H$

إذا كان  $E_{F0}$  هو مستوى فيرمى للطاقة عند درجة الصفر المطلق نجد عند التأثير بمجال مغنطيسى  $H$  حدوث اختلاف بين مستويى الطاقة الإلكترونية بالنسبة لإلكترونات اللف السالب واللف الموجب ، ويتبع ذلك اختلاف عدد الإلكترونات على كل مستو . فهى أكثر عدداً فى مستوى الطاقة المرتفع عنها فى المستوى المنخفض . وهذه الزيادة تعطى للمادة مزيداً من العزم المغنطيسى فى اتجاه المجال المؤثر .

نفرض أن  $\Delta n$  هو عدد الألكترونات التى غيرت اتجاه لفها

$$\therefore \Delta n = \int_{E_{F_0}}^{E_{F_0} + BH} \frac{1}{2} N(E) dE$$

$$= \frac{1}{2} N(E_{F_0}) B \cdot H$$

التغير في العزم المغناطيسي نتيجة لإعادة ترتيب لف الإلكترونات هو :

$$\Delta M = \Delta n \cdot 2 B$$

والمعامل ٢ هنا بسبب أن اللف يدور بزاوية ١٨٠° أى أنه يتحول من (- B) إلى (+ B)

أى أن التغير 2B

$$\therefore \Delta M = \frac{1}{2} N(E) B \cdot H \times 2B$$

$$\therefore \Delta M = B^2 H N(E)$$

وتكون الزيادة في العزم المغناطيسي لوحدة الحجم من البلورة في اتجاه المجال

المغناطيسي هي :

$$\frac{\Delta M}{V} = \frac{B^2 H}{V} N(E)$$

وتضيف الزيادة في العزم الى القابلية البارامغناطيسية للمادة

$$\chi (\text{Pauli}) = \frac{M}{H} = \frac{B^2}{V} N(E)$$

وبوضع قيمة دالة التوزيع N(E) حيث :

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2} = \frac{3}{2} (N/E_F)$$

وبمعرفه N بدلالة طاقة فيرمي  $E_F$  حيث :

$$N = \frac{2}{3} 4\pi \left( \frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E_{F_0}^{3/2}$$

تكون قيمة القابلية المغناطيسية لبأولى لوحدة الحجم هي :

$$\chi (\text{Pauli}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{N}{E_{F_0}} \cdot B^2$$

من ذلك يتضح أنه لا تأثير لدرجة الحرارة على القابلية المغناطيسية إلا من خلال تغير طاقة فيرمي  $E_{F_0}$  مع درجة الحرارة .

### الرنين الإلكتروني البارامغناطيسي :

Electron paramagnetic resonance E S R

عند وضع بلورة بارامغناطيسية في مجال مغناطيسي  $H$  في اتجاه  $Z$  تنفلق مستويات الطاقة الإلكترونية تبعاً لتأثير زيمان .  
التغير في طاقة الإلكترون  $\Delta E$  هو :

$$\Delta E = g B H m_s$$

الفرق بين مستوى الطاقة الذين استحدثت بواسطة التأثير بالمجال المغناطيسي هو :

$$\Delta E = 2 g B H m_s$$

حيث  $B$  هو ماجنتون بوهر ، معامل الانشطار اللاندي بالنسبة للألكترونات يساوي ٢ ،

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Delta E = 2 B H \quad \text{أى أن}$$

عندما تؤثر على المادة بمجال كهربي متردد تردده  $\nu$  يمكن حدوث انتقال للألكترونات من المستوى الأولي للثاني وبالعكس .

الطاقة التي يمتصها الإلكترون للانتقال للمستوى الأعلى هي :

$$E = h\nu = 2 B H$$

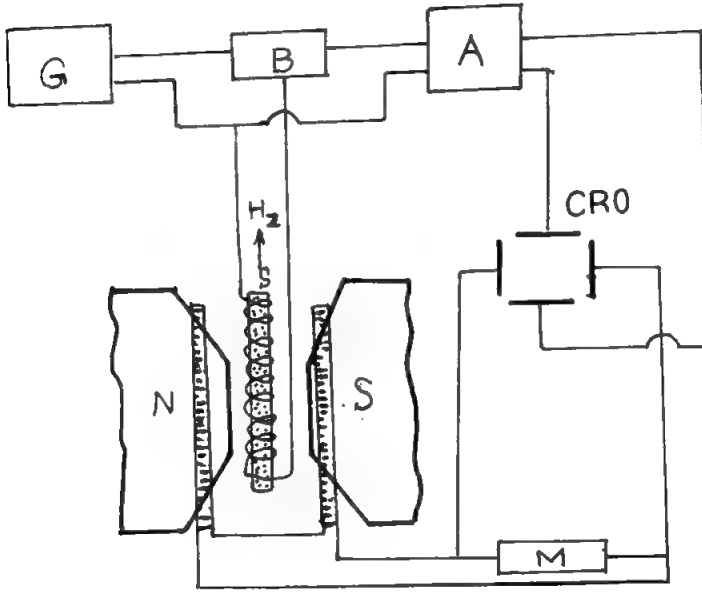
عندما يتساوى  $h\nu$  بالمقدار  $2 B H$  يحدث رنين إلكتروني مغزلي لأن انتقال الإلكترون من المستوى الأقل طاقة للأعلى يتحتم معه أن يغير الإلكترون من اتجاه حركته المغزلية وبالمثل عندما يعود للمستوى الأصلي .

ولذلك تسمى هذه العملية : electron spin resonance E S R الرنين الإلكتروني

المغزلى .

ويوجد عادة طريقتين لإحداث الرنين الأولى : هى بتغيير شدة المجال المغناطيسى  $H$  مع تثبيت التردد للمجال الكهربائى ، والأخرى : بالعكس نثبت المجال  $H$  ونغير التردد للمجال الكهربائى .

عند حدوث الرنين تمتص طاقة الرنين من دائرة المجال الكهربائى . ويؤخذ لذلك التردد يحدث عنده أكبر امتصاص للطاقة على أنه تردد الرنين ، شكل ( ١٤ - ٦ )



طريقة الرنين الإلكترونى المغزلى

(E S R)

شكل ( ١٤ - ٦ )

G = r.f. signal generator

S = sample mounted in a coil

Hx r.f. magnetic field , B bridge

A r.f. amplifier, CRO oscilloscope .

Hx is constant static magnetic field slowly modulated by modulator M

الرنين المغناطيسى النووى NMR : Nuclear magnetic resonance.

يوجد لنواة الذرة أيضا كمية حركة زاوية مصاحب لها عزم مغناطيسى يتأثر هو الآخر بالمجال المغناطيسى الخارجى ؛ ويحدث انقلاق فى مستويات الطاقة داخل النواة . يحدث رنين نووى مغناطيسى عندما تتذبذب النواة بين مستويات الطاقة .

رنين السيكلوترون Cyclotron resoance :

عند وضع بلورة شبه موصلة فى مجال مغناطيسى مستمر ، تتحرك الإلكترونات داخلها فى مسارات حلزونية حول اتجاه المجال . إذا كان نصف قطر المسار هو  $r$  وسرعة الإلكترون  $v$  تكون القوة الطاردة هى :

$$F = \frac{m^* \cdot v^2}{r}$$

وهذه القوة تتزن مع قوة لورنز على الألكترون والناشئة عن المجال  $H$

$$F = \frac{H e v}{c}$$

$$\therefore \frac{m^* v^2}{r} = \frac{H e v}{c}$$

عند التأثير بمجال متردد أتجاهه عمودى على اتجاه المجال المستمر يحدث رنين بين

تردد المجال المتغير  $\omega = \frac{v}{2\pi r}$  وتردد الحركة الإلكترونية فى المجال المستمر عندما

يتساوى الترددان .

بقياس الامتصاص لطاقة المجال المتردد نحصل على أكبر امتصاص maximum

absorption عند حدوث الرنين وبذلك يمكن تعيين تردد الألكترون فى المجال المستمر .

من المعادلة السابقة

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{e H}{m^* c}$$

حيث  $m^*$  هى الكتلة الفعالة للإلكترون فى البلورة . ونظراً لأن هذه التجربة تشبه عادة

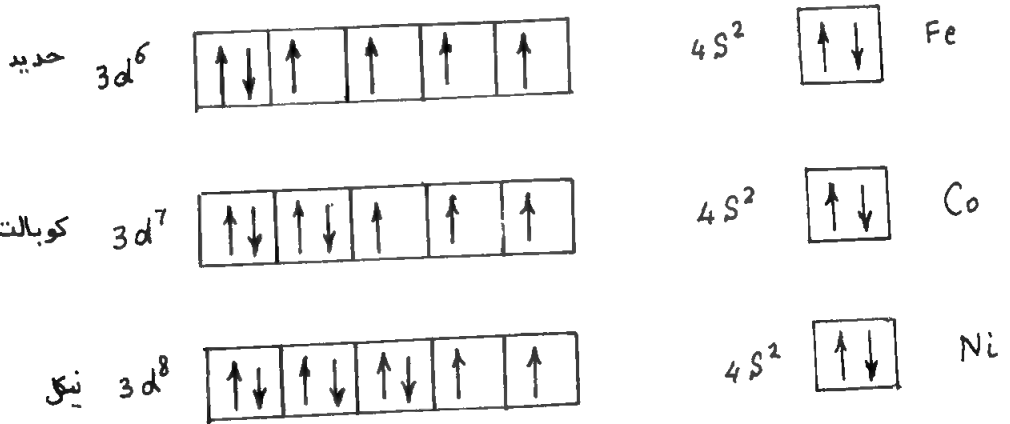


ما يحدث داخل السيكاوترون لذلك فتسمى الظاهرة برنين السيكلوترون . وأهميتها فى أنها تسمح بتعيين قيمة الكتلة الفعالة للإلكترون  $m^*$

### الخاصة الفيرو مغناطيسية Ferro - magnetism :

ينطبق التحليل السابق لمغناطيسية المواد على تلك البلورات التى يكون فيها الأغلفة الداخلية inner shells ممتلئة تماما بالإلكترونات وتكون الإلكترونات التكافؤ valence electrons حرة الحركة فى البلورة . وينشأ العزم المغناطيسى للذرة فى هذه الحالة من الحركة المغزلية لهذه الإلكترونات .

أما فى بعض الفلزات فيوجد داخلها أغلفة غير ممتلئة تماما بالإلكترونات وفى هذه الحالة تساهم الحركة المدارية بالإضافة الى الحركة المغزلية للإلكترونات فى تكوين العزم المغناطيسى لذرات هذه المواد . ويؤدى ذلك إلى قيم مرتفعة جداً للقابلية المغناطيسية . ويطلق على مثل هذه المواد بالفيرو مغناطيسية مثل الحديد والكوبالت والنيكل .



شكل ( ١٤ - ٧ )

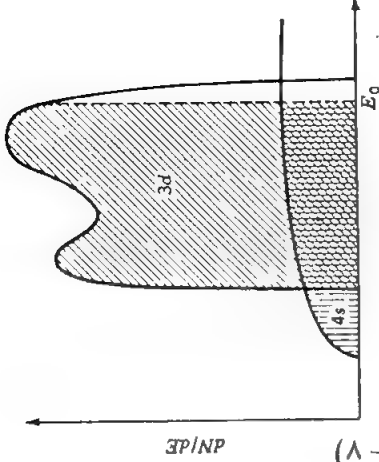
تتوزع الإلكترونات الفلزات السابقة دخل الغلاف (d - shell) على مستويات الطاقة

كما مبين بشكل ( ١٤ - ٧ )

أى أن العزم المغناطيسى الذرى لهذه الفلزات ( حديد - كوبالت - نيكل ) على الترتيب

تساوى أربعة وثلاثة و اثنين بوهر ماجنتون .

وقد وجد بالتجربة أن القيم الحقيقية للعزم المغناطيسى الذرى لهذه العناصر هى . علي



الترتيب : ٢٢ و ١٧٠ & ٦١ . بوهر ماجنتون .

ولتفسير ظهور كسور من وحدة العزم

المغناطيسى ( بوهر ماجنتون ) نعتبر نظرية

المناطق ، ويبين شكل ( ١٤ - ٨ ) النطاقين

الأخيرين 4s & 3d فى البنية الإلكترونية للنكل

ويحدها طاقة فيرمى  $E_F$  . يشغل فى المتوسط ٠.٦

الكترن لكل ذرة فى نطاق 4s بينما يشغل ٩.٤

الكترن لكل ذرة فى نطاق 3d . شكل ( ١٤ - ٨ )

وطبقا لقاعدة باولى يكون لعدد خمسة الكترونات حركة مغزليه فى اتجاه بينما يكون

٤.٤ فى الاتجاه الآخر تاركين ٠.٦ الكترن لكل ذرة فى مستويات مفردة لايشغلها ألكترونين

كما تفتضيه قاعده باولى .

ويمكن التحقق من ذلك النموذج بتجربة بسيطه .

من المعروف أن للنكل ، والنحاس نفس البنيه التركيبيه وهى تكعيبيه متمركزة الوجه

f.c.c. كما أن لها تقريبا نفس الحجم الذرى . ولذلك يسهل عمل سبيكة من النكل

والنحاس ؛ إذ يمكن لذرات النحاس تبادل مواقعها مع ذرات النكل . للنحاس ألكترن زيادة

عن النكل ، ولذلك فسوف يفضل هذا الإلكترن شغل مستويات الطاقة الأقل فى ذرة النكل

فى النطاق 3d الغير مكتمل العدد . وكلما أضيفت المزيد من ذرات النحاس للنكل يستمر

شغل ألكترونات النحاس الخارجيه للنطاق 3d فى النكل حتى يمتلىء تماما

وبقياس القابلية المغنطيسية للسبيكة مع زيادة تركيز النحاس فيها نجد نقصاً مستمراً

فى القابلية حتى نصل إلى تركيز ٦٠ ٪ نحاس ، ٤٠ ٪ نكل وعندها تتلاشى تماما

الفيرومغنطيسية من المادة ، وتؤول القابلية المغنطيسية إلى الصفر .

وهذا يثبت أن منشأ الفيرومغناطيسية هو : وجود مستويات طاقة فى النطاق 3d غير ممتلئة بالالكترونات بينما النطاق 4s ممتلئ كما هو الحال فى ذرات الحديد والكوبالت والنيكل .

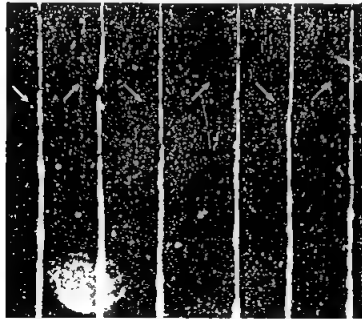
### المناطق الفيرو مغناطيسية Ferro - magnetic domains

فى المواد الفيرو مغناطيسية يكون تأثير المجال المغناطيسى على الحركة المغزلية للإلكترونات قويا مما يسبب أن تتراص هذه الحركات بجوار بعضها محاولة أن تأخذ اتجاه المجال المغناطيسى .

حتى فى حالة عدم وجود مجال خارجى فإن المجالات الجزيئية لهذه المغناطيسيات الجزيئية قد تسبب تراص هذه الحركات المغزلية فى مناطق متجاورة قد تختلف بينها اتجاهات التراص . وتسمى بالمناطق المغناطيسية ، شكل ( ١٤ - ٩ ) .

ولا يوجد صلة بين هذه المناطق domains وحبيبات المادة متعددة الحبيبات poly crystalline اذ أن الحبيبة grain الواحدة قد تحتوى على العديد من المناطق المغناطيسية . وعند إيجاد محصلة العزم المغناطيسى لكل هذه المناطق نجد أن العزم يساوى صفرا إذا كانت المادة غير ممغنطة .

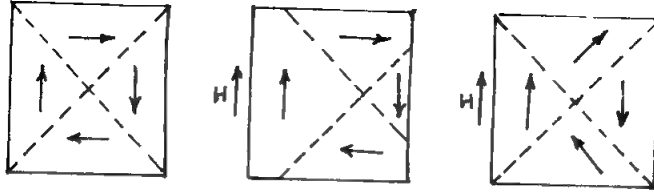
يبين شكل ( ١٤ - ٩ ) مادة فيرو مغناطيسية غير ممغنطة العزم الكلى المغناطيسى فيها يساوى صفرا . تبين الأسهم اتجاه المغنطة داخل المناطق المختلفة .



شكل ( ١٤ - ٩ )

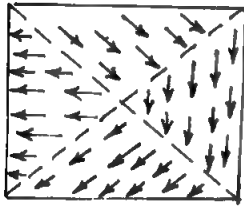
## كيفية تمغنط المواد الفيرو مغناطيسية : Magnetization processes

عندما نؤثر بمجال مغناطيسى على المادة الغير ممغنطة يزداد العزم المغناطيسى لها بأحد طريقين أو كليهما :-



شكل (١٤ - ١٠)

**أولا :** عن طريق تحرك حدود المناطق المغناطيسية حيث تنمو تلك المناطق migration of domain boundaries التى تكون اتجاهات حركتها المغزلية قريبة من اتجاه المجال المغناطيسى الخارجى على حساب تلك المناطق التى يكون اتجاهات حركاتها المغزلية بعيدة عن اتجاه المجال ، شكل ( ١٤ - ١٠ ) .

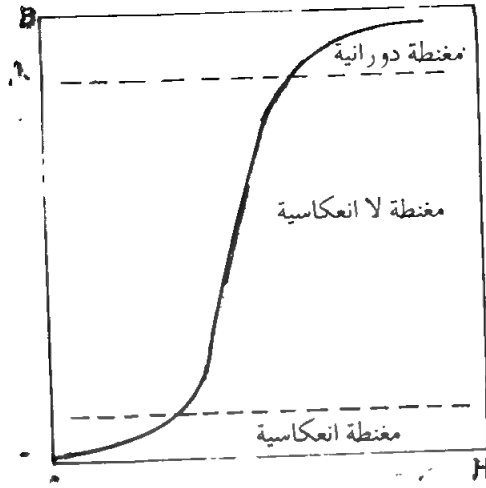


شكل ( ١٤ - ١١ )

**ثانيا :** قد يتم التمغنط عن طريق دوران اتجاه الحركات المغزلية وبالتالي دوران اتجاهات العزوم المغناطيسية داخل المنطقة الواحدة . وذلك لكى تتراص الحركات المغزلية فى اتجاه المجال المغناطيسى ، شكل ( ١٤ - ١١ ) .

وعادة ما تتم الممغنطة فى المجالات الضعيفة بواسطة تحرك حدود المناطق المغناطيسية . ولكن عند ما يكون المجال قويا تتم الممغنطة بطريقة دوران اتجاهات العزوم المغناطيسية الجزيئية .

يبين شكل ( ١٤ - ١٢ ) منحني الممغنطة حيث تظهر الطرق المختلفة للممغنطة فى المجالات المختلفة .



شكل (١٤ - ١٢)

### تأثير درجة الحرارة :

تتأثر المغنطة بدرجة بسيطة عند رفع درجة الحرارة ولكن عند الوصول إلى درجة حرارة  $T_c$  تسمى درجة حرارة كوري نجد أن جميع مغنطة المادة تتلاشى وتتحول المادة الفيرو مغنطيسية إلى مادة بارامغنطيسية فوق تلك الدرجة .

ولكى نفسر السبب في هذا الانتقال المفاجئ من حالة الفيرو إلى حالة البارامغنطيسية عند الدرجة الحرجة دون حدوث انتقال تدريجي ، نعثر المغنطة على أنها تحركات تعاونية بين مجاميع المغنطيسات الجزيئية ، وتحتاج إلى طاقة عند تغيير اتجاه عزوم هذه المغنطيسات الأولية .

فمثلاً في منطقة مغنطيسية معينة داخل مادة فيرومغنطيسية جميع المغنطيسات الأولية فيها ذات ترتيب خاص واتجاه معين . ولذلك لا يمكن تغيير اتجاه أى مغنطيس أولى واحد فقط من المجموعة عن الاتجاه العام للباقيين إذ أن المجموعة كلها تمنع ذلك . ولذلك فإن الطاقة اللازمة لهذا العمل تكون كبيرة جداً لا يستطيع فعلها التهييج الحرارى .

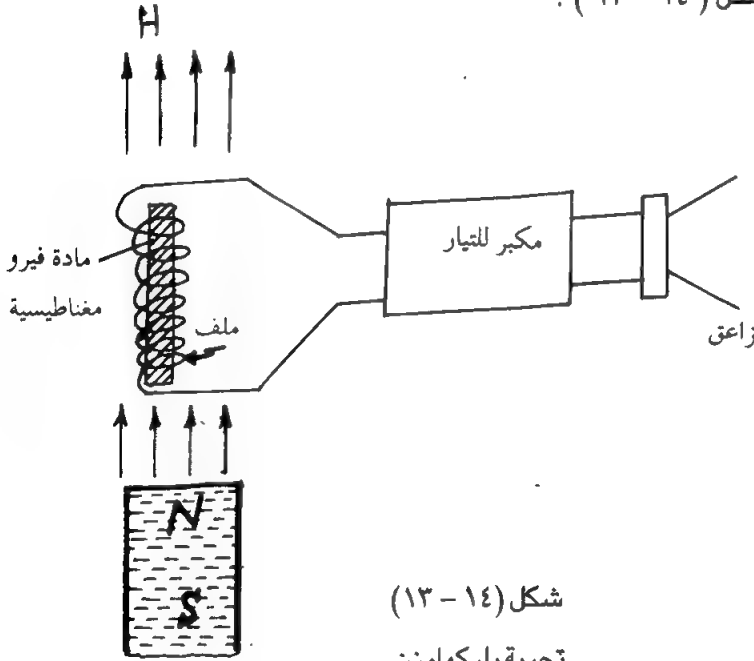
ولكن برفع درجة الحرارة حتى  $T_c$  يتلاشى ترتيب اتجاهات هذه المغنطيسات فجأة كما يحدث عادة فى جميع الظواهر التعاونية . Cooperative phenomenon

: The Barkhausen effect

ظاهرة باركهاوزن

فى عام ١٩١٩ أثبت باركهاوزن بطريقة غير مباشرة وجود المناطق المغنطيسية . magnetic domain structure

تتركب التجربة من ملف يوضع بداخله المادة الفيرومغناطيسية ويتصل الملف بمكبر للتيار ثم زاعق . شكل ( ١٤ - ١٣ ) .



شكل (١٤ - ١٣)

تجربة باركهاوزن

عند تقريب مغنطيس دائم من المادة الفيرومغناطيسية تتغير المغنطة فى المادة ، هذا التغير يتم بطريقة فجائية عندما يزداد حجم المناطق المغنطيسية التى تكون المغنطيسيات الأولية فيها مرتبة فى اتجاه المجال الخارجى . فى لحظة ازدياد المغنطة تقطع خطوط القوى المغنطيسية الملف فينشأ عن ذلك تيار تأثيرى ، وتكبير التيار بواسطة المكبر يسمح

بأن نسمع أصوات مميزة لتلك الحركات أثناء التمغنط . وقد قدر التغير فى حجم المناطق كل مرة يسمع فيها صوت بما يعادل  $10^{-3}$  سم<sup>3</sup> .

أما الاثبات المباشر لوجود مناطق مغناطيسية فقد تم بواسطة اشكال بيتر Bitter patterns وذلك عام ١٩٣١ م .

وتتلخص الطريقة فى تحضير سطح البلورة الفيرومغناطيسية بعناية بحيث يكون أملسا . ثم توضع عليه قطره من محلول غروى colloidal solution يحتوى معلقا دقيقا من مادة فيرومغناطيسية مثل الماجنتيت magnetite (سوداء اللون )

عند النظر تحت الميكروسكوب الضوئى لسطح البلورة نجد أن هذه الذرات المعلقة بالمحلول ( ذرات الماجنتيت ) قد شكلت خطوطا سوداء يطلق عليها أشكال بيتر . وترسم هذه الخطوط حدود المناطق المغناطيسية على السطح .

والسبب فى انجذاب جزيئات الماجنتيت لحدود المناطق هو أن بالقرب من هذه الحدود توجد مجالات مغناطيسية قوية محلية تجذب هذه الجزيئات .  
strong local magnetic fields .

## مسائل علي الباب الرابع عشر

١ - القابلية المغناطيسية للنحاس ( $- 0.5 \times 10^{-5}$ ) أوجد العزم المغناطيسى لوحدة الحجم فى النحاس إذا وضع فى مجال مغناطيسى تكون شدته  $10^4$  amp /m داخل النحاس ،

٢ - إستخدم معادلة لانجفين للديا مغناطيسية لتعين القابلية المغناطيسية للنحاس مع اعتبار أن نصف قطر الذرة ( $1 \text{ \AA}$ ) وأن الكترونا واحدا فى كل ذرة هو المسئول عن هذه القابلية ؟

٣ - وضع نظام بارا مغناطيسى من ثنائيات القطب المغناطيسى الناشئة عن اللف الإلكترونى فى مجال شدته  $10^5$  amp m<sup>-1</sup> أوجد متوسط العزم المغناطيسى لكل ثنائى قطب عند درجة 300 K وعند 1 K ؟

٤ - أوجد الترددات التى يمكن توقعها فى تجربة رنين اللف الإلكترونى لمادة الصوديوم عند وضعها فى مجال شدته  $10^6$  amp m<sup>-1</sup> ؟

٥ - درجة حرارة كورى للحديد 1043 K ، فإذا اعتبرنا أن لذرة الحديد عزم مغناطيسى يساوى عدد اثنين بوهر ماجنتون أوجد :

أ - العزم المغناطيسى عند التشبع saturation magnetisation ؟

ب - ثابت كورى ؟

ج - مقدار المجال الداخلى internal field ؟



٦ - احسب تردد لارمور للـ الإلكترون في مجال مغناطيسي  $5 \times 10^{-2} \text{ T}$

٧ - أوجد القابلية البارامغناطيسية لوحدة الحجم من السيزيوم عند درجة  $300 \text{ K}$ .

طاقة فيرمي للسيزيوم  $E_F = 1.55 \text{ eV}$ .

٨ - اعتبر كمية الحركة الزاوية الكلية للإلكترون هي  $\sqrt{S(S+1)}$

وليس  $S = \frac{1}{2}$  وأوجد متوسط العزم المغناطيسي للذرات البارامغناطيسية ؟

٩ - ظهر رنين سيكلوترون في الرصاص عند تردد  $8900 \text{ MHz}$  ومجال

مغناطيسي  $0.24 \text{ Wb / m}^2$  أوجد الكتلة الفعالة للإلكترون في الرصاص ؟

## الباب الخامس عشر

### نظرية العوازل : Theory of Dielectrics

سبق أن بينا أن التوصيل الكهربائي في الفلزات وأشباه الموصلات ينشأ عن الحركة شبه الحرة لحاملات الشحنة ، وهناك مواد أخرى تكون فيها الإلكترونات وحتى إلكترونات التكافؤ مقيدة بنويات ذراتها مما يجعل التوصيل الإلكتروني لها منعدما .

وتصف نظرية المناطق مثل هذه المواد بأن لها طاقة ثغرة Energy gap كبيرة بين منطقتي التكافؤ والتوصيل قد تصل إلى بضعة إلكترون فولت . وتسمى هذه المواد بالعوازل.

فذرات المواد العازلة تتكون من نويات موجبة التكهرب يحيط بها شحنات سالبة حيث تنطبق مراكز الشحنة الموجبة والسالبة في كل جزء منها . وعندما يؤثر على مثل هذه المواد مجال كهربائي يحدث استقطاب كهربائي ينشأ عنه ثنائيات قطب محليه في أجزاء المادة المختلفة local dipoles . وفي بعض المواد العازلة تشكل مجاميع الأيونات أو الجزيئات ثنائيات قطب دائمة تظهر حتى في حالة انعدام المجال الكهربائي الخارجى ، وبدهى أنه عند التأثير بمجال خارجى تترتب هذه الثنائيات قطب في اتجاهات توازى اتجاه المجال ، وتتأثر عملية الاستقطاب هذه بعامل التهييج الحرارى وهى لذلك تعتمد على درجة الحرارة .

### تعريفات وعلاقات في الكهرواستاتيكا

١ - تعرف شدة المجال الكهرواستاتيكي ،  $E$  ، بالقوة التى تؤثر على وحدة الشحنة الموجبة الموضوعة عند هذه النقطة .

$$F = q \cdot E$$

٢ - القوة بين شحنتين نقطيتين  $q_1$  ،  $q_2$  تفصلهما مسافة  $r$  هى :

$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

حيث  $\epsilon_0$  هى نفاذية الفراغ وقيمتها  $8.85 \times 10^{-12}$  فاراد / متر

٣ - شدة المجال فى الفراغ على مسافة  $r$  من شحنة  $q$  هى :

$$E = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

٤ - عند التأثير بمجال كهربائى على مادة عازلة ينتج عن ذلك استقطابا يعرف

بعزم ثنائى القطب الكهربائى لوحدة الحجم وتكون إزاحة العزل الكهربائى  
dielectric displacement  $D$

هى :

$$D = \epsilon . E$$

حيث  $\epsilon$  هى نفاذية المادة .

٥ - مقدار الشحنة  $Q$  على لوحى المكثف ذو اللوحين المتوازيين هى :

$$Q = C V$$

حيث  $C$  هى سعة المكثف ،  $V$  هى : فرق الجهد بين لوحيه وتكون سعة المكثف  $C$  هى :

$$C = \frac{A}{\epsilon d}$$

حيث  $A$  هى : مساحة لوح المكثف ،

$d$  هى : المسافة بين اللوحين ،

$\epsilon$  هى : نفاذية الوسط بين اللوحين .

ويلاحظ أن إدخال وسط عازل بين لوحى المكثف يسبب زيادة فى سعته ، وتقاس هذه

الزيادة بثابت العازل للمادة  $K$  ويساوى النسبة بين نفاذية المادة إلى نفاذية الفراغ أى أن

ثابت العازل هو :

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

قياس ثابت العازل :

يقاس ثابت العازل لمادة بمقارنة سعة مكثف ما  $C_d$  عندما تكون المادة بين لوحيه إلى

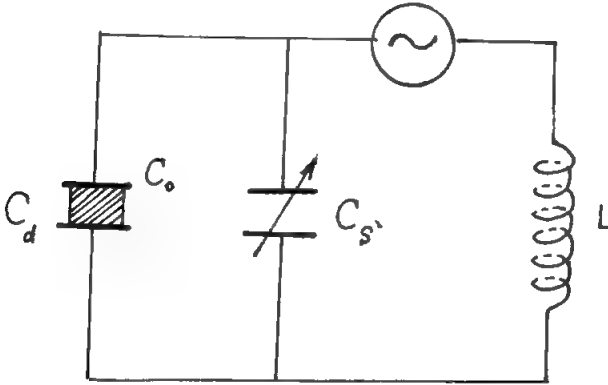
سعة نفس المكثف  $C_0$  وبين لوحيه فراغ .

أى أن

$$K = C_d / C_0$$

ويمكن قياس السعة بدائرة رنين كهربائية تحتوى ملف حث  $C_s$  ومكثف متغير السعة  $C_d$  ومصدر كهربائى متردد كما مبين بشكل (١٥ - ١)  $C_0$  ،  $C_d$  هما سعتي المكثف وبه العازل مرة والهواء مرة أخرى .  
 $C_s$  مكثف عيارى .

عند الحصول على رنين فى الدائرة والمكثف  $C_0$  خال من المادة العازلة تؤخذ قراءة المكثف  $C_s$  ثم يوضع العازل فى المكثف فتصبح سعته  $C_d$  ويعاد ضبط حالة الرنين وتؤخذ مرة ثانية قراءة المكثف  $C_s$  ومن القراءتين تحسب السعة  $C_0$  ،  $C_d$  ومنهما نوجد ثابت العزل  $K$  .



شكل (١٥ - ١)

### الاستقطابية الاستاتيكية للجزيئات الحرة :

عند التأثير بمجال كهربائى على ذرات أو جزيئات حرة تنشأ فيها حالة من الاستقطاب الكهربائى تعود إلى أحد العوامل التالية :

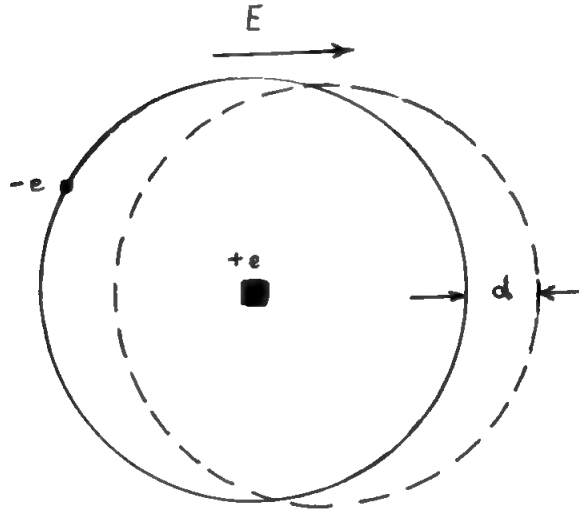
#### (١) استقطابية الكترونية Electronic polarizability :

يحدث بتأثير المجال الكهربائى إزاحة نسبية  $r$  بين مركز الشحنات الموجبة

والسالبية على الذرة ويتكون عن ذلك ثنائى قطب كهربائى ( انظر شكل ١٥ - ٢ ) عزمة  
يساوى حاصل ضرب الشحنة فى المسافة ويكون متجها من الشحنة السالبة إلى الشحنة  
الموجبة ، ففي حالة ذرة الأيدروجين يكون عزم ثنائى القطب فيها هو  $d = e \cdot p$  حيث  $e$   
هى شحنة الإلكترون .

أما إذا اعتبرنا نظاما أو جزيئا متعادلا يحتوى عدد من الشحنات  $q_i$  التى تبعد  
مسافة  $r_i$  عن مركز مشترك فإن عزم ثنائى القطب حينئذ يكون

$$p = \sum_i q_i r_i$$



استقطاب ذرة الأيدروجين فى مجال كهربائى

شكل ( ١٥ - ٢ )

ويدهى أن هذا العزم يتلاشى فى حالة عدم وجود المجال الكهربائى حيث يكون  
 $\sum_i q_i = 0$  للنظام المتعادل .

(٢) استقطابية أيونية ionic polarizability :

عندما يتركب الجزيء من أيونات فإن مواضعها تتأثر بالمجال الكهربائى  
ويحدث لها إزاحات نسبية ، وينشأ نتيجة لذلك تغير فى أبعاد الروابط بين ذرات الجزيء ،

وكذلك فى اتجاهاتها فى الفراغ مما يتسبب عنه إزاحة مركز الشحنات السالبة عن مركز الشحنات الموجبة فى الجزيء ، فيحدث الاستقطاب الأيونى .

## (٢) الاستقطابية المتجهة orientation polarizability :

تتميز بعض المواد بوجود ثنائيات قطب دائمة فيها حتى فى حالة انعدام المجال الكهربائى ، وعند التأثير بالمجال تدور محاور ثنائيات القطب هذه لتترب فى اتجاه المجال الكهربائى . وينشأ عن ذلك استقطابية تسمى بالاستقطابية المتجهة .

## القابلية الكهربائية والاستقطابية :

Electric susceptibility and polarizability

تعرف كثافة الاستقطاب P فى مادة بأنها العزم الكلى لثنائى القطب فى وحدة الحجم الناشئ عن مجال كهربائى E وتعطى مقياسا للشحنات داخل العازل فى المجال ، حيث :

$$P = (C_d - C_0) V = \epsilon E - \epsilon_0 E$$

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

$$\therefore P = (K - 1) \epsilon_0 E$$

$$\therefore K = 1 + P / \epsilon_0 E$$

أى أن :

$$(K - 1) = P / \epsilon_0 E \\ = \chi_e$$

حيث  $\chi_e$  هى : القابلية الكهربائية للمادة . وإذا اعتبرنا وحدة الحجم منها حيث

يوجد عدد N ذرات فان كثافة الاستقطاب تكون :

$$P = N p = \epsilon_0 \chi_e E$$

حيث p هو عزم ثنائى القطب الأولى .

$$\therefore P = \epsilon_0 \frac{\chi_e}{N} E$$

$$= a \cdot E$$

حيث  $a = \frac{\epsilon_0 \chi_e}{N}$  تسمى بالاستقطابية polarizability. وهى كما ذكرنا على ثلاثة أنواع نبينها تفصيلا فيما يلى :

### (١) الاستقطابية الإلكترونية $a_e$ :

نفرض ذرة متعادلة على نواتها شحنة موجبة  $Ze$  + بحيث بها سحابة الكترونية كرية ومنتظمة شحنتها  $-Ze$  - نصف قطرها  $R$  . عند التأثير بمجال كهربائى تحدث إزاحة للسحابة الإلكترونية بالنسبة للنواة بمقدار  $d$  وتستمر كذلك تحت تأثير قوى متوازنة . القوة المؤثرة على السحابة الإلكترونية هى :

$$F_E = Ze \cdot E$$

وتتزن هذه القوة مع قوة تجاذب الشحنات السالبة والموجبة وهى :

$$F_c = \frac{(Ze)^2}{4 \pi \epsilon_0 R^2} \cdot \left( \frac{d}{R} \right)$$

ويمكن للطالب إثبات ذلك بسهولة .

وبمساواة  $F_E$  مع  $F_c$  نحصل على :

$$d = 4 \pi \epsilon_0 E R^3 / Ze$$

ولكن عزم ثنائى القطب الأولى هو :

$$p = Ze d$$

$$\therefore p = 4 \pi \epsilon_0 E R^3$$

وتصبح الاستقطابية الإلكترونية  $a_e$  مساوية إلى

$$a_e = \frac{p}{E} = 4 \pi \epsilon_0 R^3$$

ويلاحظ أن قيمة  $a_e$  تعتمد فقط على الحجم الذرى .

## تغير $a_e$ بتردد المجال :

إذا أثرنا بمجال كهربائي متردد  $E \sin \omega t$  على مادة عازلة يتغير اتجاه متجه الاستقطاب تغيرا توافقيا بسيطا وتكون معادلة الحركة في المجال هي :

$$\ddot{x} + \omega_0 x = -(e E / m) \sin \omega t$$

حيث  $\omega_0$  هو التردد الطبيعي لذبذبة ثنائي القطب ،  $\omega$  هو تردد المجال المؤثر .

وبدهى أنه عندما نؤثر على المادة بمجال استاتيكي غير متردد فإن  $\omega = 0$

وإذا أهملنا القوى المقاومة لحركة ثنائي القطب وباعتبار أن الإزاحة  $x$  تخضع لمعادلة

تغير توافقي بسيط .

$$x = x_0 \sin \omega t$$

حيث  $x_0$  سعة الحركة ، فإننا نجد عن طريق حل المعادلة التفاضلية :

$$-e x_0 = e^2 E / m (\omega_0^2 - \omega^2)$$

وتكون بذلك الاستقطابية الإلكترونية :

$$a_e = e^2 / m (\omega_0^2 - \omega^2)$$

ونظرا لأن قيمة الاستقطابية تساوى  $10^{-4}$  تقريبا لذلك فإن قيمة  $\omega$  تكون في حدود

$10^{10}$  ذبذبة في الثانية وهي أكبر كثيرا من قيم التردد لموجات الطيف المنظور ، ويمكن

لذلك اعتبار أن الاستقطابية الإلكترونية مهمة للقيمة لمعظم المواد العازلة في المنطقة المنظورة للمجالات الكهرومغناطيسية .

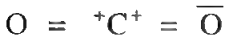
## (٢) الاستقطابية الأيونية $a_i$ :

تحتوى جزيئات المواد الأيونية على شحنات موجبة وأخرى سالبة تتوزع بشكل خاص

في الفراغ يتوقف على التركيب الجزيئي للمادة ، ويتوقف على هندسة التوزيع لهذه

الشحنات في الجزيء عزم ثنائي القطب . فمثلا جزيء ثاني أكسيد الكربون  $C O_2$  جزيء

متمثل تركيبه هو :

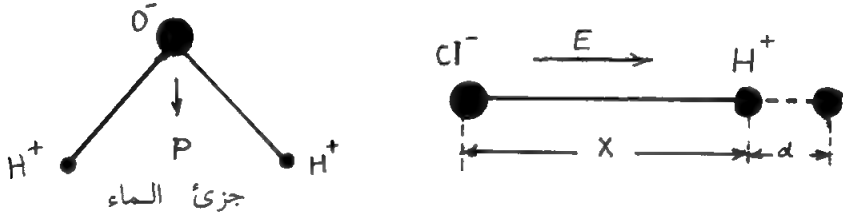




ونتيجة لهذا التماثل يتلاشى عزم ثنائى القطب فيه .

أما جزيء المادة  $H_2O$  فإن له عزم ثنائى قطب يساوى تقريبا  $1.9 \times 10^{-18}$  وحدة سم جم ث وذلك نسبة لتركيبه الهندسى وعدم تطابق مركزى الشحنات الموجبة والسالبة فيه ، شكل ( ١٥ - ٣ )

وعند التأثير على مثل هذا الجزيء بمجال كهربائى يسبب إزاحة المركزين نسبيا عن بعضهما بمسافة  $d$  وإذا كانت الشحنة  $q$  فإن عزم ثنائى القطب يكون  $p = q \cdot d$  . وتستخدم الطرق الطيفية عادة لتعيين تمدد الرابطة بين الأيونات فى وجود المجال وذلك عند تعيين  $p$  .



شكل ( ١٥ - ٣ )

وعند تطبيق ذلك على بلورات أيونية مثل كلوريد الصوديوم نوجد الإزاحة  $d$  بين مركزى الشحنات الموجبة والسالبة فى الشبكة بتأثير مجال كهربائى ، وذلك باعتبار شبكة طولية ثنائية التركيب تتكون من تعاقب أيونات موجبة وسالبة ، ويتشيع هذه الشبكة بأمواج كهرومغناطيسية :  $E = E_0 \cdot e^{-i\omega t}$  يمكن إيجاد سعة الإزاحة لكل أيون فيها ( أنظر باب ديناميكا الشبكة ) على الشكل الآتى :

$$\eta = \frac{e E / M}{\omega_0^2 - \omega^2} ; \quad \zeta = \frac{-e E / m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

حيث  $M$  ,  $m$  هما كتلتى الأيونين المكونين للشبكة ،  $\omega$  هو التردد المستعرض للشبكة (الفونونات الضوئية) .

ولكى نحسب الاستقطابية الأيونية ؛  $a_i$  نوجد أولا الإزاحة النسبية للأيونين .

$$d = (\eta - \zeta)$$

ومن ثم تكون :

$$a_1 = e d / E$$

فإذا اعتبرنا مجالا كهربائيا استاتيكيًا يمكننا التعويض في المعادلات السابقة بقيمة صفرية لتردد المجال  $\omega$  وبذلك يكون :

$$d = (\eta - \zeta) = e E \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

ويصبح عزم ثنائى القطب :

$$p = e \cdot d = e^2 E \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

أى أن الاستقطابية الأيونية هي :

$$a_1 = \frac{p}{E} = e^2 \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

$$= e^2 / m^* \omega_0^2$$

حيث  $m^* = \frac{m M}{m + M}$  هي الكتلة الفعالة ( reduced mass ) لزوج الأيونات المكون

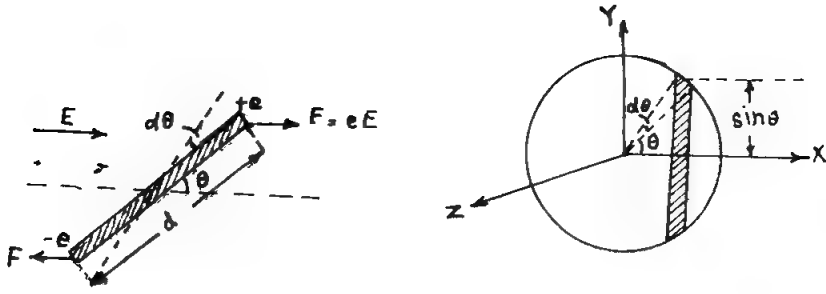
لثنائى القطب .

### (٣) الاستقطابية المتجهة $a_0$ :

اعتبر الآن مادة عازلة تتكون من جزيئات قطبية لها عزم ثنائى قطب دائم  $p$  تكون القوة  $F$  التى تؤثر على كل قطب نتيجة لمجال كهربائى  $E$  هي  $F = e E$  وتعمل فى اتجاه المجال بالنسبة للشحنة الموجبة ، وفى عكس اتجاه المجال بالنسبة للشحنة السالبة ، ينتج عن ذلك ازدواج عزمه  $C$  يعمل على دوران ثنائى القطب فى اتجاه المجال أى لإنقاص الزاوية  $\theta$  التى يعملها ثنائى القطب مع اتجاه المجال المؤثر ، شكل ( ١٥ - ٤ ) .

$$\therefore C = e E d \sin \theta$$

$$= p E \sin \theta$$



شكل ( ١٥ - ٤ )

نفرض أن ثنائى القطب قد دار بزاوية صغيرة  $d\theta$  الزيادة فى طاقة الموضع يساوى

$C d\theta$  بواسطة التكامل نحصل على طاقة الموضع الكلية  $U$  لثنائى القطب فى المجال  $E$ .

$$\begin{aligned}
 U &= \int C d\theta \\
 &= \int -p E \sin \theta d\theta \\
 &= -P E \cos \theta
 \end{aligned}$$

عند انعدام المجال الكهربائى يكون توزيع اتجاهات ثنائيات الأقطاب فى الفراغ

توزيعاً عشوائياً عند أى درجة حرارة  $T$  ولكن عند وجود المجال يكون احتمال وجود ثنائى

القطب فى اتجاه يعمل زاوية تقع بين  $\theta$  ،  $\theta + d\theta$  مع اتجاه المجال هو :

$$2\pi \sin \theta d\theta \exp(-U/kT)$$

وذلك كما يمليه إحصاء ماكسويل وبولتزمان .

وتكون الزيادة فى الاستقطاب الناشئة عن أى ثنائى قطب هى مركبة عزمة فى اتجاه

المجال أى  $p \cos \theta$  وتكون الزيادة المتوسطة لعزم ثنائى القطب هى  $p$  ونحصل عليها

بالتكامل من زاوية  $\theta = 0$  إلى  $\theta = \pi$

$$P = \frac{\int_0^\pi p \cos \theta \cdot 2 p \sin \theta d \theta \cdot \exp (-U/kT)}{\int_0^\pi 2 \pi \sin \theta d \theta \exp (-U/kT)}$$

ولحل التكامل نستخدم التعويضات التالية :

$$B = \cos \theta ; y = p E / k T$$

وبذلك نحصل على :

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{p \int_{-1}^{+1} e^{By} \cdot B d B}{\int_{-1}^{+1} e^{By} d B} \\ &= p \frac{d}{dy} \left[ \log \int_{-1}^{+1} e^{By} d B \right] \\ &= p \left[ \frac{d}{dy} \log (e^y - e^{-y}) - \frac{d}{dy} \log y \right] \\ &= p \left( \coth y - \frac{1}{y} \right) \\ &= p L(y) \end{aligned}$$

وإذا كان هناك عدد  $N$  ثنائيات قطب في وحدة الحجم من المادة فإن الزيادة الكلية

للعزم في وحدة الحجم هي :

$$p_0 = N \bar{p} = N p L(y)$$

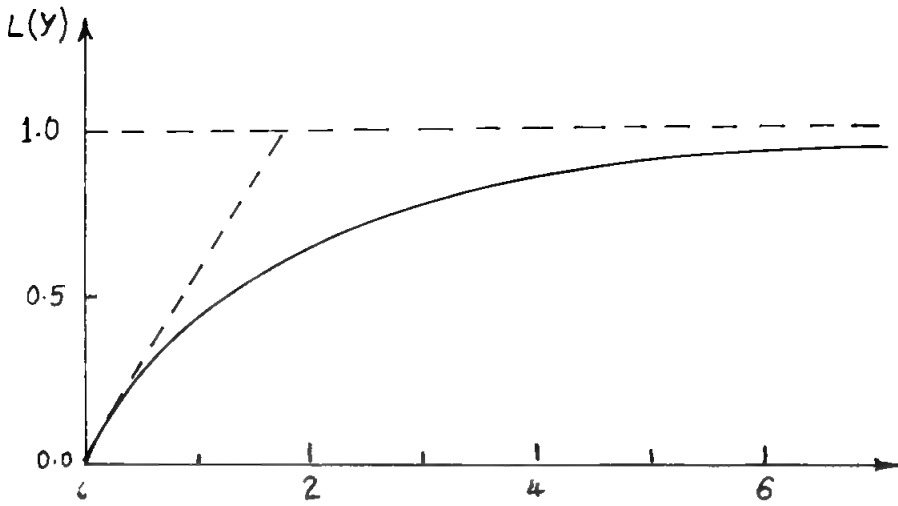
وتعرف  $L(y)$  بدالة لانجفين وتقترب قيمتها من الصفر عندما تؤول قيمة  $y$  إلى الصفر

بينما تأخذ قيمتها الوحدة للقيم الكبيرة من  $y$  كما في شكل ( ١٥ - ٥ ) .

١  
٣

ويلاحظ أن ميل المماس للمنحنى بين  $L(y)$  مع  $y$  بالقرب من  $y = 0$  يساوى

ويمكن إثبات ذلك رياضيا كما يلي بفك الدالة  $L(y)$



شكل (١٥-٥)  $y = PE / KT$

$$\coth y = \frac{1}{y} + \frac{y}{3} - \frac{y^2}{45} + \dots$$

$$\therefore L(y) = \left( \coth y - \frac{1}{y} \right) = \frac{y}{3}$$

وذلك بإهمال الحدود التالية :

وعلى ذلك فعند درجات الحرارة المرتفعة والمجالات الصغيرة يمكن تقريب الاستقطاب

المتجه في وحدة الحجم إلى :

$$p_0 = N p^2 E / 3 k T$$

وتكون الاستقطابية المتجهة هي :

$$a_0 = \frac{p_0}{N E} = p^2 / 3 k T$$

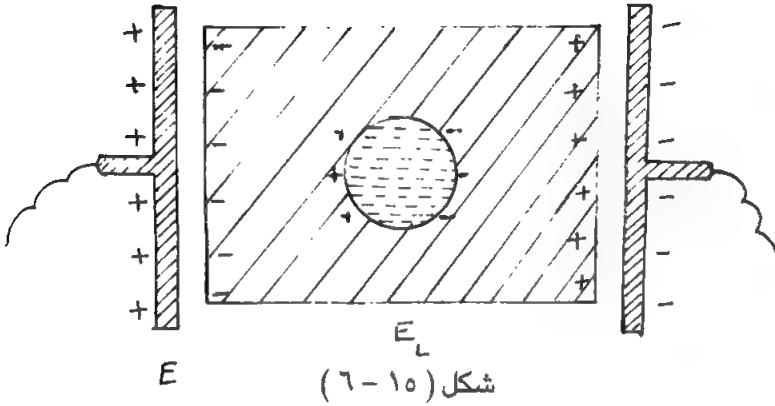
ويلاحظ أنه في حالة وجود أكثر من نوع واحد للاستقطاب تجمع كل أصنافه وتكون

الاستقطابية الكلية هي :

$$a = (a_e + a_i + p^2 / 3 k T)$$

## المجال المحلى فى العوازل الجامدة :

فى العوازل الجامدة لا تتأثر ذراتها وجزيئاتها بالمجال الكهربائى الخارجى فحسب ، وإنما أيضا تتأثر بثنائيات القطب المحيطة ، والتي تتجذب بفعل المجال المؤثر شكل ( ١٥ - ٦ ) . وعلى ذلك يمكن تقسيم المجال المؤثر على ذرة أو جزيء ما فى العازل إلى الأجزاء التالية :



١ - المجال الخارجى الناشئ عن الشحنات كالموضوعة على لوحى المكثف المحتوى على المادة العازلة .

٢ - مجال معاكس للاستقطاب de polarizing field وينشأ عن الشحنات التأثيرية المعاكسة والتي تكون على سطحى العازل المقابليين للوحى المكثف ( أنظر شكل ١٤ - ٦ ) . ويكون مجموع المجالين السابقين هو المجال الماكروسكوبى المؤثر على العازل ،  $E$  .

٣ - مجال لورنتز  $E_L$  وينشأ عن استقطاب الشحنات داخل سطح افتراضى داخل العازل يحيط بالذرة أو الجزيء المعنى على أن يكون نصف قطر هذا السطح كبيراً بالنسبة لأبعاد الذرة وصغيرة بالنسبة لأبعاد العازل نفسه .

٤ - المجال الناشئ عن ثنائيات الأقطاب الموجودة داخل السطح الافتراضى نفسه ويؤخذ فى الاعتبار تأثير ثنائيات القطب المجاورة وما بعد المجاورة للذرة .

ويمكن إهمال ذلك الجزء من المجال إذا كان التركيب البلورى للمادة تكعيبيا متماثلا .  
وعلى ذلك فإن المجال المحلى المؤثر على أى ذرة فى العازل يساوى :

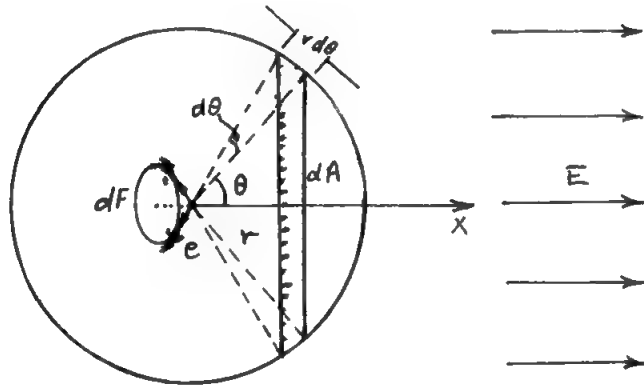
$$E_{Local} = E + E_L$$

حساب مجال لورنتز  $E_L$  :

لإيجاد مجال لورنتز نعتبر السطح الافتراضى المبين بشكل ( ١٥ - ٧ ) ونأخذ عنصراً مساحته  $dA$  على شكل حلقه . من هندسة الشكل :

$$dA = 2 \pi r^2 \sin \theta d\theta$$

الشحنة الكهربائية على هذه المساحة  $dA$  تساوى :



شكل ( ١٥ - ٧ )

$$Q = p \cos \theta 2 \pi r^2 \sin \theta d\theta$$

وبتطبيق قانون كولوم تكون القوة  $dF$  المؤثرة من هذه الشحنة  $Q$  على شحنة  $e$  موجودة

عند مركز السطح هى :

$$dF = e Q / 4 \pi \epsilon_0 r^2$$

حيث  $r$  نصف قطر السطح الافتراضى .

مركبة هذه القوة فى الاتجاه السينى وهو فى نفس الوقت اتجاه المجال المؤثر هى :

$$dF_x = e Q \cos \theta / 4 \pi \epsilon_0 r^2$$

$$= \frac{e p \cos \theta \cdot 2 \pi r^2 \sin \theta d \theta \cdot \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

وبإجراء التكامل نحصل على مركبة القوة الكلية في اتجاه المجال :

$$F_x = \int_0^\pi dF_x$$

$$= e p / 3 \epsilon_0$$

· ويكون مجال لورنتز هو :

$$E_L = \frac{F_x}{e} = \frac{p}{3 \epsilon_0}$$

ويكون المجال المحلى عند نقطة فى شبكة تكعيبية هو :

$$E_{Loc.} = E + \frac{P}{3 \epsilon_0}$$

### علاقة كلوزيوس - موزوتى :

تحدد هذه العلاقة الاستقطابية الكهربائية لذرات مادة عازلة إذا عرف لها ثابت العازل

. k

عزم ثنائى القطب لذرة مفردة هو :

$$p = a \cdot E_{Loc.}$$

ويكون الاستقطاب معرفا بعزم ثنائيات القطب لوحدة الحجم من العازل هو :

$$P = \sum N_i a_i E_{Loc.} \quad (i)$$

حيث  $N_i$  هو عدد الذرات فى وحدة الحجم ، والجمع  $\sum$  يؤدى على جميع الذرات من

نوع i الذى له استقطابه  $a_i$  ويوجد فى مجال محلى  $E_{Loc.}$  (i)

من معادلة لورنتز

$$E_{Loc.} = E + P/3 \epsilon_0$$



$$\therefore \left( P / \sum_i N_i a_i \right) - \left( P / 3 \epsilon_0 \right) = E$$

$$\therefore E/P = \frac{1 - \left( 1/3 \epsilon_0 \right) \sum N_i a_i}{\sum N_i a_i}$$

وباستخدام معادلة القابلية الكهربائية

$$X_c = (K - 1) = P / \epsilon_0 E$$

نحصل على :

$$E/P = 1/\epsilon_0 (K - 1)$$

وبحل المعادلتين لإيجاد  $\sum N_i a_i$  نحصل على :

$$\frac{1}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i = \frac{K - 1}{K + 2}$$

وتعرف هذه المعادلة بمعادلة كلوزيوس - موزوتى ويلاحظ أن الاستقطابية هنا مضافة

أى أن :

$$\sum N_i a_i = (N_c a_e + N_0 a_0 + N_i a_i)$$

فى منطقة المجالات الكهرومغناطيسية للترددات فى الطيف المنظور يرتبط ثابت العزل

للمادة K بمعامل انكسارها الضوئى n بالعلاقة :

$$n^2 = K$$

وتكون الإضافات إلى الاستقطابية الناشئة عن الاستقطاب الأيونى أو الاستقطابية

المتجهة إضافات صغيرة تتوقف على كبر عزم القصور الذاتى للجزئ ، أو للأيون وتقتصر

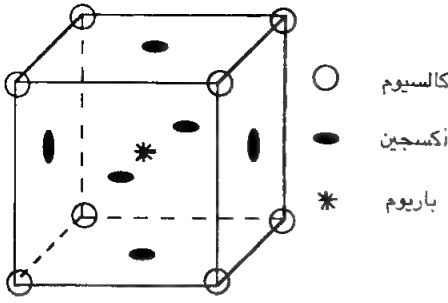
الزيادة فى الاستقطاب على الجزء الإلكتروني .

### الفيروكهربية Ferro-electricity :

المادة الفيروكهربية هى مادة لها استقطاب ذاتى وبالتالى لها عزم ثنائى قطب كهربائى

حتى فى غياب المجال الكهربائى الخارجى ، ولا توجد ظاهرة الفيروكهربية فى المواد التى

ينطبق فيها مركزى تماثل الشحنات السالبة والموجبة على بعض كما هو الحال فى البلورات



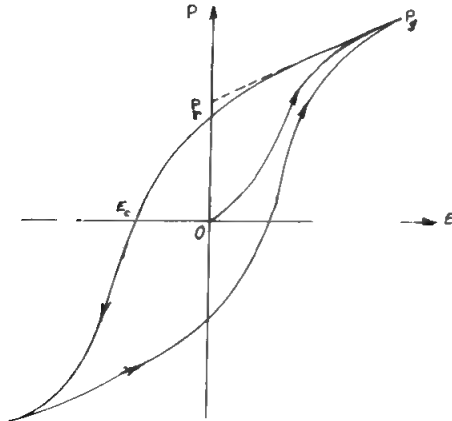
الأيونية ، أى أن وجود عدم تماثل فى التركيب البلورى شرط ضرورى للحصول على الحالة الفيروكهربية فى البلورة .

وأمثلة على هذه المواد هى بلورات أملاح روثيل وتيتانات الباريوم وأمثالها مما له تركيب بلورى من نوع بيروفسكيت perovskite

شكل ( ١٥ - ٨ )

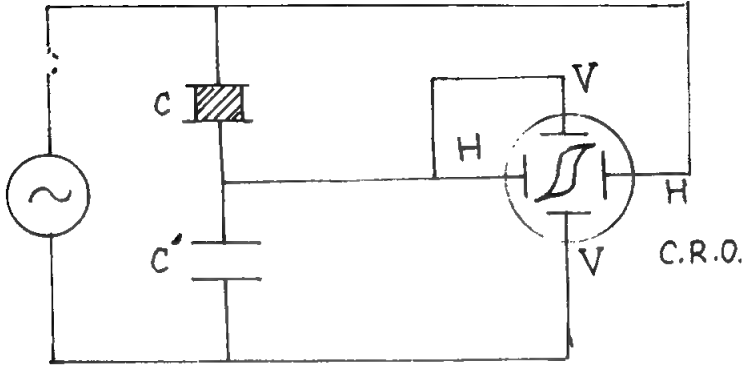
المبين بشكل ( ١٥ - ٨ ) .

عند التأثير بمجال كهربائى متردد على بلورة فيروكهربية نجد تخلفا للاستقطاب P عن المجال المؤثر E ، وينشأ عن رسم العلاقة بين E & P دائرة تخلف كهربائى كما مبين بشكل ( ١٥ - ٩ ) ويصل الاستقطاب إلى مرحلة التشبع  $p_s$  بعد التأثير بمجال معين كما أنه بإزالة المجال يتبقى جزء من الاستقطاب  $p_r$  ويسمى بالاستقطاب المتبقى remenant polarization ونحتاج لإزالة هذا الاستقطاب المتبقى التأثير بمجال كهربائى معاكس قدرة  $E_c$  ويسمى بالمجال المزيل  $E_c$  . coercive field .



شكل ( ١٥ - ٩ )

يبين شكل ( ١٥ - ١٠ ) دائرة كهربائية بسيطة لإظهار دائرة التخلف الكهربائي على شاشة راسم ذبذبات الكتروني ، توضع المادة الفيروكهربية داخل المكثف C الذي يتصل على التوالي بمكثف آخر  $C^1$  ويمصدر جهد متردد .



شكل ( ١٥ - ١٠ )

يسقط الجهد الكهربى على سطحى المادة الفيروكهربية على اللوحين الأفقيين لراسم الذبذبات بينما يسقط الجهد على سطحى المكثف  $C^1$  على اللوحين الرأسيين ، عندئذ تظهر دائرة التخلف الكهربائي على شاشة راسم الذبذبات .

### الفيروكهربية ودرجة الحرارة :

تختفى ظاهرة الفيروكهربية عند الارتفاع بدرجة الحرارة إلى درجة  $T_c$  تسمى بنقطة كورى للفيروكهربية ، وعند هذه الدرجة تحدث زيادة مفاجئة فى ثابت العزل للمادة ، وتتحول المادة بعد هذه الدرجة من حالة الفيروكهربية إلى حالة الباراكهربية ( أسوة بما يحدث للمواد المغناطيسية ) ويتغير ثابت العازل مع درجة الحرارة  $T$  في هذه المنطقة وفقا لقانون كورى - فايس Curie - Weiss

$$K = A ( T - T_c ) + K_f$$

حيث  $A$  هو ثابت كورى ،  $K_f$  هو ثابت العازل للترددات المرتفعة ويمثل الإضافة الناشئة عن الاستقطابية الإلكترونية وقيمته صغيرة ويمكن أهملها بالقرب من درجة حرارة

كورى .

ويمكن إثبات أن ثابت كورى A هو نفسه مقلوب معامل التمدد الطولى للبلورة كما

يأتى:

نفرض أن علاقة كلوزيوس وموزوتى تظل سارية المفعول فى المنطقة الباراكهربية

$$\therefore \frac{K-1}{K+2} = \frac{N \cdot a}{3 \epsilon} = B N$$

حيث N هنا تساوى عدد وحدات الخلية فى وحدة الحجم ، a تساوى الاستقطابية

الكلية لوحدة الخلية ، ونفرض هنا أنها لا تتأثر بدرجة الحرارة .

$$B \frac{dN}{dT} = \left[ \frac{1}{K+2} - \frac{K-1}{(K+2)^2} \right] \frac{dK}{dT}$$
$$= \frac{3}{(K+2)^2} \cdot \frac{dK}{dT}$$

وبقسمة طرفى المعادلة على B N نحصل على :

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dT} = \frac{3}{(K+2)^2} \frac{K+2}{(K-1)} \frac{dK}{dT}$$
$$= \frac{3}{(K+2)(K-1)} \cdot \frac{dK}{dT}$$

ولكن بما أن حجم وحدة الخلية هو مقلوب عدد الخلايا فى وحدة الحجم

$$\therefore V = \frac{1}{N}$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = - \frac{dV}{V}$$

$$\therefore \frac{1}{N} \left( \frac{dN}{dT} \right) = - \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dT} \right) = - 3 \propto$$

حيث  $\propto$  هو معامل التمدد الطولى للمادة

وإذا اعتبرنا أن لثابت العازل قيمة كبيرة أكبر كثيرا من الوحدة 1  $K \gg 1$  يمكن تقريب

المقدار

$$(K+2)(K-1) \cong K^2$$

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dT} = -3 \frac{\infty}{K^2} = \frac{3}{K^2} \frac{dK}{dT}$$

$$\therefore -\frac{1}{K^2} dK = \infty dT$$

$$\therefore d\left(\frac{1}{K}\right) = \infty dT$$

وبالتكامل نحصل على :

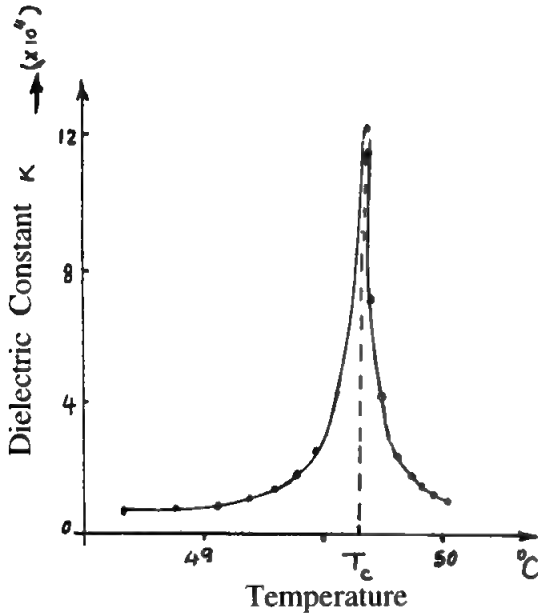
$$\frac{1}{K} = \infty (T - T_c)$$

أى أن :

$$K = A / (T - T_c)$$

$$A = \frac{1}{\infty}$$

حيث



شكل (١٥ - ١١)

**ثابت العازل ودرجة حرارة كورى :**

يصاحب التحول من حالة

الفيروكهربية إلى الباراكهربية زيادة شاذة فى ثابت العازل للمادة .

نفرض أن المادة العازلة ليست لها

خواص اتجاهية من ناحية العزل .

يكون مقدار ثابت العزل K مستنتجا

من معادلة كلوزيوس - موزوتى هو :

$$K = \frac{1 + \frac{2}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i}{1 - \frac{1}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i}$$

حيث  $N_i$  هو عدد الذرات من نوع i فى تغير ثابت العازل لمادة كبريتات ثلاثى الجليسين

وحدة الحجم والتي لها استقطابية  $a_i$  .

عندما تقترب  $\epsilon_0$   $\Sigma N_i a_i = 3$  نجد أن قيمة ثابت العازل  $K$  تؤول إلى مالا نهاية بينما يظل الاستقطاب  $P$  قيمة محدودة عندما يكون المجال صفريا وتسمى هذه الحالة بكارثة الاستقطاب . حيث تقترب قيمة ثابت العازل من قيمة لا نهائية كما يظهر ذلك بوضوح لمادة كبريتات ثلاثي الجليسرين Triglycene sulphate بالقرب من نقطة كورى . ( انظر شكل ١٥-١١ ) .

وعند الاقتراب من درجة حرارة كورى يمكن كتابة المعادلة :

$$\frac{1}{3 \epsilon_0} \Sigma N_i a_i = 1 - \delta$$

حيث :  $\delta \ll 1$

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على :

$$K = 3 / \delta$$

وباعتبار أن قيمة  $\delta$  تعتمد على درجة الحرارة وفقا للمعادلة :

$$\delta = \frac{C}{3} (T - T_c)$$

فإننا نحصل مباشرة على معادلة كورى فايس لتغير ثابت العازل مع درجة الحرارة

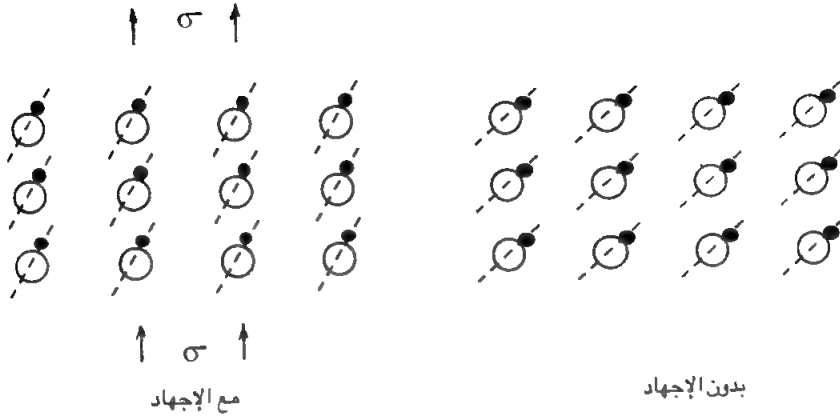
على الصورة :

$$K = \frac{C}{T - T_c}$$

**الظاهرة الكهروضغطية** Piezo-electric effect :

عندما نؤثر على بلورة ما باجهاد ميكانيكى تزدح الذرات من أماكنها . فإذا كان للبلورة مركز تماثل شبكى centro symmetric تكون الإزاحات متماثلة حول مراكز التماثل ، وبالتالي فإن توزيع الشحنات فى البلورة يظل دون تغيير يذكر ويظل عزم ثنائى القطب الكهربائى دون تغير .

هذا النوع من البلورات لا تظهر فيه الكهرضغطية .  
أما إذا اعتبرنا بلورة ذات تركيب غير متماثل كما فى شكل ( ١٥ - ١٢ )  
تترتب الأيونات على شكل أزواج تكون ثنائيات قطب .



شكل ( ١٥ - ١٢ )

عندما نؤثر على هذه البلورة بإجهاد ميكانيكى يحدث تشويه يسبب الإزاحة النسبية للأيونات بشكل غير متماثل ، وبذلك تتغير القيمة الكلية لعزم ثنائى القطب الكهربائى فى البلورة .

تسمى هذه الظاهرة بالكهرضغطية نسبة إلى حدوث استقطاب كهربائى ناشئ عن الإجهاد الميكانيكى ، ويلاحظ أن هذه الظاهرة انعكاسية أى أن تغيير استقطاب المادة . كهربائيا يحدث أيضا بداخلها انفعال ميكانيكى ، وتستخدم لذلك هذا المواد كمحولات للطاقة الكهربائية إلى ميكانيكية والعكس بالعكس .

#### ثابت الكهرضغطية $\eta$ :

عندما نؤثر على مادة كهرضغطية بمجال كهربائى متردد E تحدث إزاحة كهربائية دورية ، وعادة تتخلف الإزاحة خلف المجال نتيجة لإختلاف فى الطور وتتوقف زاوية الطور

على تردد المجال المؤثر .

. وتحدث حالة رنين عندما تكون الإزاحة والمجال متحدتان في الطور تماما .

اعتبر مادة كهروضغطية موضوعة بين لوحى مكثف كهربائى ويمكن إحداث ضغوط

طولية على المادة بإجهاد  $\sigma$  ينشأ عن ذلك انفعال  $e$  حيث :

$$e = \frac{\sigma}{Y}$$

حيث  $Y$  هو معامل المرونة ليونج

يحدث الإجهاد المؤثر استقطابا كثافته  $P$  يتناسب مع مقدار الإجهاد أى أن :

$$\therefore P = \eta \sigma$$

حيث  $\eta$  ثابت يسمى الثابت الكهروضغطى .

إذا أثرنا على سطحى المادة بمجال كهربائى  $E$  دون إحداث ضغوط ميكانيكية يكون

الانفعال الحادث متناسبا مع شدة المجال

$$\therefore E = \eta E$$

أما إذا أثرنا فى وقت واحد بالإجهاد الميكانيكى والمجال الكهربائى تكون الإزاحة

الكهربائية  $D$  هى :

$$D = \epsilon E + \eta \sigma$$

ويلاحظ هنا إن الإزاحة الكهربائية عن المجال الكهربائى فقط هى :

$$D = \epsilon E$$

يكون بذلك الانفعال الداخلى فى المادة هو :

$$e = \eta \cdot E + \frac{\sigma}{Y}$$

وتعطى هذه العلاقة تغير المعاملات الميكانيكية بالمعاملات الكهربائية فى ظاهرة

الكهروضغطية electrostriction .



## مسائل علي الباب الخامس عشر

١ - مكثف ذو لوحين متوازيين وضع نترات الصوديوم بينهما ثابت العازل  $K = 5.2$ .  
إذا كانت مساحة لوحى المكثف هى :  $0.10 \times 0.25 \text{ m}^2$  ووصل لجهد ثابت  $250 \text{ V}$ .  
أوجد :

أ - سعة المكثف إذا كان البعد بين اللوحين  $0.05 \text{ m}$ .

ب - الشحنة على اللوحين .

ج - عزم ثنائى القطب لوحدة الحجم من العازل بين اللوحين .

د - شدة المجال الكهربى داخل العازل ؟

٢ - مكثف يتركب من كرتين متحدتى المركز نصفى قطريهما  $3 \text{ cm}$  و  $4 \text{ cm}$  . ملئ الفراغ بينهما بمادة الكبريت ( $K = 4.0$ ) أوجد سعة المكثف ؟

٣ - أوجد عزم ثنائى القطب الكهربائى لجزء من كلوريد الصوديوم ، اعتبر أن الجزء يتركب من أيونى صوديوم وكلور يبعدان عن بعضهما مسافة  $2.5 \text{ \AA}$  .

٤ - وضع غاز مثالى ثنائى القطبية فى مجال شدته  $3 \times 10^5 \text{ V m}^{-1}$  . إذا كان عزم ثنائى القطب لجزء الغاز  $10^{-19} \text{ C} \cdot \text{m}$  .

احسب طاقة الموضع لثنائى القطب فى هذا المجال ، وأثبت أن طاقة التهييج الحرارى  $kT$  عند درجة حرارة الغرفة تبلغ أكثر من ألف مرة قيمة هذه الطاقة .

٥ - احسب عزم ثنائى القطب لكل من مجاميع الشحنات التالية :

أ - شحنة  $1 \text{ } \mu\text{C}$  + عند النقط  $(0,0)$  ،  $(1,0)$  ،  $(2,0)$  .

وشحنة  $1 \mu\text{C}$  - عند النقط  $(4,0)$  ،  $(5,0)$  ،  $(6,0)$  . والإعداد بالمتر

ب - شحنات  $3 \mu\text{C}$  + عند  $(0,0)$  .

$6 \mu\text{C}$  + عند  $(1,1)$  .

$3 \mu\text{C}$  - عند  $(1,0)$  .

$6 \mu\text{C}$  - عند  $(0,1)$  .

٦ - إذا كانت قيمة النفاذية النسبية للارجون Permittivity عند درجة  $0^\circ\text{C}$  وضغط

جوى واحد هي 1.000435 أوجد استقطابية ذرة الأرجون .

٧ - قضيب رفيع اسطوانى يتركب من ذرات استقطابيتها  $f \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-40}$  . إذا كان

بمادته عدد  $5 \times 10^{28}$  ذرة فى كل متر مكعب واثرنا عليه فى اتجاه طوله بمجال كهربائى .

أوجد النسبة بين المجال المحلى إلى المجال الخارجى المؤثر .

٨ - أوجد سمك بلورة من الكوارتز لكى يكون لها تردد رنينى يساوى :

$10 \text{ K c/s}$  ;  $1 \text{ M c/s}$  ;  $10 \text{ M c/s}$  علما بأن تردد الرنين للكوارتز

$$f_0 = \frac{1}{2b} \sqrt{E/\rho}$$

حيث  $b$  ثابت يحدد الاهتزاز الكهروضغطى فى الكوارتز ،

$E$  معامل يونج للمرونة للكوارتز ويساوى  $10^{10} \text{ n m}^{-2}$

$\rho$  كثافة الكوارتز وتساوى  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  .



## الباب السادس عشر

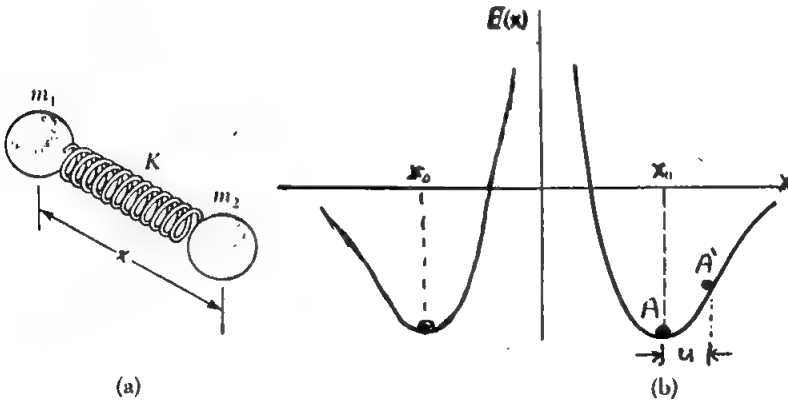
### ديناميكية الشبكة : Lattice Dynamics

عند درجة الصفر المطلق تستقر الذرات فى أية شبكة فى مواضع الاتزان فى حالة سكون ولكن رفع درجة الحرارة يسبب تذبذب هذه الذرات حول مواضع الاتزان بسعة حركة تتوقف على درجة الحرارة وقد تصل مقدار هذه السعة إلى ١٠ ٪ من المسافة بين الذرات المتجاورة عندما تصبح درجة الحرارة مرتفعة .

### التردد الذرى : Atomic frequency of vibration

اعتبر شبكة بلورية يكون لكل ذرة فيها عدد  $Z$  جار قريب ، شكل ( ١٦ - ١ ) .  
 coordination number نفرض أن  $E(x_0)$  تمثل طاقة الموضع للذرة عند وضع الاتزان  
 $x_0$  نفرض أن التغير فى طاقة الذرة  $A$  عند إزاحتها إلى الموضع  $A'$  هو  $E$  وأن الإزاحة  
 بين الوضعين هى :  $u$

$$\therefore \Delta E = \frac{2}{Z} \left[ \left\{ E(x_0 + u) - E(x_0) \right\} - \left\{ E(x_0) - E(x_0 - u) \right\} \right] \\ = \frac{2}{Z} \left[ E(x_0 + u) + E(x_0 - u) - 2 E(x_0) \right]$$



شكل ١٦ - ١

يلاحظ أننا قسمنا المعادلة على  $Z$  عدد الجيران وذلك للحصول على التغير في الطاقة لكل ذرة كما أننا ضربنا المقدار في  $\frac{1}{2}$  وذلك لأن حركة أية ذرة بالنسبة لأخرى تجاوزها بسبب زيادة في طاقة الموضع بنفس المقدار لكل من الذرتين .

نفك المقدارين  $E(x+u)$  &  $E(x-u)$  بمفكوك تيلور

$$\therefore E(x_0 + u) = E(x_0) + \frac{\partial E}{\partial x} \cdot u + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \cdot u^2 + \dots$$

$$E(x_0 - u) = E(x_0) - \frac{\partial E}{\partial x} \cdot u + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \cdot u^2 - \dots$$

$$- 2 E(x_0) = - 2 E(x_0)$$

بالجمع نحصل على :

$$E(x_0 + u) + E(x_0 - u) - 2 E(x_0) = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \cdot u^2$$

$$\therefore \Delta E = \frac{2}{Z} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} u^2 = \frac{1}{2} \propto u^2$$

$$\propto = \frac{4}{Z} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad \text{حيث}$$

أى أن التغير في الطاقة يتناسب طرديا مع مربع الإزاحة  $u$  وتكون القوة المؤثرة على كل ذرة بدلالة الإزاحة هي :

$$F = - \frac{d}{du} (\Delta E) = - \propto u$$

وتكون بذلك المعادلة التفاضلية للحركة :

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = - \propto \cdot u$$

حيث :  $m$  هي الكتلة الذرية

حل المعادلة السابقة ، وهى على شكل حركة توافقية بسيطة ، هو :

$$u = A \cos \omega t$$

حيث :

$$\omega = 2 \pi f = \sqrt{\frac{\infty}{m}}$$

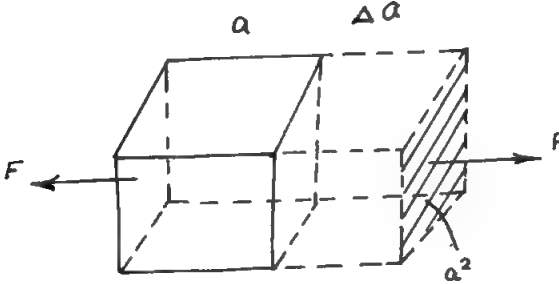
وبذلك يكون التردد الذرى هو :

$$f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{\infty}{m}}$$

حيث  $\infty$  هو ثابت القوة أى القوة التى تحدث وحدة الإزاحة ، ويمكن تقديره عمليا بالاستعانة بنظرية المرونة .

فإذا أثرتنا بقوة  $F$  على مكعب من المادة طول ضلعه الوحدة شكل ( ١٦ - ٢ ) تكون  $\infty$  هى القوة اللازمة لكى تحدث أستطالة فى المكعب مقدارها الوحدة وذلك بافتراض صحة قانون هوك .

$$\therefore Y \frac{\Delta a}{a} = F / a^2$$



شكل ( ١٦ - ٢ )

حيث  $Y$  هو معامل يونج للمرونة .

وباعتبار أن  $a$  ،  $\Delta a$  يساويان الوحدة تكون

$$Y = F = \infty$$

أى أن ثابت القوة  $\infty$  يكون فى حدود القيمة ٢٥ نيوتن / متر وإذا اعتبرنا مادة مثل :

النحاس تكون كتلة الذرة الواحدة فيه هى : حوالى ١٠ ٢٥ كيلو جرام وبالتعويض فى مادة

التردد نحصل على :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25}{10^{-25}}} = 10^{13} \text{ / c/s} \quad \text{تقريباً}$$

ومن الواضح أننا إذا اعتبرنا جميع الحركات الممكنة للذرات المختلفة فإننا نجد ضرورة وجود ترددات أخرى كثيرة .

### النظرية الكلاسيكية للحرارة الذرية :

Classical theory of specific heats of solids :

وجد ديولنج وبتي قديما بالتجربة أن حاصل ضرب الوزن الذري مضروباً في الحرارة النوعية يكون مقدار ثابتاً لمواد كثيرة ، ويساوي تقريباً العدد ٦ . وقد أوضحت تلك المشاهدات أن ذرات المواد المختلفة لها نفس السعة الحرارية ، وأن الحرارة تختزن داخل المادة على شكل طاقة حركة داخلية .

استندت النظرية الكلاسيكية على قانون تساوي توزيع الطاقة Law of

equipartition of energy لتفسير ثبوت الحرارة الذرية للمواد وينص هذا القانون على أن طاقة المتذبذب لكل درجة من درجات الحرية هي  $1/2 kT$  .

في حالة المواد الصلبة يكون لكل ذرة طاقة حركة وطاقة موضع ، ولذلك فالطاقة المتوسطة للمتذبذب تكون  $kT$  .

يمكن الوصول لهذه النتيجة رياضياً باعتبار طاقة المهتز التوافقي

$$E = p^2/2m + 1/2 m \omega^2 u^2$$

حيث  $\omega$  هي السرعة الزاوية ،  $p$  هي كمية الحركة ،  $u$  هي الإزاحة من وضع الاتزان .

الحد الأول في المعادلة : يمثل طاقة الحركة والحد الثاني يمثل طاقة الموضع .

بتطبيق الميكانيكا الإحصائية الكلاسيكية تكون الطاقة المتوسطة للمهتز هي .

$$\overline{E} = \int_0^\infty E e^{-E/kT} dE / \int_0^\infty e^{-E/kT} dE \\ = kT$$

حيث  $k$  هو ثابت بولتزمان

$T$  درجة الحرارة المطلقة .

اعتبر  $N$  جم ذرى من المادة يحتوى على عدد افوجادرو  $N$  ذرات . الطاقة الداخلية للمجموعة هى :

$$U = N \times 3 kT$$

الحرارة الذرية هى :

$$C_v = \frac{\delta U}{\delta T} = 3 Nk = 3 R = 6$$

حيث  $R$  هو ثابت الغاز ويساوى  $Nk$

يكون هذا القانون صحيحا فى درجات الحرارة المرتفعة فقط وقد وجد أن الحرارة الذرية للمواد تنقص تدريجيا وتؤول إلى الصفر عند الصفر المطلق . هذه الحقيقة العملية تجعل النظرية الكلاسيكية غير قادرة على تفسير نقص  $C_v$  مع  $T$  .

ولا يمكن أن يفسر هذا النقص باختفاء درجات من الحرية للمهتز التوافقى الذرى إذ أن ذلك يستلزم أن يكون النقص فى  $C_v$  نقصا سلميا وليس متصلا كما أننا لا يمكننا افتراض وجود كسور من درجات الحرية . fractional degrees of freedom .

### نظرية أينشتين للحرارة الذرية Einstein's theory :

فسر أينشتين فشل النظرية الكلاسيكية للحرارة الذرية بسبب اعتبار أن الطاقة المتوسطة للمهتز هى  $kT$  لكل درجة من درجات الحرية . أدخل بدلا من ذلك نظرية بلانك الكمية التى تنص على أن أى مهتز يبعث أو يمتص الطاقة على شكل كمى  $hf$  حيث  $h$  هو ثابت بلانك و  $f$  هو تردد المهتز .

### الطاقة المتوسطة الكمية للمهتز التوافقى :

اعتبر مجموعة من المتذبذبات التوافقية تكون مجموعة ما عددها  $N$  نفرض أن  $N_0$  هو



عدد المتذبذبات ذات الطاقة صفر. بتطبيق إحصاء بولتزمان يكون عدد المتذبذبات ذات الطاقة  $\epsilon$  هو :

$$N_0 e^{-\epsilon/kT}$$

ويكون العدد الكلى للمتذبذبات ذات الطاقة  $hf$  ،  $2hf$  ،  $3hf$  ... هو :

$$N = N_0 + N_0 e^{-hf/kT} + N_0 e^{-2hf/kT} + \dots$$

$$= N_0 (1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots)$$

$$x = hf/kT \quad \text{حيث}$$

مجموع هذه المتسلسلة هو :

$$(1 - e^{-x})^{-1}$$

$$N = \frac{N_0}{(1 - e^{-x})}$$

ولإيجاد الطاقة نضرب عدد المهتزازات فى طاقة كل منها ثم نجمع :

$$\therefore E = 0 \cdot N_0 + hf N_0 e^{-x} + 2 hf N_0 e^{-2x} + \dots$$

$$= hf N_0 e^{-x} (1 + 2 e^{-x} + 3 e^{-2x} + \dots)$$

$$= hf N_0 e^{-x} (1 - e^{-x})^{-2}$$

وبالتعويض بدلا من  $N_0$  نحصل على :

$$E = N hf \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{N hf}{(e^x - 1)}$$

أى أن الطاقة المتوسطة الكمية للمهتز التوافقى الواحد هى :

$$\frac{hf}{e^{hf/kT} - 1}$$

اعتبر أينشتين أن ذرات المادة هى متذبذبات توافقية تردد كل منها  $f$  وأن جميع

التذبذبات لها نفس التردد .

$$U = 3N \frac{hf}{e^{hf/kT} - 1} = 3N kT \frac{x}{e^x - 1}$$

بمفاضلة U بالنسبة إلى T نحصل على الحرارة الذرية

$$C_v = \frac{dU}{dT} = 3R \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} = 3R E(x)$$

$$= 3R E\left(\frac{\theta}{T}\right)$$

حيث  $E(x)$  هي دالة أينشتاين،  $\theta = \frac{hf}{k}$  هي درجة الحرارة المميزة للمادة

. characteristic temperature

بفحص دالة أينشتاين رياضيا عند الدرجات الصغيرة جدا والكبيرة جدا نجد الآتي :

$$\lim_{T \rightarrow 0} E\left(\frac{\theta}{T}\right) \longrightarrow 0$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E\left(\frac{\theta}{T}\right) \longrightarrow 1$$

$E(x)$  تتحول إلى الصفر عند درجة الصفر المطلق وتؤول إلى الواحد الصحيح عند

الدرجات المرتفعة ، أى أن الحرارة الذرية  $C_v$  عند الدرجات المرتفعة تساوى  $3R$  وهذا يتفق مع نتائج النظرية الكلاسيكية بينما عند الدرجات المنخفضة تقل  $C_v$  تدريجيا حتى تتحول إلى الصفر عند درجة الصفر المطلق .

وبالرغم من أن نظرية أينشتاين قد فسرت نقص  $C_v$  مع درجة الحرارة إلا أن قيم

$C_v$  التي أعطتها النظرية كانت عادة أقل كثيرا مما أعطته التجربة .

ولذلك لم يكن نجاح النظرية كاملا ، وقد ظهر فيما بعد أن سبب هذا الاختلاف هو

افتراض أن جميع الذرات تهتز بتردد واحد فقط .

**نظرية الفونونات لديباي** : Debye's phonon theory

افتراض ديباي أن الذبذبات الذرية في المادة تكون طيف ترددات له قيمة معينة لا يزيد

عنها cut - off frequency وتتوقف على تركيب الشبيكة لهذه المادة .

وسمى كل موجة mode of vibration فونون phonon وقد اعتبر أن الحركة الذرية في داخل المادة تأخذ شكلا موجيا وذلك بالنسبة لوجود قوى بينية كبيرة بين الذرات ، ولا يعقل أن تتحرك كل ذرة حركة فردية دون ارتباط بالذرات المحيطة بها ، فقد صور ديباي الحركة الذرية على أنها موجات أو فونونات لها ترددات تتراوح بين الصفر وقيمة عظمى لا تتعدها Cut - off frequency .

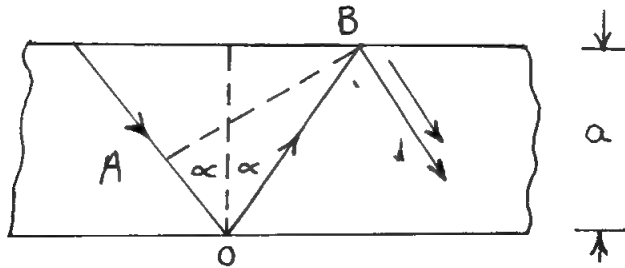
### طيف الترددات لديباي :

أثبت ديباي أن دالة الترددات بالنسبة للفونونات  $N(\nu)$  frequency distribution function تتناسب طرديا مع مربع التردد أى مع  $\nu^2$  وذلك كما يأتى :

اعتبر كتلة من المادة على شكل متوازي مستطيلات أبعاده هي :

a , b , c

نفرض موجة صوتية ( فونون ) طول موجتها  $\lambda$  تنتقل في المادة في الاتجاه AO في شكل ( ١٦ - ٢ ) تنعكس على السطح الحر عند O ثم مرة أخرى عند B . إذا تطابقت موجة ساقطة مع مثيلتها التي انعكست مرتين وكانا في اتجاه واحد نجد أنهما يتحركان في نفس الطور إذا كان فرق المسار عدد صحيح من طول الموجة أى أن

$$OA + OB = n\lambda$$


( شكل ١٦ - ٢ )

لكن:

$$OB = \frac{a}{\cos \infty}$$

$$OA = OB \cos 2 \infty$$

$$\therefore OA + OB = a \left( \frac{1 + \cos 2 \infty}{\cos \infty} \right)$$

$$\therefore n \lambda = 2 a \cos \infty$$

$$\therefore a \cos \infty = \frac{n \lambda}{2}$$

وبتعميم هذه النتيجة في اتجاهات الفراغ الثلاثة نحصل على :

$$a \cos \infty^1 = n_1 \lambda / 2$$

$$b \cos \infty^2 = n_2 \lambda / 2$$

$$c \cos \infty^3 = n_3 \lambda / 2$$

حيث  $\infty^1, \infty^2, \infty^3$  هي الزوايا التي تصنعها أحرف متوازي المستطيلات a b c

مع الاتجاه الموجى .

بالتربيع والجمع نحصل على :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{n_1^2}{4 a^2} + \frac{n_2^2}{4 b^2} + \frac{n_3^2}{4 c^2}$$

حيث أن مجموع مربعات جيوب تمام الزوايا  $\infty^1, \infty^2, \infty^3$  تساوى واحد .

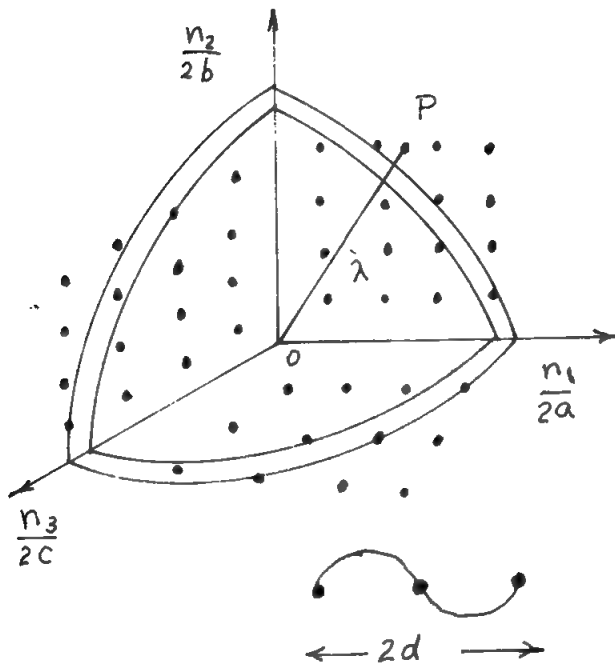
إذا رسمنا فراغ العدد الموجى space -  $\frac{1}{\lambda}$  وهو الفراغ الذى تكون إحداثياته

$$\frac{n_1}{2 a}, \frac{n_2}{2 b}, \frac{n_3}{2 c} \quad \text{المتعامدة هي :}$$

تمثل أى نقطة فى هذا الفراغ موجه ذات طول موجى معين  $\lambda$  انظر شكل ( ١٦ - ٤ )

ويطلق اسم فونون على مثل هذه الموجة phonon التى يتحدد طولها بالإعداد  $n_1, n_2, n_3$

وهى التى تحدد بعد النقطة P عن مركز الإحداثيات  $\left( OP = \frac{1}{\lambda} \right)$  تكون أبعد نقطة فى هذا الفراغ عن المركز O هى التى لها أصغر طول موجى  $\lambda_{\min}$  ويحدد هذا الطول التركيب البلورى وأبعاد وحدة الخلية فى المادة .



شكل ( ١٦ - ٤ )

فإذا كان d هو البعد بين ذرتين متجاورتين فى اتجاه معين تكون أقل طول موجة يمكن

لها أن تنتشر فى هذا الاتجاه هى :  $\lambda_{\min} = 2d$

ويكون بذلك حدود فراغ العدد الموجى  $\left( \frac{1}{\lambda} - \text{space} \right)$  فى هذا الاتجاه هو  $\frac{1}{\lambda_{\min}}$

، ويطلق على مثل هذه الحدود فى فراغ العدد الموجى بمنطقة بريلوين Brillouin zone . وتعرف بأنها تلك المنطقة داخل فراغ العدد الموجى التى تحتوى بداخلها على جميع الفونونات الطبيعية بداخل البلورة .

علاقة ماديلنج Madelung relation :

إذا فرضنا أن منطقة بريلوين عبارة عن كرة مركزها O ونصف قطرها  $\frac{1}{\lambda_{\min}}$  يكون

العدد الكلى للفونونات داخل البلورة هو :

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \left( \frac{1}{\lambda_m} \right)^3 / \frac{1}{2a} \frac{1}{2b} \frac{1}{2c}$$

حيث حجم الخلية فى فراغ  $\frac{1}{\lambda}$  يساوى  $\frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{2b} \cdot \frac{1}{2c}$

وقد ضربنا فى  $\frac{1}{8}$  لأننا نعتبر فقط الثمن الموجب من فراغ  $\frac{1}{\lambda}$  وذلك منعاً لتكرار قيم

$\lambda$  حيث أن هناك فى فراغ  $\frac{1}{\lambda}$  ثمانية نقط تمثل نفس الفونون . مثلاً :

$$(-n_1, n_2, n_3), (n_1, n_2, n_3) \text{ وهكذا .}$$

وبما أن حجم البلورة أصلاً هو  $a b c$  فإن عدد الفونونات لوحدة الحجم من البلورة

هو :

$$N = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{1}{\lambda_m} \right)^3 / c.c.$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda_m} = \left( \frac{3N}{4\pi} \right)^{1/3}$$

ولكن سرعة الصوت فى المادة

$$C_0 = \lambda_{\min} v_{\max} \\ = \sqrt{G/\rho}$$

حيث  $G$  هو معامل الصلابة ،  $\rho$  هى كثافة المادة وتساوى  $N m$  لأن  $N$  هو عدد

المهتزازات لوحدة الحجم ،  $m$  هى الكتلة الذرية

$$\therefore v_{\max} = \frac{C_0}{\lambda_{\min}} = C_0 \left( \frac{3N}{4\pi} \right)^{1/3}$$

$$= G^{1/2} \rho^{-1/2} \left( \frac{3 \rho}{4 \pi m} \right)^{1/3}$$

$$\therefore v_{\max} = \text{const. } G^{1/2} \rho^{-1/6} m^{-1/3}$$

وتعطى هذه المعادلة قيمة أكبر تردد للفونونات داخل البلورة أو بمعنى آخر حدود طيف

الترددات الداخلية .

وقد تمكن ماديلنج من استنتاج هذه العلاقة عمليا قبل أن تتبلور النظرية على الشكل

السابق وهذا الاتفاق بين التجربة والنظرية يحقق صحة النظرية .

ويلاحظ أن ماديلنج كان يوجد قيم  $G$  ،  $\rho$  ،  $m$  بالطرق المعتادة وكان يحسب  $v_{\max}$

عن طريق قياس تغير  $C_v / T$  عند درجات الحرارة المنخفضة وكذلك من معاملات المرونة .

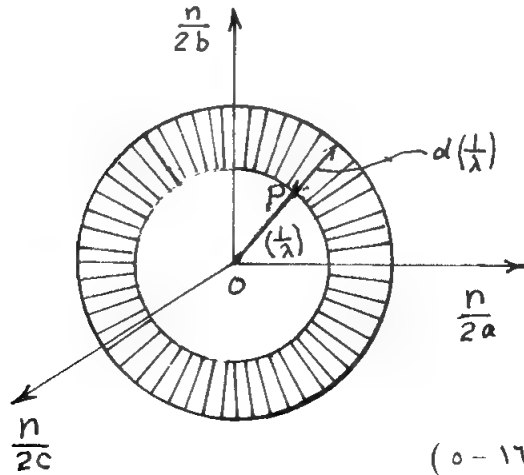
**دالة طيف التردد لديباي :**

لإيجاد دالة توزيع التردد  $N(v)$  للفونونات بدلالة التردد  $v$  نعتبر قشرة رقيقة في

فراغ  $1/\lambda$  مركزها  $O$  نصف قطرها  $\frac{1}{\lambda}$  وسمكها  $d \left( \frac{1}{\lambda} \right)$  ، شكل ( ١٦ - ٥ ) .

عدد الفونونات داخل القشرة تساوى

$$\frac{1}{8} \cdot 4 \pi \left( \frac{1}{\lambda^2} \right) d \left( \frac{1}{\lambda} \right) / \frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{2b} \cdot \frac{1}{2c} = \frac{4}{\lambda^2} d \left( \frac{1}{\lambda} \right) \cdot a b c$$



( شكل ١٦ - ٥ )

وبالقسمة على حجم البلورة a b c نحصل على عدد الفونونات من هذه القشرة لكل

وحدة حجوم من البلورة وهذا يساوى :

$$\frac{4 \pi v^2 dv}{C_0^3} = \frac{4 \pi}{\lambda^2} d \left( \frac{1}{\lambda} \right)$$

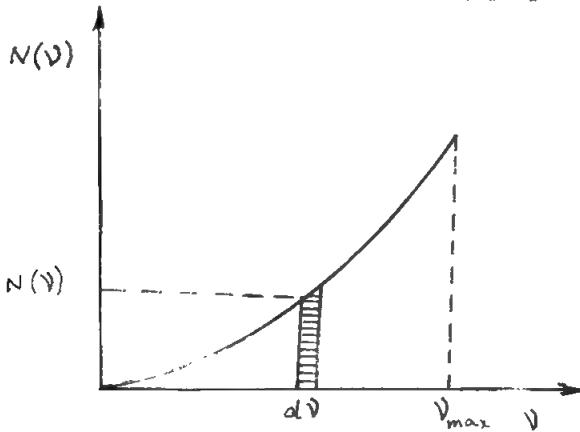
$$\therefore N(v) dv = \frac{4 \pi v^2}{C_0^3} dv$$

« وقد استعملنا هنا المعادلة  $C_0 = \lambda \cdot v$  وتفاضلها لإيجاد  $dv$  ,  $d\lambda$  » المعادلة

السابقة تعطى  $N(v) \propto v^2$  أى أنها دالة قطع مكافئ يكون لها حدا لأقصى تردد cut - off frequency :  $(v_{\max})$  كما فى شكل (١٦ - ٦) .

### نظرية ديبيى لحساب الحرارة الذرية $C_v$ :

تنتشر الاهتزازات الميكانيكية داخل أى مادة صلبة على شكل نوعين من الأمواج :



( شكل ١٦ - ٦ )

١ - أمواج مستعرضة سرعتها  $C_1 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  حيث  $G$  هى معامل الصلابة ،  $\rho$

كثافة المادة ويمكن اعتبار الموجة المستعرضة على أنها موجتين مستقطبتين فى اتجاهين متعامدين ( مثل الأمواج الكهرومغناطيسية ) .



٢ - أمواج طولية سرعتها  $C_l = \sqrt{(B + 4/3 G) / \rho}$  حيث B معامل المرونة الحجمي .

عدد الأمواج ، مستعرضة وطولية ، والتي لها ترددات تقع بين  $v$  ،  $v + dv$  هي :

$$N(v) dv = 4 \pi v^2 \left( \frac{2}{C_l^3} + \frac{1}{C_t^3} \right) dv$$

وقد ضربنا  $\frac{1}{ct^3}$  في 2 ، حيث أن الموجة المستعرضة تعتبر اثنتين مستقطبتين .

العدد الكلي للأمواج أو الفونونات في وحدة الحجم من المادة هو :

$$\int 4 \pi v^2 \left( \frac{2}{C_l^3} + \frac{1}{C_t^3} \right) v^2 \cdot dv$$

. ولابد أن يساوى هذا العدد  $3N$  أى يساوى العدد الكلاسيكى لدرجات الحرية ، ومن

الواجب أن يكون حد التكامل الأعلى  $v_m$  محدودا إذ أن عدد درجات الحرية أيضا محدودا .

إذا اعتبرنا ١ جم جزيء تكون  $N$  هي عدد أفوجادرو وبإجراء التكامل السابق نحصل

على :

$$v_m^3 = \frac{9N}{4\pi \left( \frac{2}{C_l^3} + \frac{1}{C_t^3} \right)}$$

وتعطى هذه المعادلة قيمة أقصى تردد  $v_m$  في طيف الترددات .

لإيجاد الطاقة الداخلية للجرام جزيء من المادة نضرب عدد الفونونات في الطاقة

الكمية quantized energy للمهتز التوافقي

$$\begin{aligned} \therefore U &= 4 \pi \left( \frac{2}{C_l^3} + \frac{1}{C_t^3} \right) \int_0^{v_m} \frac{h v^3 dv}{(e^{hv/kT} - 1)} \\ &= \frac{9N}{v_m^3} \int_0^{v_m} \frac{h v^3 dv}{(e^{hv/kT} - 1)} \end{aligned}$$

وبمفاضلة الطاقة الداخلية U بالنسبة لدرجة الحرارة T نحصل على الحرارة الذرية  $C_v$  .

$$C_v = \frac{9 N}{v^3} \int_0^{v_m} \frac{\frac{h^2 v^4}{k T^2} \cdot e^{h v / k T} \cdot dv}{(e^{h v / k T} - 1)^2}$$

$$d\zeta = \frac{h dv}{k T} \quad \text{نحصل على} \quad x = \frac{h v_m}{k T}, \quad \zeta = \frac{h v}{k T} \quad \text{ويوضع}$$

$$\therefore C_v = \frac{9 N k}{x^3} \int_0^x \frac{\zeta^4 e^\zeta d\zeta}{(e^\zeta - 1)^2}$$

وبإجراء التكامل بالتجزئة

مع وضع  $N k = R$  حيث  $R$  هو ثابت الغاز للجرام الجزيئي

$$\begin{aligned} \therefore C_v &= - \frac{9 R}{x^3} \int_0^x \zeta^4 d \left( \frac{1}{e^\zeta - 1} \right) \\ &= \frac{9 N}{x^3} \left( \int \frac{1}{e^\zeta - 1} d \zeta^4 - \left[ \frac{\zeta^4}{e - 1} \int_0^x \right] \right) \\ &= \frac{9 R}{x^3} \left( \int_0^x \frac{4 \zeta^3 d\zeta}{(e^\zeta - 1)} - \frac{x^4}{e^x - 1} \right) \\ &= 3 R \left( \frac{12}{x^3} \int \frac{\zeta^3 d\zeta}{e^\zeta - 1} - \frac{3 x}{e^x - 1} \right) \\ &= 3 R D(x) \\ &= 3 R D \left( \frac{\theta}{T} \right) \end{aligned}$$

حيث  $D(x)$  هي دالة ديبياي .

وباعتبار حالات الحدود نجد أن عند درجات الحرارة المرتفعة تكون قيم كل من  $x$  ،  $\zeta$

صغيرة جدا ، وتؤول قيمة دالة ديبياي عندئذ إلى الواحد الصحيح .

وهذا يعني أن  $C_v = 3 R$  عند الدرجات المرتفعة أي أن النظرية الكلاسيكية تنطبق

مع نظرية ديبيى عند الدرجات المرتفعة .

أما عند درجات الحرارة المنخفضة تكون قيم  $x$  ،  $\zeta$  كبيرة جدا وتؤول قيمة دالة ديبيى إلى الصفر .

حيث أن تغير المقام فى الدالة يكون بازدياد أكبر كثير من البسط لأنه يتبع لدالة أسية.

### قانون ديبيى $T^3$ عند الدرجات المنخفضة :

يمكن تقريب معادلة الحرارة الذرية لديبيى عند الدرجات المنخفضة كما يأتى :

١ - نهمل الحد الثانى فى دالة ديبيى إذ أن  $x$  تؤول إلى ما لا نهاية عند الدرجات

المنخفضة جدا ( عند الصفر المطلق ) ويؤول الكسر .

$$\left( \frac{3x}{e^x - 1} \right) \text{ إلى الصفر إذ أن } e^x \text{ تزداد زيادة كبيرة بالنسبة إلى } x$$

٢ - يمكن إثبات رياضيا أن :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{\zeta^3 d\zeta}{e^\zeta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

وبالتعويض فى معادلة ديبيى نحصل على الحرارة الذرية عند الدرجات المنخفضة .

$$C_v = 3R \left( \frac{12}{x^3} \cdot \frac{\pi^4}{15} \right)$$

وبما أن  $x = \frac{\theta}{T}$  حيث  $\theta$  هى درجة حرارة ديبيى المميزة .

$$\therefore C_v = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta)^3$$

$$\therefore C_v = \frac{12 \pi^4 R T^3}{5 \theta^3}$$

أى أن الحرارة الذرية تتناسب مع مكعب درجة الحرارة المطلقة ( $T$  صغيرة) وتساوى

درجة حرارة ديبيى  $\theta = \frac{h\nu_m}{k}$  وهى تتوقف على المادة .

وقد وجد أن التقريب السابق يكون صحيحا فى حدود ١٪ عندما تكون  $x > 12$  أى

عندما تكون درجة الحرارة  $\left(T < \frac{\theta}{12}\right)$  أقل من  $\frac{1}{12}$  من درجة ديباي المميزة .

### نقد نظرية ديباي :

١ - وجد بحساب دالة ديباي عند درجات الحرارة المختلفة أن هناك تطابقا بين النتائج

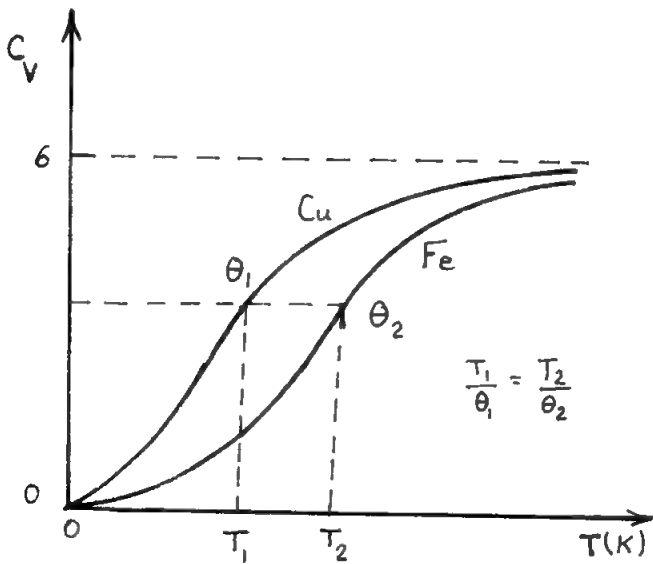
النظرية والنتائج التجريبية لعدد كبير من المواد البسيطة وهذا يدعم صحة النظرية .

٢ - بمعرفة درجات الحرارة المميزة لديباي لمواد مختلفة يمكن استنتاج منحنى

$C_v / T$  لأى مادة دون قياس وذلك بمعرفة هذا المنحنى لأى مادة أخرى يسهل القياس عليها

شكل (١٦ - ٧) . إذ أن درجتى الحرارة  $T_1$  ,  $T_2$  التى تتساوى عندهما قيمة الحرارة

الذرية  $C_v$  لمادتين مختلفتين ترتبط



شكل (١٦ - ٧)

بدرجات ديبالي المميزة لهما  $\theta_1$  :  $\theta_2$  بالمعادلة

$$\frac{T_1}{\theta_1} = \frac{T_2}{\theta_2}$$

٣ - من أخطاء النظرية أنها تفترض وجود نوع واحد من اختزان الطاقة داخل المادة على شكل طاقة حركة تذبذبية للذرات المكونة لها ، ولكن تحدث حالات شاذة وانحراف عن صحة النظرية عند ادخال الطرق الأخرى الممكنة التي تختزن بواسطتها الطاقة مثل :

أ - يمكن أن يكون لجزيئات المادة درجة حرية دورانية .

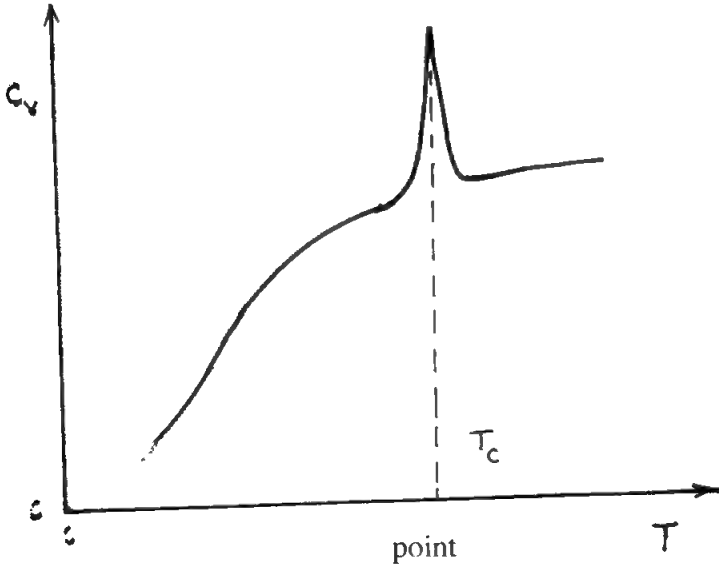
Rotational degree of freedom .

ب - يمكن للطاقة أن تختزن في حركة الإلكترونات .

ج - تتغير الطاقة عند حدوث تحول داخل المادة وتظهر حينئذ .

phase transformation .

ما يسمى بمنطقة  $\lambda$  (  $\lambda$  - point ) على منحنى  $C_v / T$  . شكل ( ١٦ - ٨ )



شكل ( ١٦ - ٨ )

ومثال آخر : في حالة بعض السبائك مثل  $\text{Cu}_3\text{Au}$  ،  $\text{Cu Au}$  والتي قد يحدث لذراتها ترتيب يعقبه عدم ترتيب order-disorder هنا أيضا يلزم مقدار من الطاقة لتحويل

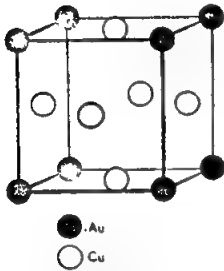
الشبيكة من الحالة المرتبة الى الحالة الغير مرتبة .

وشكل ( ١٦ - ٩ ) يبين ترتيب الذرات فى الشبيكتين فى الحالة المنتظمة ordered.

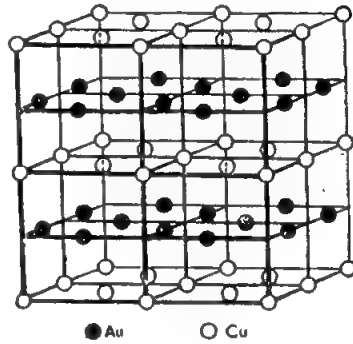
نفرض مثلا أن هناك طورين من أطوار المادة A & B حيث يكون A أكثر استقرارا

عند درجات الحرارة الأقل من  $T_c$  بينما يكون B مستقرا أعلى من  $T_c$

#### SUPERLATTICE STRUCTURES IN ALLOYS



[Courtesy The Institute of Metals]  
The Cu<sub>3</sub>Au structure



[Courtesy The Institute of Metals]  
-The CuAu superlattice structure

شكل ( ١٦ - ٩ )

لتوضيح ذلك نفرض بلورة حرارتها الذرية  $C_p$  سخنت تحت ضغط فارتفعت درجة

حرارتها بمقدار  $dT$  . من قوانين الديناميكا الحرارية

التغير في الطاقة الحرة  $dF$  Free energy

$$\begin{aligned} dF &= d(U - TS) \\ &= dU - TdS - SdT \\ &= pdV - SdT \end{aligned}$$

التغير في الحجم  $dV$  فى حالة الأجسام الصلبة يكون عادة صغيرا ولذلك يمكن إهمال

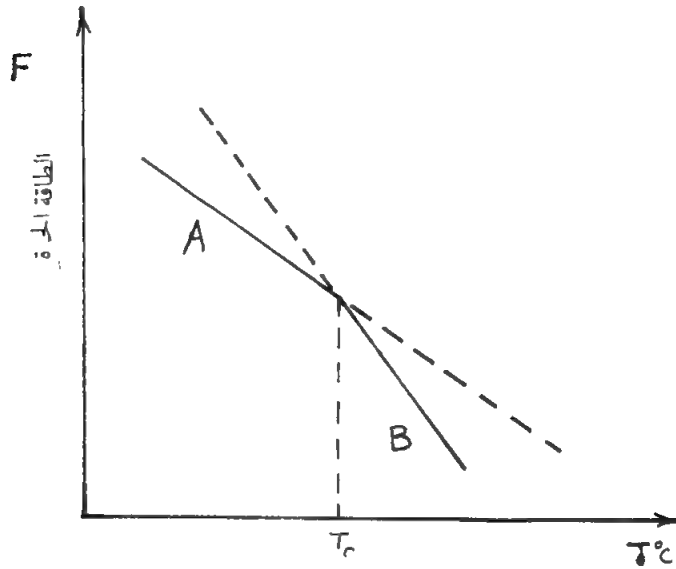
الحد  $pdV$

$$\therefore dF = -SdT$$

إذا كانت قيمة الطاقة الحرة عند درجة الصفر المطلق هي  $F_0$  والطاقة الداخلية هي

$E_0$  فإن تكامل المعادلة السابقة يعطى :

$$F = E_0 - \int_0^T \left( \int_0^T \frac{C dT}{T} \right) dT$$



شكل (١٦ - ١٠)

وقد عوضنا هنا بدلا من  $dS$  بالمقدار  $\frac{dQ}{T}$  أى  $\frac{cdT}{T}$  والمعادلة السابقة تبين حدوث نقص فى الطاقة الحرة عند رفع درجة الحرارة ويكون النقص كبيرا كلما زادت قيمة الحرارة الذرية  $C_p$  ، شكل (١٦ - ١٠) .

وتبعاً لقاعدة أقل طاقة حرة Minimum free energy condition « الوضع المستقر هو الذى يكون فيه الطاقة الحرة أقل ما يمكن » لذلك نجد أنه عندما ترتفع بدرجة الحرارة عن  $T_c$  يصبح طور المادة B هو الأكثر استقراراً فتتحول إليه جميع المادة من الطور A ويصاحب هذا التحول امتصاص كمية من الطاقة هى التى تظهر على منحنى  $T/C_p$  على شكل  $\lambda$  - point .

## امتزاز الشبكة وامتصاص البلورات للضوء

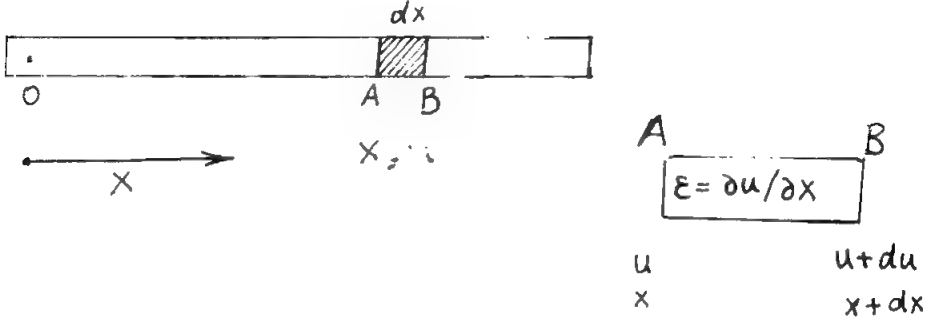
Lattice Vibrations and optical absorption of crystals .

قبل معالجة اهتزاز الشبكة نبدأ أولاً بدراسة :

## معادلة انتشار الأمواج في قضيب مرن :

اعتبر بلورة على شكل قضيب مرن متجانس ونفرض انتشار موجة في اتجاه طوله  
(نعتبر هنا فقط الحالة الخطية) شكل ( ١٦ - ١١ ) .

نفرض  $\rho$  هي الكثافة الطولية للقضيب ،  $G$  هي معامل الصلابة



شكل ( ١٦ - ١١ )

نفرض جزءا صغير  $dx$  من القضيب يبعد مسافة  $x$  من مركز الإحداثيات الواقع في

نقطة ما على القضيب ، وأن الإزاحة عن وضع الاتزان عند مرور الموجه الميكانيكية هي  $u$

نفرض إزاحة الطرف A هي  $u$  وإزاحة الطرف B هي  $u + du$  :

التغير في طول الجزء  $dx$  هو :  $du$

$$\epsilon = \frac{du}{dx} \quad \therefore \text{الانفعال الطولى الناشئ عن مرور الموجه هو :}$$

القوة المؤثرة والتي تسبب هذا الانفعال هي  $F = G \cdot \epsilon$  اعتبر الآن نقطتين على القضيب

البعد بينهما  $\Delta x$  فيكون الانفعال عند الأولى  $\epsilon(x)$  وعند الثانية  $\epsilon(x + \Delta x)$  وهذا

يساوى

$$\epsilon(x) + \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \Delta x$$

$\therefore$  القوة المؤثرة على  $\Delta x$  هي :



$$G \left[ \varepsilon(x + \Delta x) - \varepsilon(x) \right] = G \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \Delta x$$

$$= G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta x$$

∴ كتلة الجزء  $\Delta x$  تساوى  $\rho \Delta x$

وبوضع القوة = الكتلة  $\times$  العجلة تكون معادلة الحركة الموجية في القضيب هي :

$$G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \Delta x = \rho \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

حيث سرعة الأمواج  $C$  تعطى بالمعادلة  $C = \sqrt{G/\rho}$

حل المعادلة السابقة يكون على الصورة :

$$u = \eta e^{i(\omega t \pm kx)}$$

حيث  $\eta$  سعة الحركة ،

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = k \cdot c$$

وهو المتجه الموجى

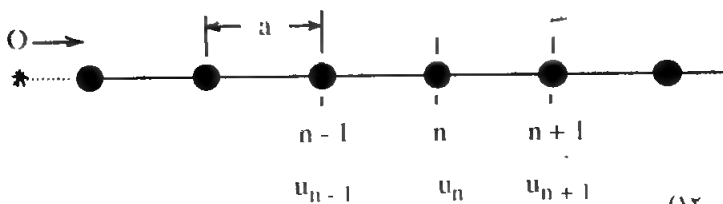
**الحركة الموجية على شبكة خطية أحادية الذرة** : mono atomic

اعتبر شبكة خطية مكونة من سلسلة من الذرات المسافة بين كل اثنتين متجاورتين هي

$a$  وأن كتلة كل ذرة هي  $M$  شكل ١٦ - ١٢ نأخذ نقطة ما على الشبكة كمركز إحداثيات

ونرقم الذرات ترقيماً متسلسلاً  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  ثم نعتبر حركة الذرات أثناء

انتشار الموجة .



شكل (١٦ - ١٢)

نفرض أن  $u_n$  هي : إزاحة الذرة ذات الرقم  $n$

$u_{n+1}$  هي : إزاحة الذرة  $n + 1$

$u_{n-1}$  هي : إزاحة الذرة  $n - 1$  عن وضع الاتزان

الزيادة في طول الرابطة Bond length بين الذرتين  $n + 1$  ،  $n$  هو :

$$(u_{n+1} - u_n)$$

وباعتبار تأثير الجيران القريبة فقط من الذرة  $n$  تكون القوة  $F_n$  المؤثرة عليها هي :

$$F_n = \beta \left[ (u_{n+1} - u_n) - (u_n - u_{n-1}) \right]$$

حيث  $\beta$  هو ثابت القوة أى القوة لوحدة الاستطالة .

وبمقارنة هذه الحالة بالحالة الماكروسكوبية لقضيب نجد أن :

**أولا :** الكثافة الطولية  $\rho = \frac{M}{a}$  حيث  $a$  المسافة بين الذرتين المتتاليتين . وقد حصلنا

على هذه العلاقة باعتبار طول  $a$  سم. من الشبكة فيه عدد  $\frac{1}{a}$  ذرات كتلة كل منها هي  $M$

فيكون كتلة وحدة الأطوال  $\rho$  هي :  $\frac{M}{a}$  .

**ثانيا :** القوة اللازمة لكى تستطيل الرابطة هي :

$$F = \beta (u_n - u_{n-1}) = \beta \cdot \epsilon \cdot a$$

وذلك باعتبار أن الانفعال  $\epsilon$  هو التغير النسبى فى طول الرابطة :

$$\epsilon = \frac{u_n - u_{n-1}}{a} = \frac{\Delta x}{a}$$

$$\therefore \frac{F}{\epsilon} = \beta \cdot a = G$$

**ثالثا :** تصبح معادلة الحركة هي :

$$M \ddot{u} = \beta (u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n)$$

حل المعادلة السابقة يكون على الصورة :

$$u_n = \zeta e^{i(\omega x + kna)}$$

وقد استبدلنا الإحداثى  $x$  للذرة  $n$  بالمقدار  $a \cdot n$  فى المعادلة الموجية فى القضيب المرن .

وبمفاضلة المعادلة السابقة مرتين بالنسبة للزمن وبالتعويض فى معادلة الحركة التفاضلية نحصل على :

$$\begin{aligned} \dot{u}_n &= i \omega u_n & \ddot{u}_n &= -\omega^2 u_n \\ \therefore -M \omega^2 u_n &= \beta \left[ u_n e^{ika} + u_n e^{-ika} - 2u_n \right] \end{aligned}$$

ويكون حل المعادلة صحيحا فقط عندما تكون المعادلة السابقة صحيحة أى عندما يكون :

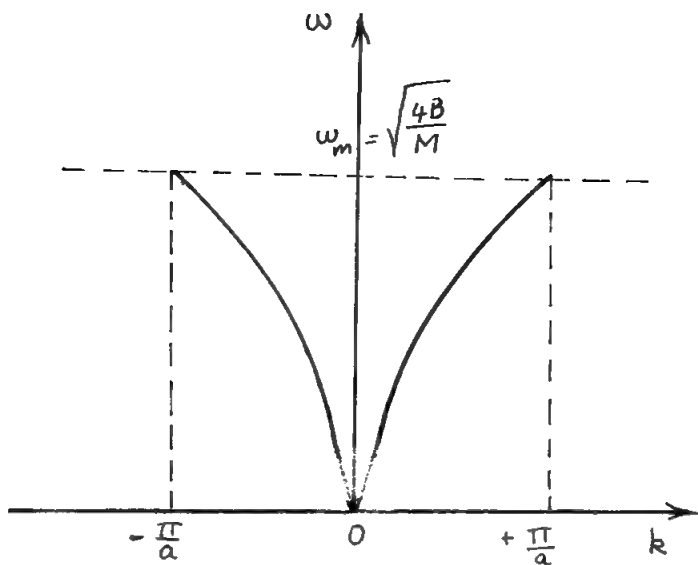
$$\begin{aligned} -\omega^2 M &= \beta (e^{ika} + e^{-ika} - 2) \\ &= \beta (\cos ka + i \sin ka + \cos ka - i \sin ka - 2) \\ &= \beta (2 \cos ka - 2) \\ &= 4 \beta \left( \frac{\cos ka - 1}{2} \right) \\ &= -4 \beta \sin^2 \frac{ka}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega^2 &= \frac{4 \pi}{M} \sin^2 \frac{ka}{2} \\ \therefore \omega &= \pm \left( \frac{4 \beta}{M} \right)^{1/2} \sin \frac{ka}{2} \end{aligned}$$

وتسمى هذه العلاقة Dispersion relation علاقة التشتت . وعند رسم بيانيا  $\omega$  بدلالة  $k$  نحصل على منحنى ذى فرعين أحدهما موجب والاخر سالبا كما فى شكل ١٦-١٣ . ويلاحظ أن هناك حدا أقصى للترددات الموجية التى يمكن لها أن تنتشر على هذه الشبكة وهذه نحصل عليها بوضع القيمة القصوى لـ  $\sin ka / 2$  وهى الواحد الصحيح

∴ معادلة أكبر تردد هى :

$$\omega_m = \left( \frac{4 \pi}{M} \right)^{1/2}$$



شكل ( ١٦ - ١٣ )

وهذه تناظر أكبر متجه موجي

$$k_m = \pm \frac{\pi}{a}$$

ونستنتج من ذلك ما يأتي :

**أولاً :** بالنسبة للأمواج ذات الأطوال الكبيرة ( k تكون صغيرة ) يمكن اعتبار الجيب مساوياً للزاوية أى أن :

$$\sin \frac{ka}{2} = \frac{ka}{2}$$

وتصبح السرعة الزاوية :

$$\omega = \left( \frac{\beta}{M} \right)^{1/2} \cdot ka$$

لكن  $\beta = G/a$  وكذلك  $\rho = M/a$   $\therefore$  بالتعويض

$$\omega^2 = \frac{G}{Ma} k^2 a^2 = \frac{G}{a^2 \rho} k^2 a^2$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \cdot k = c \cdot k$$

حيث c هي السرعة الموجية على قضيب مرن مكافئ .

**ثانيا : تعطى علاقة التشتيت نهاية قصوى للتردد عندما يكون**  $k_m = \frac{\pi}{a}$  **حيث**

يكون الجيب مساويا واحد

$$k_m = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} = \frac{\pi}{a} \quad \text{أى أن اقصر طول موجة هو :}$$

$$\therefore \lambda_{\min} = 2a$$

وواضح أن أطوال الموجات الأقل من هذا لا تستطيع الانتشار فى هذه الشبكة .

$$10^8 \text{ cm} \cong \frac{\pi}{a} = k_m \quad \text{وبالنسبة للمواد المعتادة يكون}$$

ولكن سرعة الصوت تساوى تقريبا  $3 \times 10^5$  سم / ثانية لذلك تكون قيمة أكبر تردد

هى :

$$f_{\max} = 3 \times 10^{12} \text{ c/s}$$

ويقع هذا التردد فى منطقة ترددات الأشعة تحت الحمراء ، ولكن هذه الموجات هى

موجات ميكانيكية وليست كهرومغناطيسية لذلك فمن الصعب جدا إثارة الشبكة لكى تهتز

بهذه الترددات المرتفعة ، لأن أكبر تردد للمهتز الميكانيكى هو  $10^9$  ذبذبة / ثانية ، وقد

أمكن الحصول عليه بواسطة بلورات من الكوارتز .

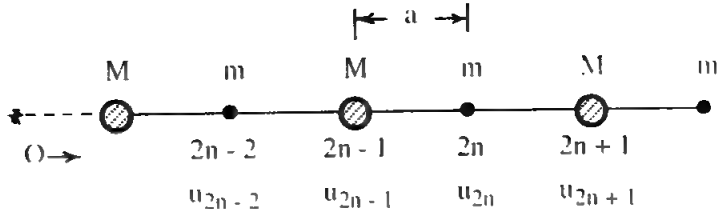
### ذبذبة الشبكة الخطية ثنائية الذرة

اعتبر شبكة خطية ثنائية الذرة diatomic linear lattice ( مثال ذلك بلورات

كلوريد الصوديوم NaCl ) نفرض أن كتلة نوعى الذرات المكونة للشبكة هى  $m$  ،  $M$  وأن

المسافات بين الذرات هى  $a$  نفرض مركز إحداثيات ثابت على الشبكة ونجرى ترقيم الذرات.

تكون الذرات من نوع  $m$  موجودة فى المواضع الزوجية مثلا :



شكل (١٤ - ١٦)

0, 2, 4, ..., 2n, (2n + 2), (2n + 4), ...

بينما الذرات من نوع M تكون في المواضع الفردية :

1, 3, 5, ..., (2n - 1), (2n - 3), ...

انظر شكل (١٤ - ١٦)

نعتبر فقط التأثير البيني بين أقرب جيران ونهمل غير ذلك .

معادلة الحركة الموجية للذرات ( أو الأيونات ) من نوع m هي :

$$m \frac{d^2 u_{2n}}{dt^2} = \beta (u_{2n+1} + u_{2n-1} - 2u_n)$$

وبالمثل بالنسبة للأيونات من النوع M معادلة الحركة هي :

$$M \frac{d^2 u_{2n+1}}{dt^2} = (u_{2n+2} + u_{2n} - 2u_{2n+1})$$

وحل المعادلتين السابقتين يكون على الصورة :

$$u_{2n} = \zeta e^{i(\omega t + 2nka)}$$

سعة الحركة للذرة m هي :  $\zeta$

$$u_{2n+1} = \eta e^{i(\omega t + (2n+1)ka)}$$

سعة الحركة للذرة M هي :  $\eta$

ولإيجاد شرط أن تكون الحلول السابقة صحيحة نفاضل الطرفين ونوجد

وبالتعويض في المعادلات التفاضلية للحركة نحصل  $\ddot{u}_{2n}, \ddot{u}_{2n+1}, \ddot{u}_{2n-1}, \ddot{u}_{2n+2}$

على المعادلتين التاليتين :

$$- \omega^2 m \zeta = \beta \eta (e^{ika} + e^{-ika}) - 2\beta \zeta$$

$$- \omega^2 M \eta = \beta \zeta (e^{ika} + e^{-ika}) - 2\beta \eta$$

يكون للمعادلتين السابقتين حولا حقيقية إذا تلاشى المحد من معاملات  $\zeta$  ،  $\eta$  أى أن:

$$(2\beta - \omega^2 m) \zeta - (2\beta \cos ka) \eta = 0$$

$$(-2\beta \cos ka) \zeta + (2\beta - M\omega^2) \eta = 0$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 2\beta - \omega^2 m & 2\beta \cos ka \\ -2\beta \cos ka & 2\beta - M\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

وبفك المحد نحصل على :

$$\omega^2 = \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \beta \left[ \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2 ka}{Mm} \right]^{1/2}$$

وتسمى المعادلة السابقة بعلاقة التشتيت dispersion relation وقبل رسم العلاقة بين

$\omega$  ،  $k$  نوجد أولا حالات الحدود عندما تكون  $k$  صغيرة جدا أو كبيرة .

**أولا :** عند قيم  $k$  الصغيرة جدا أى التى تؤول الى الصفر .

(أ) نعتبر الجزء الموجب من علاقة التشتيت ونضع قيمة دالة الجيب تساوى صفرا

فنحصل على :

$$\omega_0^2 = 2\beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)$$

(ب) عند اعتبار الجزء السالب فى العلاقة لا نضع الجيب مساويا للصفر حتى لا

نحصل على قيمة صفرية لـ  $\omega$  ولذلك نعتبر  $\sin ka = ka$  فنحصل على :

$$\omega_0^2 = \frac{2\beta}{M+m} \cdot k^2 a^2$$

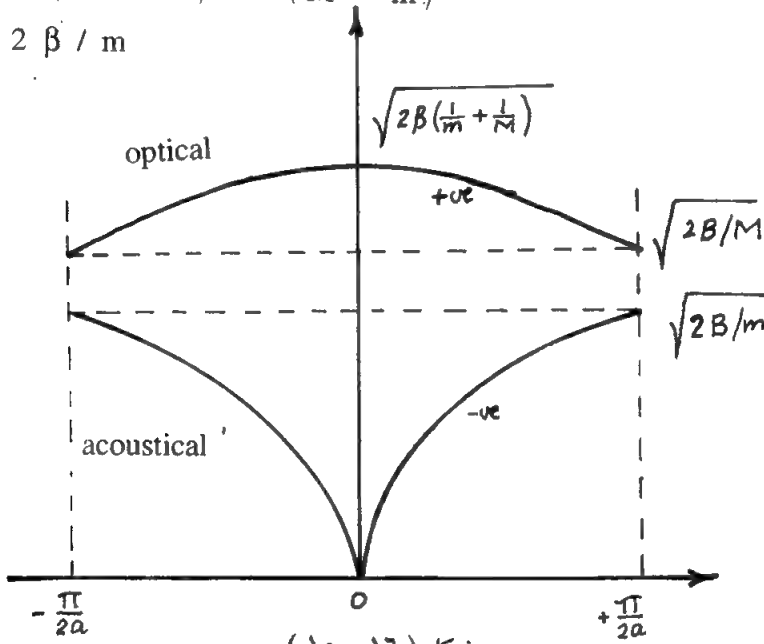
ثانيا : لقيم  $k$  الكبيرة (وأقصى قيمة لها هى  $k_m = \frac{\pi}{2a}$ )

أ - نعتبر الجزء الموجب من العلاقة ونضع قيمة الجيب مساوية للواحد الصحيح .

$$\begin{aligned}
 \therefore \omega_m^2 &= \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) + \beta \left[ \left( \frac{1}{m} \right)^2 + \left( \frac{1}{M} \right)^2 + \frac{2}{mM} - \frac{4}{mM} \right]^{1/2} \\
 &= \beta \left( \frac{1}{M} - \frac{1}{m} \right) + \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \\
 &= 2 \beta / M
 \end{aligned}$$

ب - وعند اعتبار الجزء السالب نحصل على :

$$\begin{aligned}
 \omega_m^2 &= \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) - \beta \left( \frac{1}{M} - \frac{1}{m} \right) \\
 &= 2 \beta / m
 \end{aligned}$$



شكل (١٥ - ١٦)

ويرسم العلاقة بين  $\omega$  &  $k$  نحصل على منحنى ذى فرعين شكل (١٥ - ١٦) يسميان

عادة :

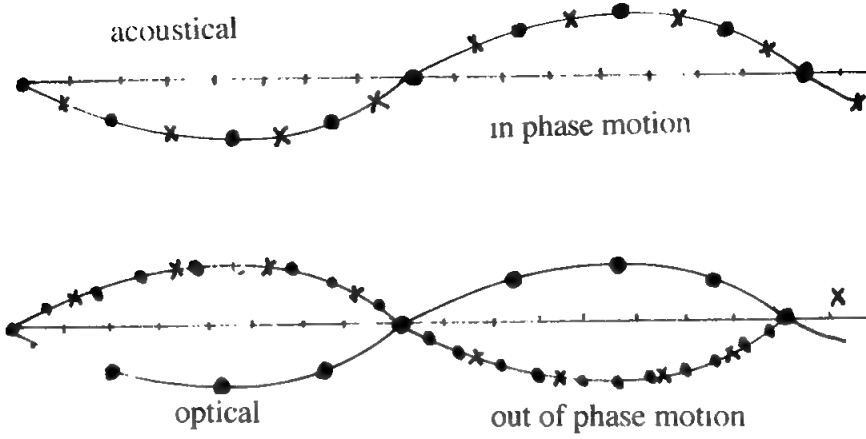
الفرع الصوتى : acoustical branch

والفرع الضوئى . optical branch

ويمكن لنا فهم طبيعة هذين الفرعين إذا اعتبرنا حركة الذرات المختلفة فى الشبكة .  
تتحرك الذرات فى الفرع الصوتى بنفس الطور أى أن الموجة تعتبر موجة طولية ،



ولهذا سميت صوتية وتكون حركة الذرات كلها فى طور واحد in phase شكل ( ١٦ - ١٦ ) .



شكل ( ١٦ - ١٦ )

أما بالنسبة للفرع الضوئى نجد أ الذرات تتحرك بحيث تكون عكسية فى الطور .  
anti-phase  
وهذا النوع من الأمواج مستعرض ويشبه الأمواج الكهرمغناطيسية ولذا سمي هذا  
الفرع بالضوئى .

ولإظهار تلك الحركات الذرية نوجد النسبة بين سعتي الحركة للذرتين  $M, m$   
أى نوجد النسبة بين  $(\zeta, \eta)$  من معادلتى المحدد .

$$\therefore \frac{\zeta}{\eta} = \frac{2 \beta \cos k a}{2 \beta - \omega^2 m}$$

وتختصر هذه المعادلة للقيم الصغيرة لـ  $k$  إلى :

$$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{2 \beta}{2 \beta - \omega^2 m}$$

وباعتبار الفرع الضوئى حيث :

$$\omega_0^2 = 2 \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)$$

وبالتعويض نحصل على :

$$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{2\beta}{2\beta - 2\beta m \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)}$$

$$= - \frac{M}{m}$$

الإشارة السالبة هنا تعنى فيزيائيا أى حركة الذرات M تكون فى عكس طور الذرات

anti-phase motion . m

وباعتبار الفرع الصوتى حيث  $\omega_0 \longrightarrow 0$  يكون :

$$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{2\beta}{2\beta - 0} = 1$$

وهذا يدل على أن حركة الذرات جميعها فى نفس الطور .

**امتصاص البلورات للأشعة تحت الحمراء I R absorption :**

أمكن التحقق عمليا من صحة النظرية البسيطة السابقة عن اهتزاز الشبكة ، وذلك

باعتبار تأثر شبكية خطية ثنائية الذرة عند تشعيها بأمواف كهرومغناطيسية فى منطقة

الأشعة تحت الحمراء ، شدتها :

$$E = E_0 e^{i\omega t}$$

التردد  $\omega$  لهذه الأشعة فى منطقة حول  $3 \times 10^{12}$  ذبذبة فى الثانية وطول موجتها

حوالى ١٠٠ ميكرون وهذا يعطى متجه موجى

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \cong 600 / \text{cm}$$

وهذه القيم لـ k صغيرة جدا عند مقارنتها بقيمة أكبر متجه موجى لاهتزاز الشبكة .

$$k_m = \frac{\pi}{2a} = 10^6 / \text{cm} \quad \text{تقريبا}$$

ولذلك عند تشيع الشبكة بأمواف تحت الحمراء نعتبر علاقة التشتيت عندما يؤول

متجه الموجه إلى الصفر . dispersion relation

يجب فى هذه الحالة تعديل معادلات الحركة للذرات وحلولها بحيث تتضمن حدا جديدا هو  $\pm e E_0$  يعبر عن القوة التى يؤثر بها المجال الكهرمغناطيسى للأشعة تحت الحمراء على أيونات الشبكة الموجبة والسالبة .

إذا كانت سعة شدة المجال الكهربى  $E_0$

Amplitude of the electric intensitty

وكانت الشحنات على الأيونات المتجاورة هى  $\pm e$  فإن القوة المؤثرة عليها هى  $\pm e E_0$

ويصبح حلا المعادلتين الموجيتين للأيونين  $M, m$  هما

$$-\omega^2 m \zeta = \beta \eta (e^{ika} + e^{-ika}) - 2\beta \zeta - e E_0$$

$$-\omega_0^2 M \eta = \beta \zeta (e^{ika} + e^{-ika}) - 2\beta \eta + e E_0$$

وعندما تكون  $k$  صغيرة تصبح المعادلتين

$$-\omega^2 m \zeta = 2\beta (-\zeta + \eta) - e E_0$$

$$-\omega^2 M \eta = 2\beta (\zeta - \eta) + e E_0$$

وبحل المعادلتين لإيجاد  $\eta, \zeta$  نجد أن :

$$\eta = \frac{e E_0 / M}{\omega_0^2 - \omega^2} ; \quad \zeta = \frac{-e E_0 / M}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

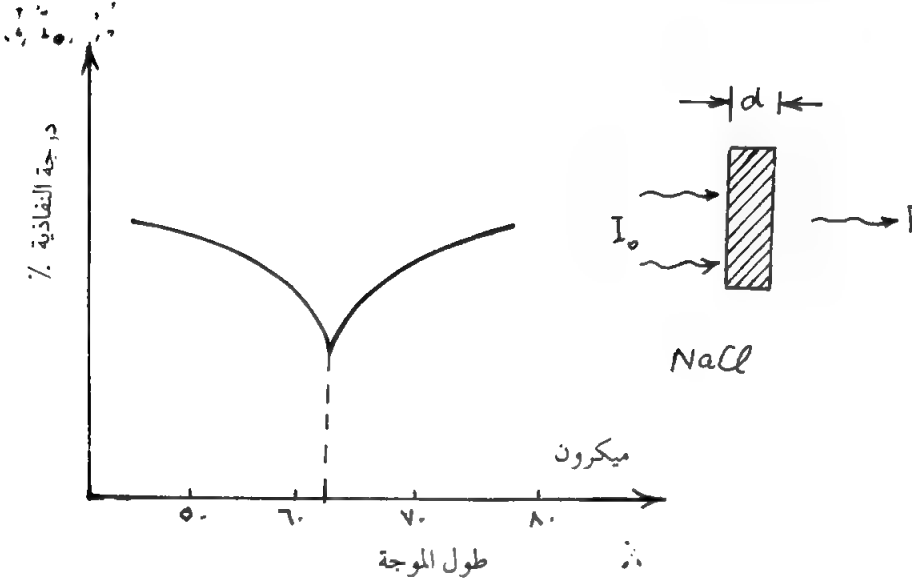
$$\omega_0^2 = 2\beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \quad \text{حيث}$$

وهى القيمة التى تناظر  $k = 0$  أى عند حدود الفرع الضوئى optical branch .

من المعادلتين السابقتين يتضح حدوث أكبر سعة حركة للذرات عندما تقترب  $\omega$  من  $\omega_0$  وتمتص طاقة الحركة اللازمة للذرات عندئذ من طاقة الأشعة الساقطة ، وكلما ازدادت سعة الحركة كلما ازدادت درجة الامتصاص الداخلى للطاقة المستخدمة فى إثارة ذبذبات الشبكة .

### تطبيق على شبكة كلوريد الصوديوم :

عند تشعيع بلورة من كلوريد الصوديوم بأمواج تحت الحمراء وجد حدوث أكبر امتصاص أى أقل نفاذية عندما كانت أطوال الموجات الساقطة 61.1 ميكرون . شكل (١٦-١٧) كما لوحظ أيضا حدوث أكبر انعكاس للأشعة على سطح البلورة وهو ما يسمى Selective reflection عند طول موجة قريب من هذا ( حوالى 52 ميكرون )



شكل (١٦-١٧)

ولكى نتمكن من مقارنة النظرية بالتجربة نعتبر معامل الصلابة  $C_{11}$  لبلورة كلوريد الصوديوم ويساوى  $5 \times 10^{11}$  دايـن / سم<sup>٢</sup> فى ( 3 - D )  
 ثابت القوة  $\rho$  للشبكة الخطية ( 1 - D ) يساوى  $G / a$  حيث  $a$  هو البعد بين الذرات المتجاورة  $G$  هو معامل الصلابة الخطى . باعتبار البلورات الحقيقية يمكن اعتبار أن هناك عدد  $\frac{1}{a^2}$  شبكة خطية فى كل وحدة مساحات ( انظر شكل ١٦ - ١٨ )  
 يكون ثابت القوة  $\beta_{3-D} = a \cdot C_{11}$



شكل (١٦ - ١٨)

$$\beta_{3-D} = \frac{C_{11}}{a} / \frac{1}{\alpha^2} = a \cdot C_{11}$$

$$C_{11} = 5 \times 10^{11} \text{ dyn / cm}^2$$

بوضع  $a = 3 \times 10^{-8} \text{ cm}$  لكلوريد الصوديوم يكون ثابت القوة

$$\beta = 1.5 \times 10^4 \text{ dyn / cm}$$

ومن النظرية السابقة

$$\omega_0^2 = 2 \beta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)$$

حيث  $m$  كتلة ذرة الصوديوم وتساوي 23 وحدة كتلة ذرية

$M$  كتلة ذرة الكلور وتساوي 35.5 وحدة كتلة ذرية وبمعرفه أن وحدة الكتلة الذرية

$$= 1.67 \times 10^{-24} \text{ جم تكون}$$

$$\omega_0^2 = 2 \times 1.5 \times 10^4 \times \left( \frac{1}{35.5} + \frac{1}{23} \right) \times \frac{1}{1.67 \times 10^{-24}}$$

$$\therefore \omega = 3.6 \times 10^{13} \text{ rad. / sec.}$$

لكن باعتبار التردد  $f_0$  تكون

$$\omega_0 = 2 \pi f_0$$

أيضا :

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/s}$$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{c}{\omega_0 / 2 \pi} = 50 \mu$$

أى أن طول الموجة الذى يحدث عنده أكبر سعة حركة للذرات ، وبالتالي أكبر امتصاص لطاقة الأشعة هو 50 ميكرون بينما القيمة المناظرة لذلك مقاسة فى المعمل هى 61.1 ميكرون وتعد هذه النتيجة العملية محققة للنظرية .

وعموما يكون لكل البلورات الأيونية التى يمكن تطبيق عليها نظرية الشبكة ثنائية الذرة ، يكون لها امتصاص مميز فى منطقة الأشعة تحت characteristic absorption الحمراء .

## مسائل علي الباب السادس عشر

١ - تمتص بلورة من كلوريد الصوديوم الأشعة تحت الحمراء امتصاصا شاذا عند طول الموجة  $50 \mu$  . احسب البعد الشبكي للبلورة ؟

الوزن الذري للكلور 35.5 وللصوديوم 23

معامل صلابة كلوريد الصوديوم  $5 \times 10^{11}$  داین / سم<sup>٢</sup> .

٢ - شبكية خطية أحادية الذرة بعدها الشبكي  $5 \text{ \AA}$  . إذا كانت سرعة انتشار الأمواج فيها  $3 \times 10^5 \text{ cm/s}$  . أوجد أكبر تردد لها ؟

٣ - يبين الجدول التالي السعة الحرارية الجزيئية C لشبكية من % 10 فانيديوم 90 % كروم بالقرب من درجة الصفر المطلق

T K	1.45	1.5	1.618	1.824	2.106	2.994	3.236	3.637	3.848	4.073	°K
C	7.57	7.94	9.67	9.67	11.2	16.5	18	20.6	22	23.6	cal/g mole K

ارسم العلاقة بين ( C / T ) بدلالة ( T<sup>2</sup> ) ، وأثبت أن القراءات تحقق العلاقة

$$C = \gamma T + \infty T^3$$

ثم أوجد الثوابت (  $\gamma, \infty$  ) وما يمكن استنتاجه منهما من ثوابت طبيعية .

٤ - أوجد قيمة تقريبية للتردد الذري في النحاس إذا علم أن معامل يونج لمرونة النحاس  $25 \text{ N.m}^2$  والوزن الذري له 63.5 .

٥ - اشرح مستعينا بمبادئ الديناميكا الحرارية لماذا تتحول المادة الصلبة من طور

إلى آخر عند رفع درجة الحرارة ؟ ثم عرف نقطة  $\lambda$  . point -  $\lambda$  ؟

٦ - احسب السعة الحرارية للغاز الإلكتروني في النحاس عند درجة حرارة الغرفة .

اعتبر الكترونا واحدا حرا في كل ذرة ، ثم قارن هذه القيمة بقيمة السعة الحرارية

$$\text{المقاسة عمليا } 2.4 \times 10^4 \text{ J (kg mole)}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

٧ - أوجد الحرارة الذرية لكل من الألومنيوم والنحاس عند درجة 1 K .

$$\theta (\text{Al}) = 398 ; \theta (\text{Cu}) = 315 \text{ درجة حرارة ديباي}$$

قارن هذه القيم بالحرارة الذرية الإلكترونية عند نفس الدرجة

$$E_F (\text{Al}) = 11.7 \text{ eV} ; E_F (\text{Cu}) = 7.1 \text{ eV} \text{ طاقة فيرمي}$$

٨ - اعتبر شبكة خطية من N ذرات . ماذا يكون التوزيع الطيفي للترددات باعتبار

تقريب ديباي ؟ افترض أن سرعة الصوت  $V_0$  وارسم هذا التوزيع بيانيا ؟

ماذا يكون أكبر تردد لانتشار الفوتونات على الشبكة ؟ أوجد الطاقة الداخلية للشبكة

U عند درجة الحرارة T ، ثم أثبت أن الحرارة الذرية لهذه الشبكة عند الدرجات المنخفضة

تتناسب طرديا مع درجة الحرارة المطلقة T . ؟





## الباب السابع عشر

### نظرية الانتشار فى الجوامد : Theory of diffusion in solids

ظاهرة الانتشار فى المواد الصلبة هى انتقال الذرات من نقط الشبكة التى كانت تشغلها أصلا ، إلى نقط مجاورة دون العودة إلى أوضاعها الأولى .

Diffusion is an irreversible flow of matter .

ويسمى الانتشار ذاتيا self diffusion فى حالة حركة ذرات المواد النقية ، التى لا تحتوى سوى نوع واحد من الذرات .

### وحدة عملية الانتشار : The unit diffusion process

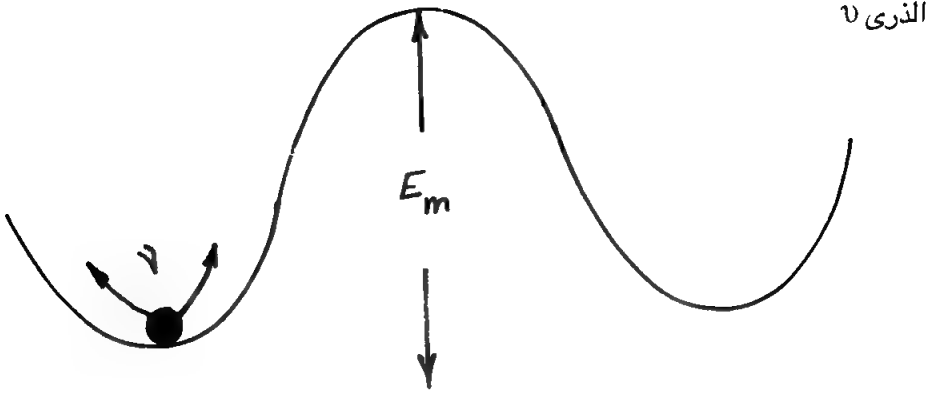
تتحرك ذرات المادة عند درجات الحرارة الأعلى من درجة الصفر المطلق حركة تذبذبية حول مواضع اتزانها ، ووحدة عملية الانتشار أو القفزة << jump >> تحدث كلما تغير الوضع المتوسط للذرة mean position ويحدث ذلك عندما تتحصل الذرة على طاقة كبيرة بدرجة كافية فتقفز فوق حاجز الطاقة ، لتنتقل إلى النقطة المجاورة فى الشبكة بفرض أنها خالية من الذرات ، شكل (١٧ - ١) .

وتكون عملية الانتشار عبارة عن محصلة جميع القفزات الذرية التى تتم داخل البلورة على مدى زمنى كبير بالنسبة للزمن المميز للذبذبات الحرارية characteristic time of thermal vibration .  
ويجب لذلك دراسة عملية الانتشار على أساس إحصائى .

### متوسط زمن القفزة : Average jump time

هو متوسط الزمن الذى يمضى بين قفرتين ذريتين ناجحتين ومتتاليتين فى الشبكة .  
ويتوقف هذا الزمن على عدة عوامل هى :

أ - عدد المرات التى تحاول فيها الذرة أن تقفز فوق حاجز الطاقة وتساوى التردد



شكل (١٧ - ١)

ب - احتمال أن تحصل الذرة من طاقة التهيج الحرارى  $kT$  خلال ذبذبة واحدة علي قدر من الطاقة ، يسمح لها بالقفز فوق حاجز الطاقة وارتفاعه  $E_m$  . يساوى هذا الاحتمال حسب القوانين الإحصائية لماكسويل .

$$\exp (- E_m / kT)$$

ج - احتمال آخر  $P$  يتوقف على أن يكون للذرة قدرا كافيا من الطاقة لكي تنتقل فعلا إلى نقطة شبكية مجاورة .

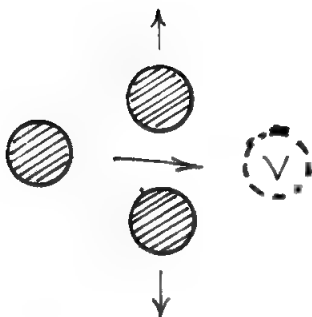
وهذا الاحتمال يتوقف على :

أ - عدد أقرب جيران coordination number وهى نقط الشبكية المجاورة التى يمكن للذرة أن تقفز إليها وكلما زاد عدد أقرب جيران ، كلما ازداد احتمال القفز ، وهذا يتوقف على نوع الشبكية .

ب - احتمال أن تكون أحد هذه النقط المجاورة خالية ، إذ ليس من المعقول أن تقفز الذرة من مكانها إلى المكان المجاور إذا لم يكن خاليا ، حتى ولو استوفت جميع الشروط الأخرى ، واحتمال أن تكون إحدى نقط الشبكية خالية vacant site يتوقف على تركيز الشواغر فى البلورة vacancy concentration ويتوقف هذا التركيز على درجة الحرارة المطلقة  $T K$  للبلورة تبعا للمعادلة :

$$C = \exp (- E_f / k t)$$

حيث  $E_f$  هي الطاقة اللازمة لتكوين الفراغة (الشاغرة) الواحدة .



ج - احتمال أن تكون الثغرة بين الذرات التي

سيتم القفز خلالها كبيرة بقدر كاف ، لتسمح

بمرور الذرة المنتشرة شكل (١٧ - ٢) ، في

اللحظة التي تكون طاقتها أكبر من  $E_m$  ، و

تكون متجهة الى نقطة الشبكة المجاورة الخالية ،

وهذا الاحتمال يتوقف على انتروپيا التنشيط

$\Delta S$  entropy of activation للذرة ويساوى

تقريبا

شكل (١٧ - ٢)

$$\exp (\Delta s / k)$$

مما سبق يكون احتمال القفزة ويساوى مقلوب متوسط زمن القفزة

$$\left( \frac{1}{\tau} \right) \text{ هو :}$$

$$\frac{1}{\tau} = P v e^{(-E_m / k T)}$$

Mechanism of atomic diffusion .

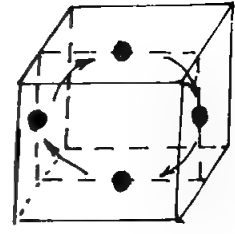
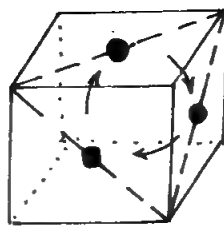
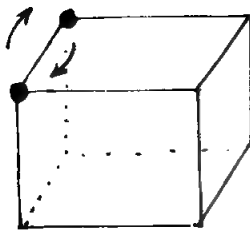
## طرق الانتشار الذري

تحدث عادة وحدة الانتشار unit diffusion act بإحدى الطرق الآتية :

١ - الانتشار التبادلي Interchange diffusion :

يمكن لأي ذرتين متجاورتين أن يتبادلا الأماكن ، ويمكن أيضا أن يتم تبادل المواضع

بين ثلاث ذرات أو أربع على شكل تبادل حلقى كما في شكل (١٧ - ٣) .



(111)

(100)

شكل (١٧ - ٣)

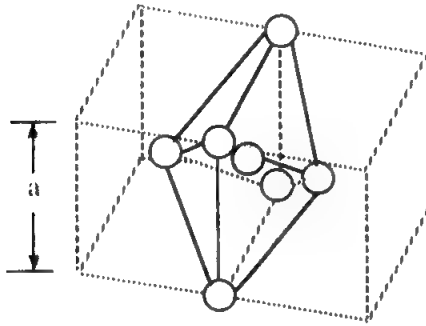
## ٢ - الانتشار التخللي :

توجد دائما بين الذرات فى أى شبكية بعض الفراغات قد تسمح بتسكين ذرات صغيرة

الحجم ، تكون مواضعها بين نقط الشبكية ، فمثلا : فى شبكية متمركزة الوجه التكعيبي

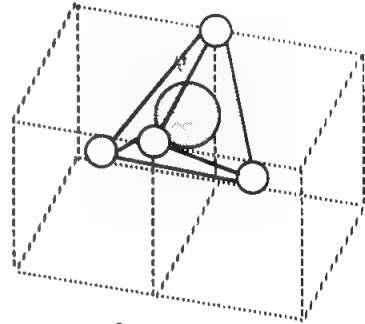
b. c. c. توجد هذه الفراغات بين الذرات كما فى شكل (١٧ - ٤) فى المواضع :

$$I_0 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0 \right) \quad \& \quad I_1 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right)$$



$I_1$

$$r = 0.154 a$$



$I_0$

شكل (١٧ - ٤)

يحدث الانتشار التخللي عندما يكون الحجم الذرى للذرات المنتشرة صغيرا بالنسبة

لحجم ذرات المادة المضيفة ، فمثلا فى حالة انتشار الكربون فى بلورة حديد يتم الانتشار

بهذه الطريقة إذ أن حجم ذرة الكربون هى فقط ٠.٦ من حجم ذرة الحديد، وهذا يسهل

عملية الانتشار التخللي .

### ٣ - الانتشار بواسطة الشواغر : Vacancy diffusion

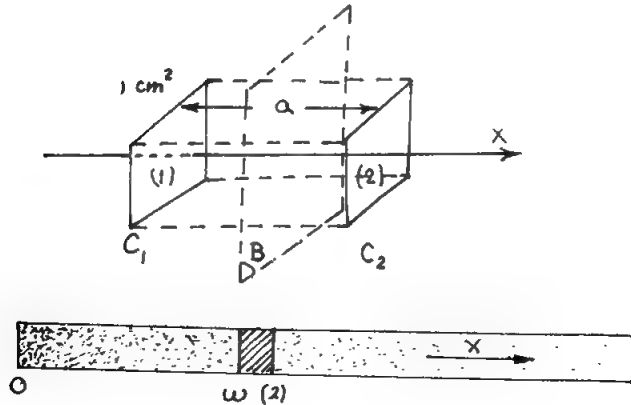
توجد الشواغر ( وهى نقطة الشبيكة الغير مشغولة بذرات ) عند أى درجة حرارة أعلى من الصفر المطلق ، ويتم الانتشار هنا بالانتقال المباشر للذرة من مكانها لتشغل المكان الخالى .

تتوقف طريقة الانتشار فى أى مادة على التركيب البلورى لها ، وكذلك على نوع الذرات المكونة لها ، فمثلا : فى حالة المواد النقية يتم الانتشار الذاتى عادة بواسطة الشواغر ، أما فى حالة المحاليل الصلبة solid solutions المكونة من ذرتين A , B ، فيتوقف نوع الانتشار على طبيعة المحلول ، فإذا كان من نوع المحاليل الصلبة التبادلية substitutional solution تكون حجوم الذرات A , B متقاربة ، كما هو الحال فى النحاس الأصفر Cu Zn ، ولذلك يسهل الانتشار التبادلى ، وفى حالة الذرات صغيرة الحجم يمكن أن يكون الانتشار تخليا interstitial .

### قوانين الانتشار لفيك : Ficks diffusion laws

#### القانون الأول :

اعتبر قضيباً من شبيكة يتغير فيه بانتظام تركيز نوع معين من الذرات A مثلاً فى اتجاه طوله ، ومساحة مقطعة الوحدة ، شكل ( ١٧ - ٥ )



شكل ( ١٧ - ٥ )

نفرض مستويين (١) ، (٢) عموديين على اتجاه الانتشار يكون تركيز الذرات من نوع

A عندهما  $(C_1 > C_2)$  ، ونفرض مستوى B يقع في منتصف المسافة بينهما .

عدد ذرات النوع A فى المستوى (١)  $n_1(A)$

وعدد الذرات من نفس النوع فى المستوى (٢)  $n_2(A)$

فى أثناء الانتشار تقفز الذرات من النوع A عابرة المستوى المتوسط B من كل من

الجهتين .

ليكن  $P_{12}$  ،  $P_{21}$  هما الاحتمالان لوحدة الزمن لكى تقفز ذرة A المستوى (١) إلى

المستوى (٢) وبالعكس . عدد مرات القفز The frequency of jumps من المستوى (١)

إلى المستوى (٢) خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن  $P_{12} \cdot n_1(A)$

أيضا تردد القفزات من (٢) إلى (١)  $P_{21} \cdot n_2(A)$

إذا كان F هو التدفق الفعلى net flow لكل سم<sup>٢</sup> فى الثانية

$$\therefore F = P_{12} \cdot n_1 - P_{21} \cdot n_2$$

وتتوقف قيم  $P_{21}$  ،  $P_{12}$  عادة على تركيز الذرات على جانبي المستوى الذى يتم

التدفق خلاله ، فإذا اعتبرنا التدفق فى نقطة ما داخل البلورة يمكن اعتبار أن

$P_{12} = P_{21} = P$  أى أن احتمال القفزة واحد فى أى الاتجاهين ، ويكون التدفق فى

الاتجاه السيني هو :

$$\therefore F_x = P (n_1 - n_2)$$

إذا كانت a هى المسافة بين المستويين (١) ، (٢) وأن التغير فى التركيز بينهما هو

$dC = n_1 - n_2$  يكون ميل التركيز هو : dC / dx concentration gradient

وبتعريف C بأنها تركيز الذرات من نوع A فى وحدة الحجم ، يكون التدفق للحجم

a x 1 سم<sup>٢</sup> هو :

$$\therefore F = - P (n_1 - n_2) \cdot a \times 1$$

وقد وضعنا إشارة سالبة ؛ لأن التركيز يتغير بالنقصان فى اتجاه تزايد x

$$\therefore F = - P a^2 \frac{dC}{dx} = - D \frac{dC}{dx}$$

ويسمى  $F$  بتيار الانتشار كما يطلق على  $P a^2$  معامل الانتشار ويعطى الرمز  $D$  ووحداته سم<sup>٢</sup> / ثانية .

وهذا هو قانون فيك الأول للانتشار ، ويوضع عادة على صورة متجهات :

$$\vec{F} = - \vec{D} \text{ grad } C$$

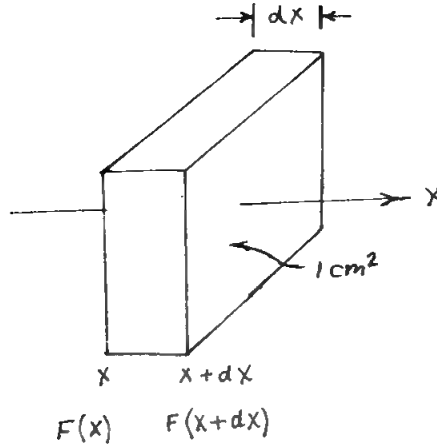
وفى حالة المواد التى ليس لها خواص اتجاهية Isotropic يكون معامل الانتشار  $D$  يتوقف على اتجاه ميل التركيز ويساوى مربع مسافة الانتشار  $x$  مقسوما على زمن الانتشار  $D = x^2 / t$  ولكن بالنسبة للمواد التى تظهر تغيرا فى خواصها فى الاتجاهات المختلفة anisotropic ، نجد أن معامل الانتشار يأخذ قيما مختلفة فى الاتجاهات المختلفة tensor quantity ويتوقف  $D$  على درجة الحرارة تبعا للعلاقة  $D = D_0 e^{-E/kT}$  حيث  $E$  طاقة التنشيط للانتشار ،  $k$  ثابت بولتزمان .

### قانون الانتشار الثانى لفيك Fick's second diffusion law :

يطبق القانون الأول فقط فى حالة الانتشار ، عندما يكون هناك ميل تركيزى ثابت أثناء الانتشار ، أى حالة التدفق المنتظم steady state flow ، ولكن عند حدوث الانتشار فى الحقيقة تتغير مع الزمن قيمة التركيز عند أى نقطة داخل المادة .

ويعالج القانون الثانى موضوع إدخال الزمن كمتغير فى معادلة الانتشار . نعتبر منشورا مساحة الوجه فيه  $\Delta x$  وسمكه  $dx$  ثم نعتبر الانتشار فى الاتجاه السينى فقط إلى داخل المنشور الواقع بين النقطتين  $x$  ،  $x + dx$  شكل (١٧ - ٦) يكون تيار التدفق الفعلى هو الفرق بين تيارى التدفق من الجهتين أى أن :





شكل (١٧ - ٦)

$$(F)_x - (F)_{x+dx} = D \left[ \left( \frac{dC}{dx} \right)_{x+dx} - \left( \frac{dC}{dx} \right)_x \right]$$

$$= D \frac{d^2C}{dx^2} dx + \dots$$

بقسمة طرفي المعادلة على حجم المنشور وهو  $dx \times 1$  تكون كمية المادة المنتشرة

في وحدة الحجم عند النقطة  $x$  في لحظة ما هي :

$$\frac{dC}{dt} = D \frac{d^2C}{dx^2}$$

عندما يكون الانتشار في جميع الاتجاهات داخل المادة ، تضاف حدود تمثل الانتشار

في الاتجاهين  $y, z$

$$\therefore \frac{dC}{dt} = D \left[ \frac{d^2C}{dx^2} + \frac{d^2C}{dy^2} + \frac{d^2C}{dz^2} \right]$$

$$= D \nabla^2 C$$

حيث  $\nabla^2$  هو معامل تشغيل لابلاس Laplace's operator ويلاحظ هنا أن كمية

المادة الكلية التي تنتشر تظل دون تغيير مع الزمن The diffusing material is always conserved .

فإذا كان التركيز عند النقطة  $x, y, z$  داخل البلورة هو  $C(x, y, z)$  فإن كمية المادة

المنتشرة داخل حجم صغير  $dx dy dz$  في هذا المكان هو  $C dx dy dz$  ويعطى تكامل هذا المقدار الكمية الكلية للمادة المنتشرة .

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C \, dx \, dy \, dz = S$$

أى أن

حيث  $S$  هو مقدار ثابت عبارة عن كمية المادة المنتشرة .

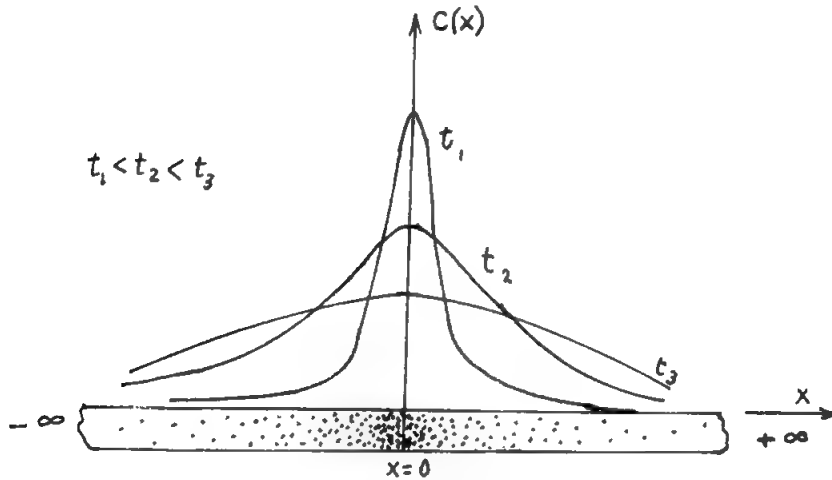
**حل معادلة الانتشار فى بعد واحد :**

1 - D solution of the diffusion equation .

نفرض أننا أدخلنا فى مادة نقية على شكل قضيب كمية من مادة منتشرة ونفرض

أنها وضعت على مقطع القضيب ، شكل (١٧ - ٧) عند نقطة  $x = 0$  أى عند مركز

الإحداثيات فى اللحظة  $t = 0$  وأن القضيب يمتد فى الاتجاه السيني من  $-\infty$  إلى  $+\infty$



شكل (١٧ - ٧)

عند  $t = 0$  (بدء الزمن) يكون التركيز للذرات المنتشرة صفريا فى كل مكان داخل

القضيب ماعدا عند  $x = 0$  ، حيث يكون التركيز  $C$  لا نهائيا .

وبما أن كمية المادة المنتشرة محدودة داخل القضيب

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} C \, dx = S \quad \dots\dots\dots (1)$$

وتظل قيمة هذا التكامل محدودة دائما حتى عند الزمن  $t = 0$  معادلة الانتشار هى:

$$\frac{dC}{dt} = D \frac{d^2C}{dx^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

وجد بالتجربة في معظم حالات الانتشار التي درست أن المتغيرات  $t$  ,  $x$  تدخل دائما في العلاقة المستنتجة على شكل دالة أسية من النوع

$$\exp \left( - \frac{\lambda x^2}{t} \right)$$

حيث  $\lambda$  مقدار ثابت وعلى هذا الأساس يكون الحل المقترح للمعادلة التفاضلية trial solution هو

$$C = f(x) \cdot h(t) \cdot \exp \left( - \lambda \frac{x^2}{t} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ويقضى الحل أن يكون التركيز  $C$  دائما محدودا في كل مكان ، وكذلك عند  $x = 0$  إلا عند ابتداء الزمن  $t = 0$

إذا كان الحل المقترح صحيحه فإنه يجب أن يحقق المعادلة التفاضلية

$$\left( \frac{d^2C}{dx^2} \right)_t \quad \text{وكذلك} \quad \left( \frac{dC}{dt} \right)_x$$

لذلك بالتفاضل والتعويض نوجد

$$\begin{aligned} \left( \frac{dC}{dt} \right)_x &= f(x) \left[ h(t) e^{-\lambda x^2/t} \frac{\lambda x^2}{t^2} + e^{-\lambda x^2/t} \cdot h^1(t) \right] \\ &= f(x) h(t) e^{-\lambda x^2/t} \left( \frac{\lambda x^2}{t^2} + \frac{h^1(t)}{h(t)} \right) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\left( \frac{dC}{dt} \right)_t = h(t) \left[ f(x) e^{-\lambda x^2/t} - \frac{2\lambda x}{t} e^{-\lambda x^2/t} \cdot f^1(x) \right]$$

نفرض هنا  $f(x)$  مقدار ثابت محدود تكون المشتقة  $f^1(x)$  تساوى صفرا فيحذف الحد الثانى من المعادلة السابقة ثم نفاضل مرة ثانية بالنسبة إلى  $x$  ( $f^1(x) \neq \infty$  ,  $f(x) \neq 0$ )

$$\left( \frac{d^2 C}{dt^2} \right)_t = h(t) \left( f(x) \cdot -\frac{2\lambda}{t} (e^{-\lambda x^2/t} + x e^{-\lambda x^2/t} - \frac{2\lambda x}{t}) \right)$$

$$= h(t) f(x) e^{-\lambda x^2/t} \cdot \frac{2\lambda}{t} \left( 1 - \frac{2\lambda x^2}{t} \right)$$

$$\therefore D \left( \frac{d^2 C}{dx^2} \right)_t = -D h(t) f(x) e^{-\lambda x^2/t} \cdot \frac{2\lambda}{t} \left( 1 - \frac{2\lambda x^2}{t} \right) \quad \dots (5)$$

المعادلتان (٤) ، (٥) يجب أن تكونا متطابقتين إذا كان الحل المقترح صحيحا ، وشرط ذلك هو أن تتحقق المعادلة :

$$-D \frac{2\lambda}{t} \left( 1 - \frac{2\lambda x}{t} \right) = \frac{\lambda x^2}{t^2} + \frac{h'(t)}{h(t)} \quad \dots (6)$$

تتحقق هذه المعادلة فقط إذا كان :

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$\lambda = \frac{1}{4D}$$

$$<< h'(t) = -\frac{1}{2t^{3/2}} >> \dots \dots \dots \text{الطرف الأيمن من المعادلة يصبح باستخدام}$$

$$\frac{\lambda x^2}{t^2} - \frac{t^{1/2}}{2t^{3/2}} = \frac{\lambda x^2}{t^2} - \frac{1}{2t}$$

والطرف الأيسر يصبح :

$$-\frac{1}{4\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{t} + \frac{1}{4\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{t} \cdot \frac{2\lambda x^2}{t}$$

$$= \frac{\lambda x^2}{t^2} - \frac{1}{2t}$$

أي أن المعادلة (6) تكون صحيحة تحت الشروط الآتية :

$$f(x) = \text{constant} \neq 0$$

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$\lambda = \frac{1}{4D}$$

ويكون حل معادلة الانتشار التفاضلية هو :

$$C = \frac{\infty}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad \dots\dots (7)$$

هذه المعادلة متماثلة على جانبي  $x = 0$  ويمكن تعيين قيمة الثابت  $\infty$  باستخدام

المعادلة (١)

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} C \, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\infty}{\sqrt{t}} e^{-x^2/t} \, dx$$

وبوضع  $\zeta^2 = \frac{x^2}{4Dt}$  وبمعرفة أن التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx = \sqrt{\pi}$$

نحصل على :

$$d\zeta = \frac{dx}{(4Dt)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\infty}{\sqrt{t}} e^{-\zeta^2} d\zeta \cdot \sqrt{4Dt} = S$$

$$\therefore S = 2 \infty \sqrt{D} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\zeta^2} d\zeta = 2 \infty \sqrt{\pi D}$$

$$\therefore \infty = \frac{S}{2\sqrt{\pi D}}$$

ويكون الحل الكامل لمعادلة الانتشار في بعد واحد هو :

$$C = \frac{S}{2\sqrt{\pi Dt}} \exp - \frac{x^2}{4Dt}$$

عند رسم العلاقة البيانية بين التركيز  $C$  والمساف  $x$  بعد أزمنة مختلفة  $t$  ، من واقع الحل السابق ، نجد منحنيات تتطابق إلى حد كبير مع تلك التى نحصل عليها بالتجربة ، مما يحقق صحة الفروض والنتائج الرياضية السابقة .

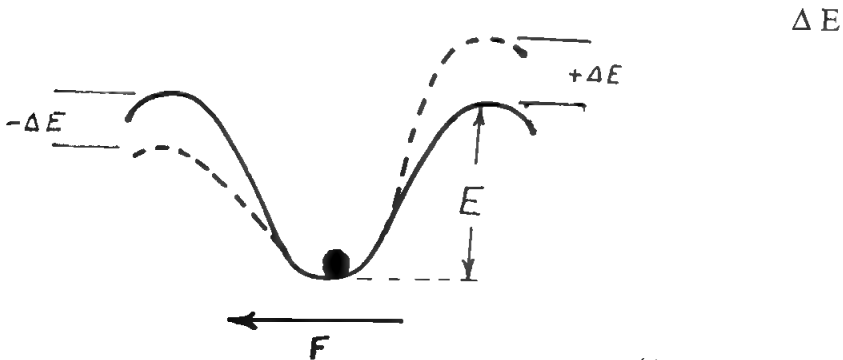
### الحيود عن قوانين فيك :

لا يصح تطبيق قوانين الانتشار لفيك فى بعض الحالات الآتية :

١ - عند انتشار ذرات الكربون فى فلز يحدث أن تتحد كيميائيا ذرات الكربون مع ذرات الفلز محدثة كربيدات .  
ومن البديهي أن ذرات الكربون التالية سيكون انتشارها فى كربيد الفلز وليس فى الفلز النقي .

٢ - عندما تكون الجزيئات المنتشرة لها شحنات أى أنها عبارة عن أيونات ، فإن وجود أى مجال قوة كهربائى وقت حدوث الانتشار يعوق أو يسارع من عملية الانتشار حسب نوع شحنة الجزيء  $\langle\langle \text{polarity} \rangle\rangle$

نفرض مجال قوة  $F$  يؤثر على المادة أثناء عملية الانتشار ، وأن اتجاه القوة  $F$  فى اتجاه الانتشار شكل (١٧-٨) . يتوفر لكل أيون منتشر فى اتجاه القوة كمية من الطاقة  $\Delta E = 1/2 Fa$  حيث  $a$  هى المسافة التى يقطعها الأيون فى وحدة عملية الانتشار unit diffusion distance . يسبب ذلك نقصا ظاهريا فى ارتفاع حاجز الطاقة فى اتجاه الانتشار بمقدار  $\Delta E$  ، بينما يزداد ارتفاع هذا الحاجز فى الاتجاه المضاد بنفس المقدار  $\Delta E$



شكل (١٧-٨)

إذا كانت  $E$  هي طاقة تنشيط الانتشار أى ارتفاع حاجز الطاقة activation energy for diffusion ، وإذا كان  $v$  هو التردد الذرى ، يكون درجة احتمال الانتشار للأمام

Probability of diffusion in forward direction

$$= v \exp - (E - \Delta E) / kT$$

واحتمال الانتشار فى الاتجاه العكسى .

$$= v \exp - (E + \Delta E) / kT$$

وبكون الانتشار الفعلى فى الاتجاه الأمامى .

$$= v \exp - E/kT \left[ e^{\Delta E/kT} - e^{-\Delta E/kT} \right]$$

$$= v \exp - E/kT \cdot 2 \sinh \frac{\Delta E}{kT}$$

لكن إذا كانت  $\Delta E$  صغيرة ، أى إذا كانت  $F$  صغيرة يكون  $\sinh \theta = \theta$

$$\Delta E = 1/2 F a \text{ فتصبح}$$

يصبح معدل الانتشار مساويا :

$$= v e^{-E/kT} \cdot 2 \times 1/2 F a / kT$$

$$= v \cdot e^{-E/kT} \frac{F a}{kT}$$

فى حالة إذا كان المؤثر هو مجال كهربائى  $E$  تكون القوة المؤثرة على الأيون هى :

$$F = e E$$

٢ - عندما تنتشر أيونات ثنائية الشحنة فى بلورات أحادية التأين مثلا انتشار أيونات

$\text{Li}^+$  الرصاص أو الكاديوم  $\text{Cd}^{2+}$  فى بلورات  $\text{AgBr}$  لا يمكن أن يحل أيون ثنائى

محل أيون احيدى الشحنة إلا إذا صاحب ذلك خلق فراغ مشحون ، vacancy حتى تحتفظ البورة بتعادلها الكهربى الداخلى .

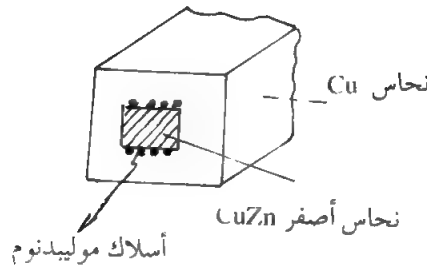
وبذلك يكون انتشار الأيونات الثنائية فى البلورات أحادية التأين مصحوبا بانتشار

الفراغات أيضا  $(\text{Cd}^{2+} + \text{hole})$  ولذلك لا يصح تطبيق قانون فيك فى هذه الحالة .

## أثر كيركندال Kirkendall effect :

أجرى كيركندال تجربة توضح الفرق بين الانتشار بواسطة التبادل والانتشار بالفراغات أو الذرات البينية .

نفرض أن الشبكة تتكون من إطار من الخلايا تنتقل وتقفز الذرات بداخله ، عند عملية الانتشار .



شكل (٩ - ١٧)

لا يحدث أى تغير فى توزيع الذرات بالنسبة للإطار الشبكي عند حدوث انتشار تبادلى ، ولكن لا يكون الأمر كذلك فى حالة الانتشار الفراغى أو بالذرات البينية حيث تزداد بعض الذرات بالنسبة للإطار الشبكي ، كأن يكون هناك مثلاً تيار من الفراغات من جانب إلى آخر عند وجود ميل لهذه الفراغات داخلياً على انخلاع حدى مثلاً ، أو على سطح حر بالبلورة . وضع كيركندال فى تجربته أسلاك من الموليبدنوم عند السطح الفاصل بين شبكة من النحاس والزنك ، ( النحاس الأصفر ) ونحاس نقي ، وقد اختير الموليبدنوم بسبب انعدام انتشار ذراته تقريباً ، وبذلك يمكن اعتبار مواضع أسلاك الموليبدنوم كعلامات ثابتة فى المادة ، تؤخذ حركة الذرات فيها نسبة إليها ( انظر شكل (٩ - ١٧) ) .

عند التسخين لدرجات حرارة مرتفعة تسمح بانتشار الذرات ، وجد أن العلامات تنحرف إلى الداخل من جميع الجهات ، مما يدل على أن ذرات الزنك تتحرك إلى الخارج جهة النحاس النقي أسرع من ذرات النحاس فى نفس الاتجاه ، فإذا كان الانتشار يتم بطريقة



التبادل المباشر للذرات ، فإن معاملات الانتشار لكل من النحاس والزنك تتساوى ، ولكن هذا لا يحدث ولذلك فمن المعقول أن يكون الانتشار بواسطة الفراغات إذ أن تبادل ذرة الزنك موضعها مع الفراغة يكون أسهل من تبادل ذرة النحاس مع الفراغة، ولذلك يكون انتشار الزنك إلى الخارج أسرع من انتشار النحاس فينتج عن ذلك نقص في عدد ذرات الزنك في سبيكة النحاس الأصفر فتتكمش ، ولذلك تقترب أسلاك الموليبدنوم من بعضها كما أثبتت التجربة العملية ، ويلاحظ هنا أن مصادر الفراغات - وكذلك أماكن تلاشيها - يكون بداخل المادة عند الانخلاعات الحدية والسطوح الحبيبية أو الحرة داخل البلورة .

## مسائل علي الباب السابع عشر

١ - أوجد معامل انتشار الألومينيوم في السيليكرن عند درجة  $1300^{\circ}\text{C}$  علما بأن طاقة التنشيط للانتشار  $73 \text{ Kcal / mole}$  .

٢ - إذا كان معامل انتشار الليثيوم في الجرامانيوم عند درجة  $500^{\circ}\text{C}$  هو  $10^{-6} \text{ cm}^2 / \text{sec}$  أوجد مسافة الانتشار في زمن ساعة .

٣ - أثبت أنه في حالة الانتشار في بعد واحد مع التغير المستمر في ميل التركيز يكون تركيز المادة المنتشرة عند البعد  $x$  وبعد الزمن  $t$  هو

$$C(x,t) = \frac{\infty}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

حيث  $D$  معامل الانتشار .

وأوجد قيمة الثابت  $\infty$  بدلالة الكمية الكلية للمادة المنتشرة .

٤ - أوجد حل معادلة فيك الثانية للانتشار في بعدين .



## الباب الثامن عشر

### الخواص المرنة واللا مرنة للجوامد المتبلورة

#### Elastic and Anelastic Properties of solids

##### أولا : الخواص المرنة :

تقع أهمية معرفة معاملات المرونة للجوامد المتبلورة فى أنها تعطى الكثير من الضوء على قوى الترابط بين الذرات ، ولدراسة هذه المعاملات نبدأ أولا بتعريف للإجهاد وللإنفعال فى حالاتها العامة .

##### الانفعال :

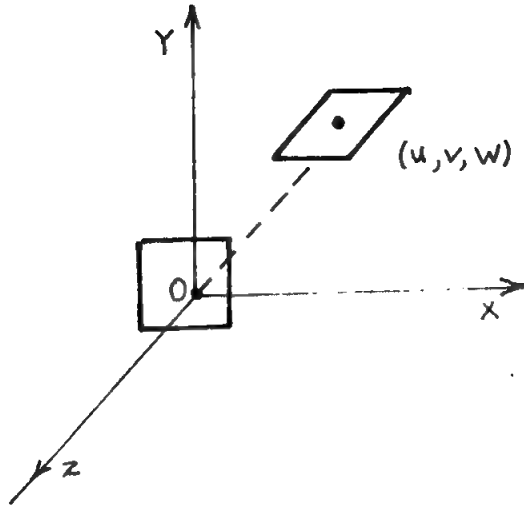
لتعريف مركبات الانفعال نعرف أولا متجه الإزاحة Displacement vector فإذا فرضنا عنصرا صغيرا داخل جسم ، شكل ( ١٨ - ١ ) وكانت إحداثياته قبل التأثير على الجسم بقوى خارجية هى (  $x, y, z$  ) ، وأصبحت بعد ذلك (  $x + U, y + V, z + W$  ) فإن المتجه (  $U, V, W$  ) يسمى بمتجه الإزاحة ومركباته دوال للمتغيرات (  $x, y, z$  ) ، وهذا المتجه يبين الإزاحة الانتقالية التى حدثت لهذا العنصر ، بالإضافة إلى ما يمكن أن يكون قد حدث له من تغير فى شكله نتيجة تأثير القوة .

ويعرف متجه الإزاحة تماما بواسطة اثنا عشر معاملا على الشكل التالى :

$$U = U_0 + \frac{dU}{dx} X + \frac{dU}{dy} y + \frac{dU}{dz} z$$

$$V = V_0 + \frac{dV}{dx} X + \frac{dV}{dy} y + \frac{dV}{dz} z$$

$$W = W_0 + \frac{dW}{dx} X + \frac{dW}{dy} y + \frac{dW}{dz} z$$



شكل ( ١٨ - ١ )

والمعاملات التفاضلية مأخوذة عند المركز 0

المتجه  $(U_0, V_0, W_0)$  يعطى إزاحة مركز الإحداثيات 0 الانتقالية بينما يعطى متجه آخر ليكن  $U^1, V^1, W^1$  إزاحة كل جزء من أجزاء العنصر بالنسبة لمركز الإحداثيات الجديد بعد انتقاله ، وهذا المتجه يعطى تسعة معاملات تفاضلية .

$$\frac{d U}{d x}, \dots, \frac{d V}{d x}, \dots, \frac{d W}{d x}, \dots$$

ويمكن وضع هذه المعاملات التسعة على الصورة الآتية ، وذلك ليسهل إيجاد تفسيرات

فيزيائية مباشرة لها .

$$e_{xx} = \frac{d U}{d x} ; e_{yy} = \frac{d V}{d y} ; e_{zz} = \frac{d W}{d z}$$

$$e_{xy} = \frac{d V}{d x} + \frac{d U}{d y} ; e_{yz} = \frac{d W}{d y} + \frac{d V}{d z}$$

$$e_{zx} = \frac{d U}{d z} + \frac{d W}{d x}$$

$$\omega_x = \frac{d w}{d y} - \frac{d V}{d z} ; \omega_y = \frac{d U}{d z} - \frac{d W}{d x}$$

$$\omega_7 = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dy}$$

فى حالة إذا ما كانت هذه المعاملات صغيرة فيمكن إعطاؤها المعانى الآتية :

$e_{xx}$  هو التغير النسبى فى طول خط ما فى الجسم يوازى أصلا محور السينات .  
وبالمثل بالنسبة إلى  $e_{yy}$  ،  $e_{zz}$  وتمثل هذه الكميات الانفعال الطولى فى اتجاهات  $x, y, z$  كما تمثل :  $e_{yz}$  ،  $e_{zx}$  ،  $e_{xy}$  الانفعال القاص فى الاتجاهات الثلاثة ، ويعرف بالتغير فى الزاوية بين أزواج المحاور المتجاورة  $(x, y)$  ،  $(y, z)$  ،  $(z, x)$  . وذلك أثناء عملية التشويه أو الانفعال ، بفرض أن هذه المحاور ثابتة فى الجسم أثناء الانفعال .  
الانفعال الحجمى هو التغير فى وحدة الحجم من المادة . فإذا اعتبرنا مكعبا طول ضلعه الوحدة ، تصبح أبعاده بعد الانفعال هى :

$$(1 + e_{xx}) , (1 + e_{yy}) , (1 + e_{zz})$$

ويصير حجمه بعد الانفعال :

$$(1 + e_{xx}) (1 + e_{yy}) (1 + e_{zz}) \\ = 1 + e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

ويكون الانفعال الحجمى وهو التغير النسبى فى الحجم هو :

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

### الإجهاد :

اعتبر جسما متزنا يقع عليه إجهاد ما ينتج عن ذلك قوى داخلية تؤثر على أية مساحة أولية  $dA$  داخل المادة ، بحيث يمكن اعتبار أن القوى التى تؤثر بها المادة على أحد جانبي هذه المساحة تتزن مع قوى مساوية لها مقدارا ، ويؤثر بها الجانب الآخر من المادة على نفس هذه المساحة .

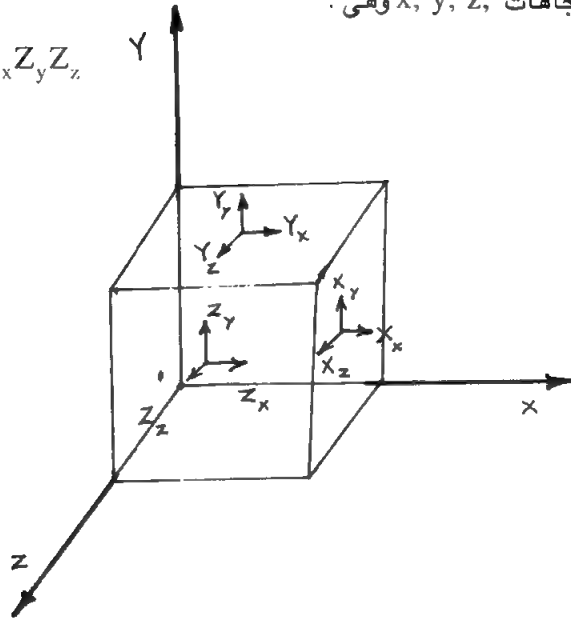
ولإيجاد مركبات الإجهاد الداخلى عند أية نقطة فى الجسم المجهد نعتبر مكعبا أوليا  $dx \, dy \, dz$  فى المادة كما فى شكل ( ١٨ - ٢ ) .

بما أن هناك إجهاداً واقع على هذا المكعب ، لذلك فإن المادة المحيطة به تؤثر عليه بمجموعة من القوى ، كما يؤثر هذا المكعب نفسه بقوى مساوية ومضادة لها نظراً لأنه متزن بالداخل ، ولا يتحرك فى أى اتجاه .

يمكننا تعريف هذه المجموعة من القوى تماماً بواسطة تسعة مركبات تعمل فى

الاتجاهات  $x, y, z$  ، وهى :

$$X_x X_y X_z , Y_x Y_y Y_z , Z_x Z_y Z_z$$



شكل ( ١٨ - ٢ )

مركبات الإجهاد نسبة إلى محاور متعامدة  $X_x, Y_y, Z_z$  تعمل عمودياً على الثلاثة أسطح

المتعامدة للمكعب ، وهى لذلك قوى شادة أو ضاغطة وفقاً لاتجاهها بالنسبة للمكعب .

أما الستة مركبات الأخرى ، فهى قوى تعمل فى مستوى هذه الأسطح ، وهى لذلك قوى

قاصة . ونظراً لأن المكعب فى حالة اتزان داخلى فهو لا يدور أو يتحرك داخل الجسم ، لذلك

يجب استيفاء الشرط التالى :

$$X_y = Y_x , Y_z = Z_y , Z_x = X_z$$

أى أن هناك فقط ثلاثة مركبات للقوى القاصة يمثلها :

$$X_y , Y_z , Z_x$$

ويكون الإجهاد فى أعم صورته ممثلاً بستة مركبات هى :

$$X_x \quad Y_y \quad Z_z \quad X_y \quad Y_z \quad Z_x$$

### النظرية الخطية للمرونة :

وضع هوك نظريته التى تنص على أن مركبات الانفعال هى دوال خطية لمركبات الإجهاد وبالعكس ، ونحصل بذلك على مجموعتين من المعادلات تبين العلاقات بين مركبات الإجهاد والانفعال ، وذلك فى حالتها العامة وسنرى أنه يمكن استنباط الحالات البسيطة الخاصة من هذه المعادلات إذا ما وضعت الشروط الخاصة بكل حالة .

أما العلاقات العامة لقانون هوك هى :

$$e_{xx} = S_{11} X_x + S_{12} Y_y + S_{13} Z_z + S_{14} Y_z + S_{15} Z_x + S_{16} X_y$$

$$e_{yy} = S_{21} X_x + S_{22} Y_y + S_{23} Z_z + S_{24} Y_z + S_{25} Z_x + S_{26} X_y$$

$$e_{xy} = S_{61} X_x + S_{62} Y_y + S_{63} Z_z + S_{64} Y_z + S_{65} Z_x + S_{66} X_y$$

$$X_x = C_{11} e_{xx} + C_{12} e_{yy} + C_{13} e_{zz} + C_{14} e_{yz} + C_{16} e_{zx} + C_{16} e_{xy}$$

$$X_y = C_{61} e_{xx} + C_{62} e_{yy} + C_{63} e_{zz} + C_{64} e_{yz} + C_{65} e_{zx} + C_{66} e_{xy}$$

والثوابت  $S_{11}$  ,  $S_{12}$  , ... تعرف بثوابت المرونة ، كما تعرف القيم

$C_{11}$  ,  $C_{12}$  , ... بمعاملات المرونة ، ويوجد من كل نوع عدد ستة وثلاثون ثابتا تختصر

عادة فى الحالات الخاصة البسيطة إلى أعداد أقل ، فمثلا فى حالة مادة لا تتوقف

خواصها الطبيعية على الاتجاه ( isoropic ) مثل الزجاج فإننا نجد هناك معاملين فقط

للمرونة هما : معامل المرونة الطولى ( يونج ) ومعامل القص ، ومن المعروف أنه توجد علاقة

بين هذين المعاملين والمعاملات الأخرى المألوفة ، كمعامل المرونة الحجمية ، أو نسبة بواسون

على الصورة الآتية :

$$Y = \frac{9 K G}{3 K + G}$$

$$Y = 2 ( 1 + \nu ) G$$



حيث  $Y$  معامل المرونة الطولى ليونج ،  $G$  معامل القص ،  $K$  معامل الانضغاط وهو مقلوب معامل المرونة الحجمى ،  $\nu$  نسبة بواسون .

أما فى المواد الأكثر تعقيدا كما فى التركيبات ذات البنية البلورية ، فهناك عدد أكبر من هذه الثوابت . فبالنسبة للبلورات ذات البنية التكعيبية ، يوجد ثلاثة معاملات مرونة غير مترابطة ، تظهر فى العلاقات العامة لهوك كما يأتى :

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix}$$

وبالنسبة للبلورات ذات البنية السداسية التركيب الشبكي ، فلها عدد خمسة معاملات مرونة بيانها كالتالى :

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix}$$

## ثانيا : الخواص اللامرنة (Anelasticity) :

يضع هوك فى نظريته الخطية للمرونة شرطاً يجب توافره حتى يكون صحيحاً ما سبق كتابته من معادلات، وهذا الشرط هو أن يكون الإجهاد والانفعال داخل الحد المرن للجسم، أما إذا تعدى الإجهاد هذا الحد فإن الانفعال الحادث يصير انفعالا دائما لا يزول بزوال المؤثر ولا تنطبق عندئذ النظرية الخطية للمرونة.

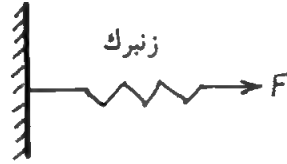
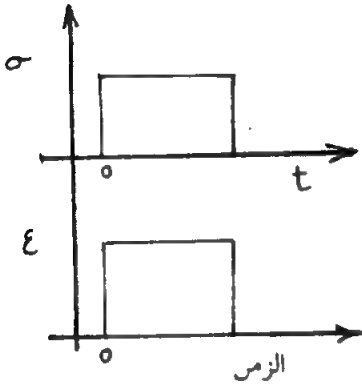
## المرونة وعامل الزمن :

يلاحظ أيضا أن جميع قوانين المرونة الخطية لا تحتوى إطلاقا على الزمن كمتغير ، وهذا يعنى أنه عند التأثير بإجهاد على جسم ما ، فإن قيمة الانفعال تصل إلى نهايتها فى الحال ، وكذلك عند إزالة الإجهاد يختفى الانفعال تماما فى نفس اللحظة .

ويمكن تمثيل هذا الجسم الذى يطلق عليه الجسم تام المرونة ، يمكن تمثيله ميكانيكيا بزنبرك مرن يكون انفعاله  $e$  الحادث نتيجة لإجهاد  $\sigma$  واقع عليه ، كما هو مبين بشكل (٣-١٨) ويمكن وصفه بالمعادلة :

$$\sigma = a \cdot e$$

حيث  $a$  يمثل معامل مرونة .



شكل (٣-١٨)

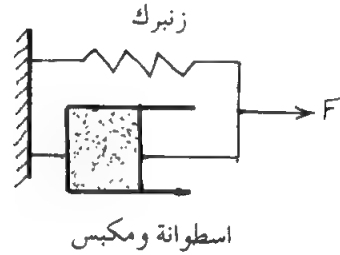
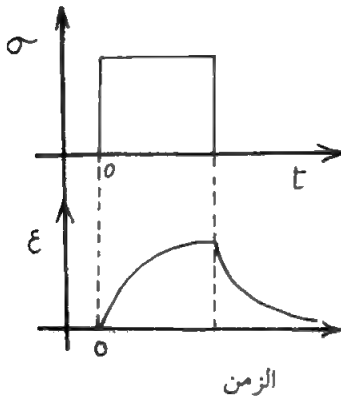
تحديد الأجسام الحقيقية فى التصرف عن هذا الجسم المثالى المرونة ، وذلك فى أنها تحتاج لبعض الوقت لى يصل انفعالها المرن إلى قيمته المفروضة وفقا للنظرية الخطية للمرونة . وكان فويجت Voigt هو أول من سجل تلك الملاحظة من خلال بعض دراسات كان يجريها على خيوط تعليق ملفات الجلفانومتريات . إذ وجد أنه عند توصيل التيار الكهربى يلزم انتظار بعض الوقت حتى يصل الانحراف فى الجلفانومتر إلى قيمته النهائية . كذلك عند قطع التيار لا تعود نقطة الضوء إلى وضعها الصفرى إلا بعد فترة من الوقت ، وهذا يعنى أن الانفعال الحادث يكون داخل الحدود المرنة لخيوط التعليق ، ولكن يحتاج لبعض الوقت حتى يأخذ قيمته النهائية .

ومن هنا نشأت فكرة وجوب إدخال عامل الزمن في معادلات هوك للمرونة الخطية ، حتى تناسب حالة الجسم الحقيقي ، والذي سمي حينئذٍ بجسم فويجت ( Voigt solid ) . وسميت هذه الظاهرة بالمرونة المتخلفة أو اللامرونة :

( Elastic After effect - Anelasticity )

ولتعديل معادلات المرونة لهوك ، اعتبرنا أن الإجهاد لا يتناسب فقط مع الانفعال ، ولكنه يتناسب أيضا مع معدل التغير في هذا الانفعال فتصير معادلة المرونة لجسم فويجت

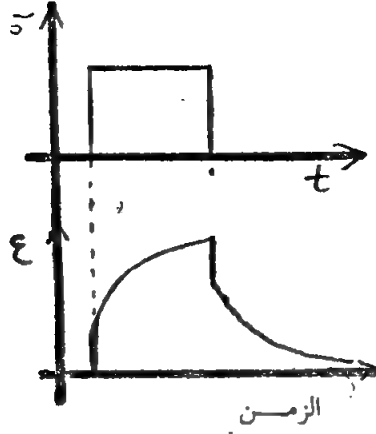
$$\sigma = a_1 \epsilon + a_2 \frac{d\epsilon}{dt} \quad \text{هى :}$$



شكل ( ١٨ - ٤ )

وعلى ذلك يكون النموذج الميكانيكى والتمثيل البيانى لتغير الإجهاد والانفعال كما فى شكل ( ١٨ - ٤ ) .

لقد أدخل التعديل السابق فى معادلات المرونة إمكان تزايد أو تناقص الانفعال تدريجيا مع الزمن ، وحتى يصل لقيمتة النهائية كما هو مبين بالشكل ولكن عند ملاحظة الأجسام الحقيقية بدقة أكثر ، وجد أن هناك انفعالا لحظياً يحدث عند لحظة التأثير بالإجهاد ، يعقبه بعد ذلك زيادة تدريجية للانفعال مع الزمن حتى تصل إلى قيمتها النهائية ويبين بشكل ( ١٨ - ٥ ) تغير الإجهاد والانفعال مع الزمن فى حالة الجسم القياسى الخطى . يلاحظ أن الانفعال اللحظى يمثلته الزنبك (٢) فى النموذج الميكانيكى .



شكل ( ١٨ - ٥ )

معادلة الحالة الميكانيكية لجسم حقيقي Standard linear solid :

لوصف تغيير الإجهاد والانفعال في الأجسام الحقيقية بشكل أكثر دقة ، نفرض أن كلامن الإجهاد ومعدل تغيره تتناسب طرديا مع الانفعال ومعدل تغيره كما هو مبين بالمعادلة:

$$a_1 \sigma + a_2 \frac{d\sigma}{dt} = b_1 e + b_2 \frac{de}{dt}$$

حيث  $a_1$   $a_2$   $b_1$   $b_2$  ثوابت أربعة يمكن اختصارها إلى ثلاثة فقط بوضع المعادلة على الصورة :

$$\sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = M_R \left( e + \tau_\sigma \frac{de}{dt} \right)$$

حيث  $\tau_\sigma$  ،  $\tau_e$  هما زمنى الإرخاء عندما يكون الانفعال والإجهاد ثابتين على الترتيب .  
 $M_R$  ثابت يسمى معامل المرونة عند الإرخاء التام .

ولإيجاد تغير الإجهاد أو الانفعال مع الزمن نحل المعادلة السابقة أولاً باعتبار الحل

الخاص عندما يكون كل من  $e$  ،  $\frac{de}{dt}$  يساوى صفراً

$$\therefore \sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = 0$$

$$\therefore \sigma(t) = \sigma(0) \exp - t/\tau_e$$

وإذا فرضنا بعد ذلك أن انفعالا قدره  $e_0$  قد حدث فجأة عند بدء الزمن  $t = 0$  ، فإن الإجهاد يتغير إرخائياً بزمن إرخاء  $\tau_e$  ، وتكون قيمة الإجهاد النهائية هي  $M_R e_0$  ، ويصبح الحل الكامل للمعادلة التفاضلية هو :

$$\sigma(t) = M_R e_0 + (\sigma_0 - M_R e_0) \exp - t/\tau_e$$

وبتطبيق حالات الحدود Boundary conditions

أولاً : عند  $t = 0$

$$\sigma(0) = \sigma_0 \quad \text{يصير}$$

ثانياً : عند  $t = \infty$

$$\sigma(\infty) = M_R e_0 \quad \text{يصير}$$

ويمكن بذلك رسم المعادلة السابقة بيانا كما في شكل ( ١٧ - ٦ )

وباستخدام نفس طريقة الحل يمكن إيجاد تغير الانفعال مع الزمن عند التأثير على الجسم بإجهاد ثابت وتصير المعادلة كالتالى :

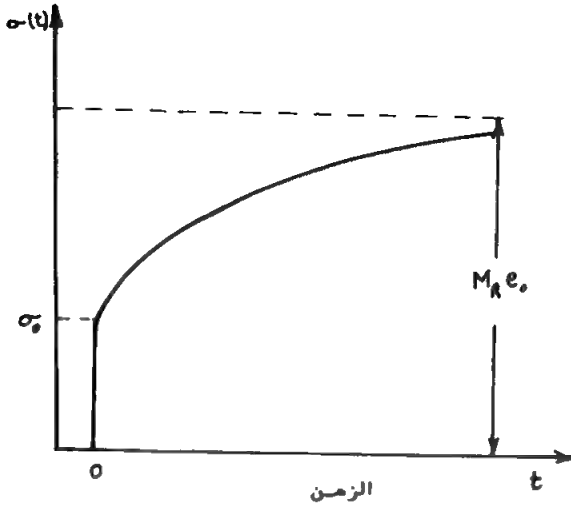
$$e(t) = M_R^{-1} \sigma_0 + (e - M_R^{-1} \sigma_0) \exp - t/\tau_\sigma$$

العلاقة بين معاملى المرونة قبل وبعد الإرخاء :

نفرض أننا أثّرنا على الجسم بإجهاد صغير  $\sigma$  خلال فترة زمنية قصيرة  $dt$  ،  
تصير المعادلة التفاضلية لتغير الإجهاد مع الزمن هي :

$$\sigma dt + \tau_e d\sigma = M_R (e dt + \tau_\sigma de)$$

فإذا اعتبرنا أن الفترة الزمنية  $t$   $d$  تؤول إلى الصفر تختصر المعادلة السابقة فتصبح:



شكل (١٨ - ٦)

تغير الإجهاد مع الزمن عند ثبوت الانفعال

$$\tau_e \cdot \Delta \sigma = M_R \cdot \tau_\sigma \cdot \Delta e$$

حيث  $\Delta \sigma$  ،  $\Delta e$  هما الإجهاد والانفعال المصاحب عند لحظة البداية  $t = 0$  ،  
وتكون بذلك النسبة بين الإجهاد والانفعال هي معامل المرونة  $M_U$  عندما لا يكون هناك أى  
إرخاء :

$$\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma}{\Delta e} = M_U = M_R \cdot \frac{\tau_\sigma}{\tau_e}$$

$$\therefore \frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau_\sigma}{\tau_e}$$

ويعطى حيود الكمية  $\frac{M_U}{M_R}$  عن الواحد الصحيح مقياساً للتغير النسبى فى الإجهاد

أو الانفعال الذى يحدث أثناء العملية الإرخائية .

## الاحتكاك الداخلى :

تعالج الجوامد عند دراستها بطرق ديناميكية ، بمعنى أن يكون الإجهاد المؤثر إجهادا دوريا وليس استاتيكية ، ويكون الانفعال الحادث تبعا لذلك انفعالا دوريا أيضا وفقا للمعادلات :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp i \omega t$$

$$e(t) = e_0 \exp i \omega t$$

حيث  $\sigma_0$  ،  $e_0$  هما قيمتى السعة للإجهاد والانفعال الدوريين ،  $\omega$  هى التردد وبالتعويض فى المعادلة التفاضلية التى تعرف مرونة الجسم الحقيقى نحصل على

$$(1 + i \omega \tau_e) \sigma_0 = M_R (1 + i \omega \tau_\sigma) e_0$$

أى أن

$$\sigma_0 = M^* e_0$$

حيث

$$M^* = \frac{1 + i \omega \tau_\sigma}{1 + i \omega \tau_e} \cdot M_R$$

ويلاحظ أن النسبة  $\frac{\sigma_0}{e_0}$  هى فى حد ذاتها معاملا للمرونة  $M^*$  ولكنه يحتوي بداخله

كميات تخيلية  $i = \sqrt{-1}$  يمكن تسميته بمعامل المرونة التخيلية ، وتعود أهمية هذا المعامل فى أنه يسمح لنا بتعيين مقدار الفقد فى الطاقة داخل النظام كنتيجة للعملية الإرخائية وتأخر الانفعال خلف الإجهاد بزاوية معينة ولتكن  $\delta$  .

ظل زاوية التخلف  $\tan \delta$  هو مقياس للفقد الداخلى فى النظام ويعرف بالاحتكاك

الداخلى ويرمز له عادة بالرمز  $Q^{-1}$  وتوجد قيمته من المعادلة :

$$\tan \delta = Q^{-1} = \frac{\text{الجزء التخيلي من } M^*}{\text{الجزء الحقيقى من } M^*}$$

$$\therefore Q^{-1} = \frac{\omega (\tau_{\sigma} - \tau_{\varepsilon})}{1 + \omega^2 \tau_{\varepsilon} \tau_{\sigma}}$$

وباستخدام المعادلة

$$\frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\varepsilon}} = \frac{M_U - M_R}{M} = \frac{\tau_{\sigma} - \tau_{\varepsilon}}{\tau}$$

تصبح معادلة الفقد في الطاقة أو الاحتكاك الداخلي :

$$Q^{-1} = \frac{M_U - M_R}{M} \cdot \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$= \Delta \cdot \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad \text{حيث .}$$

$$\tau = (\tau_{\varepsilon} \tau_{\sigma})^{1/2} \text{ \& } M = (M_U \cdot M_R)^{1/2}$$

الحد الأول من المعادلة السابقة ( $\Delta$ ) يبين الفرق النسبي بين معاملى المرونة في حالة الإرخاء وعدم الإرخاء ، أما الحد الثانى في المعادلة فيعطى تغير الفقد الداخلى  $Q^{-1}$  مع تغير التردد  $\omega$  ويلاحظ أن لهذا الحد قمة عظمى عندما يكون  $\omega \tau = 1$

ويؤخذ عادة المتغير  $x = \ln \omega \tau$  بدلا من  $\omega \tau$  فتصبح بذلك معادلة الفقد هي :

$$Q^{-1} = \frac{\Delta}{2} \operatorname{sech} x \quad \text{وتعطى هذه المعادلة : منحنى متماثل بالنسبة للمحور } x = 0 \text{ عند}$$

رسم العلاقة بين  $Q^{-1}$  &  $x$  كما مبين بشكل (١٨ - ٧)

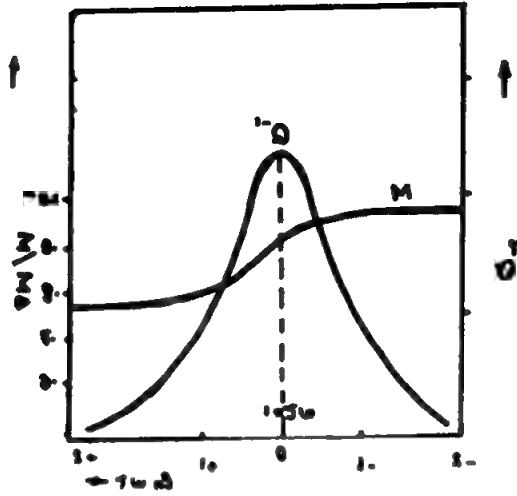
وتكون قيمة  $Q^{-1}$  عند قمة المنحنى هي :

$$Q_{\max}^{-1} = 1/2 \frac{M_U - M_R}{M}$$

وواضح أنه بمعرفة موضع قمة منحنى الفقد على محور التردد يمكن مباشرة تعيين

زمن إرخاء العملية من العلاقة :  $\omega \tau = 1$





شكل ( ١٨ - ٧ )

#### طيف الارخاء Relaxation Spectrum :

تنطبق العلاقات السابقة فى حالة وجود عملية إرخائية واحدة يطلق عليها : إرخائية ديباي يميزها طاقة تنشيط واحدة وزمن إرخاء واحد .  
ولكننا كثيرا ما نجد أكثر من عملية إرخائية تعمل فى نفس منطقة الترددات المعنية بالدراسة .

وعندئذ ينطبق مبدأ التطابق لبولتزمان

Boltzmann superposition principle

وينص هذا المبدأ على أن تأثير العمليات الإرخائية المتطابقة يكون بالإضافة أى أن قيمة الفقد الكلى المقاس تساوى مجموع جميع الإضافات التى تحدثها كل عملية إرخائية على حدة .

ولكن من السهل فصل هذه العمليات الإرخائية عن بعضها ، وذلك بتغيير التردد أو درجة الحرارة . هذا وإن كان المعتاد هو تغيير درجة الحرارة لسهولة إحداث ذلك عن تغيير

تردد القوى المؤثرة ، إذ غالبا ما يحتاج ذلك إلى تغيير طريقة القياس ذاتها للانتقال من منطقة تردد معينة إلى منطقة أخرى فما يصلح للترددات البندولية لا يصلح للترددات الصوتية أو فوق الصوتية وهكذا .

وعلى ذلك فإن تغيير درجة الحرارة يحدث تغيرا فى زمن إرخاء العملية وفقا للمعادلة .

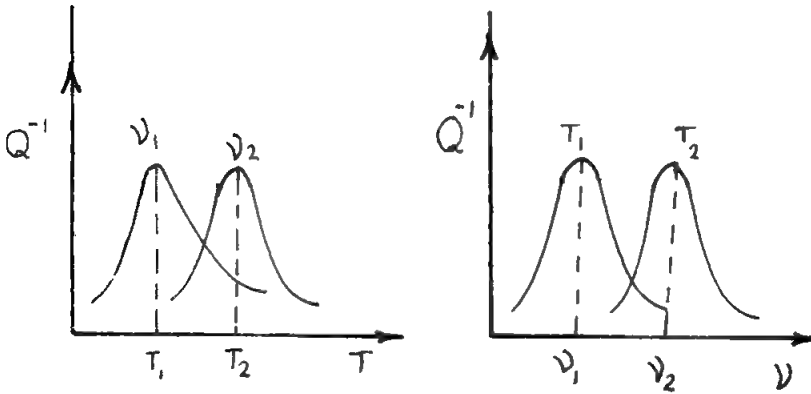
$$\tau = \tau_0 \exp E/kT$$

حيث  $E$  هى طاقة تنشيط العملية الإرخائية

و  $k$  هو ثابت بولتزمان

و  $T$  هى درجة الحرارة المطلقة .

فإذا ما تم تعيين منحنيات الفقد  $Q^{-1}$  مع درجة الحرارة لعدد من الترددات  $\nu_1, \nu_2$  كما فى شكل ( ١٨ - ٨ ) وبإيجاد موضع قمة كل منحنى على محور درجة الحرارة نكون بذلك قد أوجدنا العلاقة بين التردد الإرخائى ودرجة الحرارة ، وبرسم العلاقة البيانية بين لوغاريتم التردد مع مقلوب درجة الحرارة المطلقة نحصل على خط مستقيم شكل ( ١٨ - ٩ ) يكون ميله مساويا  $(E/k)$  .

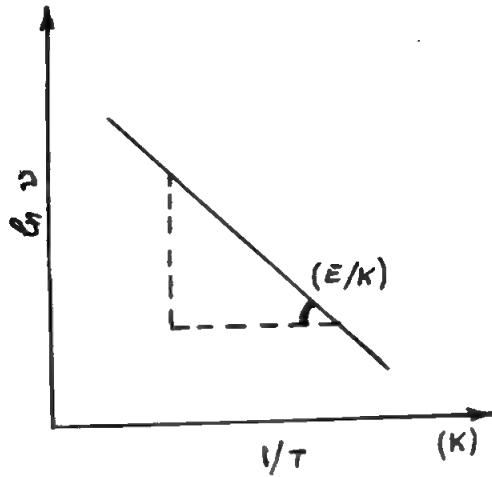


شكل ( ١٨ - ٨ )

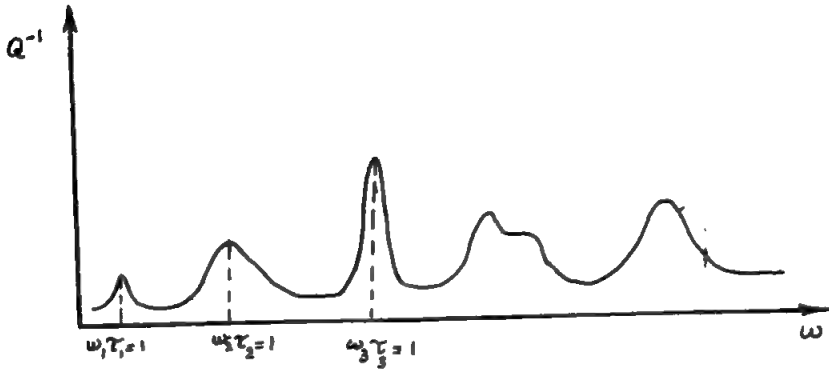
يبين إزاحة القمة الإرخائية بتغير التردد أو بدرجة الحرارة

وعندما نمسح منطقة الترددات للبحث عن العمليات الإرخائية تظهر قمم على محور

التردد يكون عند كل منها دائما  $\omega\tau = 1$  وتسمى أحيانا كل قمة منطقة امتصاص ، وتسمى هذه المناطق مجتمعة بطيف الإرخاء انظر شكل ( ١٨ - ١٠ )



شكل ( ١٨ - ٩ ) تغير التردد الإرخائي مع درجة الحرارة



( شكل ١٨ - ١٠ ) طيف الإرخاء لمادة

وتعتمد العمليات الإرخائية المختلفة التي تظهر كمناطق امتصاص في طيف الإرخاء على التحركات الداخلية التأثيرية التي تنتج عن القوى الخارجية المؤثرة مع تخلف الانفعال عن الإجهاد .

هذه التغيرات الداخلية على المستوى الميكروسكوبي تنشأ عن إرخاء جهود ديناميكية حرارية . Thermodynamic potentials نتجت أصلا بتأثير القوة الخارجية ، وكأمثلة

لهذه العمليات الإرخائية :

- ١ - إرخاء ينشأ عن انتشار الطاقة الحرارية فى الأنظمة المرنة .
- ٢ - إرخاء ينشأ عن انتشار التيارات الدوامية فى الأنظمة المرنة .
- ٣ - إرخاء ينشأ عن انتشار الذرات أو الأيونات أو الإلكترونات .
- ٤ - إرخاء ينشأ عن حركة أخطاء الشبكة .

## مسائل علي الباب الثامن عشر

١ - بلورة أحادية اسطوانية الشكل عليها إجهاد شد  $\sigma$  على طرفيها . إذا كان العمودى على مستوى انزلاق slip plane فى البلورة يعمل زاوية  $\phi$  مع محور الاسطوانة وكان اتجاه الانزلاق فى مستوى يعمل زاوية  $\lambda$  مع هذا المحور ، أثبت أن إجهاد القص على مستوى الإنزلاق فى اتجاه الإنزلاق هو  $\sigma \cos \phi \cos \lambda$  .

٢ - إذا كان إجهاد القص للنحاس  $10^6 \text{ n m}^{-2}$  ما هو أقل إجهاد شد على بلورة أحادية من النحاس كالتي فى التمرين السابق يحدث تشويه قص .

٣ - اثبت أن الإجهادات  $\sigma_x^n$  ,  $\sigma_y^n$  ,  $\sigma_z^n$  التى تؤثر على مستوى تكون جيوب تمام الاتجاه direction cosines للعمود عليه هى  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$  مع محاور الإسناد تعطى بالمعادلات:

$$\sigma_x^n = \alpha \sigma_x + \beta \tau_{yx} + \gamma \tau_{zx}$$

$$\sigma_y^n = \alpha \tau_{xy} + \beta \sigma_y + \gamma \tau_{zy}$$

$$\sigma_z^n = \alpha \tau_{xz} + \beta \tau_{yz} + \gamma \sigma_z$$

٤ - أوجد الاستطالة فى قضيب طوله  $10^{-1} \text{ m}$  ومساحة مقطعه  $10^{-4} \text{ m}^2$  يقع

تحت تأثير قوة شادة مقدارها  $0.1 \text{ n}$

$$S_{11} = 15.9 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \text{ n}^{-1}$$

ثوابت المرونة للألومنيوم

$$S_{12} = -5.8 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \text{ n}^{-1}$$

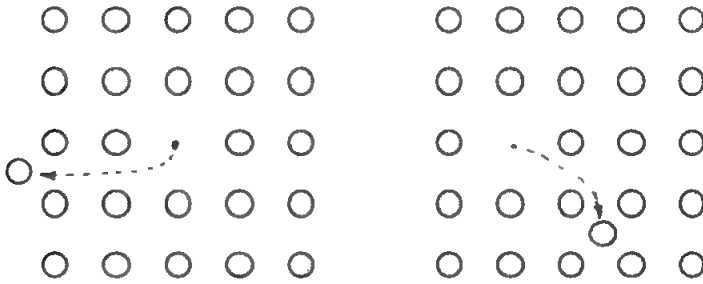
$$S_{44} = 35.2 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \text{ n}^{-1}$$

## الباب التاسع عشر

### عيوب الشبكة Lattice Defects

#### أولا : العيوب النقطية :

إذا تركت ذرة مكانها شاغرا في الشبكة تكون ما يسمى بالفراغه ( أو الشاغرة )  
vacancy ( شكل ١٩ - ١ )



( شكل ١٩ - ١ )

وإذا انحشرت الذرة بين ذرات الشبكة سميت بالذرة البينية Interstitial atom  
والعيوب النقطية في الشبكة نوعان إما زوج فرنكل Frenkel pair أو شاغرة شوتكي  
Schottky كما مبين بشكل ( ١٩ - ١ ) .

#### ١٩ - ١ الاتزان الحراري لعدد الشواغر في الشبكة :

: Equilibrium concentration of vacancies

توجد دائما الشواغر بأعداد كبيرة في البلورات في حالة اتزان ديناميكي حراري ،  
ويزداد العدد كثيرا كلما ارتفعت درجة الحرارة .

لحساب عدد الشواغر عند درجة حرارة  $T^{\circ}K$  في بلورة ما نفرض أن هناك عدد  $N$

موضع للذرات فى البلورة فى حالتها التامة . N atomic sites  
نفرض أننا أدخلنا عدد n شواغر فى هذه البلورة ، يتغير تبعا لذلك كل من الطاقة  
الداخلية والانتروپيا .

نحصل على وضع الاستقرار الحرارى بإيجاد الطاقة الحرة F free energy ثم نوجد  
أقل قيمة لها . minimize the free energy

نفرض أن الطاقة المصاحبة لكل شاعرة هى  $\Delta E$  ، وأن الزيادة فى الانتروپيا نتيجة  
لإدخالها فى الشبكة هو  $\Delta S$  .

عندما نمزج عدد n شواغر بعدد N ذرات فى الشبكة فإن عدد الطرق الممكنة لهذا  
التوزيع هو :

$$\frac{N!}{(N-n)!n!}$$

ويكون احتمال الحصول على أى توزيع من هذه التوزيعات هو أنتروپيا التركيب  
Configurational entropy أو أنتروپيا المزج ويساوى :

$$p = k \log_e \frac{N!}{(N-n)!n!}$$

إذا كان تركيز الشواغر فى الشبكة هو :

$$C = \frac{n}{N}$$

وباستخدام تقريب ستيرلنج

$$\log N! = N \log N - N$$

نحصل على أنتروپيا المزج

$$p = N [ c \log c - (1-c) \log (1-c) ]$$

الزيادة فى الانتروپيا الذاتية intrinsic entropy نتيجة لإدخال عدد n شواغر هو n

$\Delta S$

∴ التغير الكلى فى الانتروپيا بإدخال n شواغر هو :

$$n \Delta S = N k ( c \log c - \overline{1-c} \log \overline{1-c} )$$

$$F = U - T S$$

لكن الطاقة الحرة :

∴ التغير في الطاقة الحرة للبلورة ، ويساوى الطاقة الحرة للشواغر

$$= N \Delta E - T \left[ n \Delta S - Nk (c \log c - \overline{1-c} \log \overline{1-c}) \right]$$

بمفاضلة المقدار السابق بالنسبة لعدد الشواغر n ، ثم بمساواة الناتج بالصفر نحصل

على وضع الاتزان الحرارى

$$\therefore \Delta E - T \Delta S + Tk \log \frac{c}{1-c} = 0$$

$$\frac{c}{1-c} = \exp - \left( \frac{\Delta E - T \Delta S}{kT} \right)$$

$$1 = 1 - c \therefore$$

إذا كانت C صغيرة

$$\therefore C = \exp \frac{\Delta S}{k} \cdot \exp \frac{-\Delta E}{kT}$$

تعطى المعادلة السابقة عدد الشواغر في حالة الاتزان الحرارى بدلالة طاقة التكوين

$\Delta E$  لشاغرة الواحدة ، والتي تكتب على الصورة  $E_f$

## ١٩ - ٢ حساب قيمة $e^{\Delta S/k}$

نستخدم قوانين الديناميكا الحرارية .

التغير في الإنتروبيا لمجموعة هو

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_0^T \frac{C_v}{T} dT \\ &= \int_0^T \frac{1}{T} \left( \frac{dE}{dT} \right)_v dT = \frac{E}{T} + \int_0^T \frac{E}{T^2} dT \end{aligned}$$

باستخدام نظرية أينشتين للطاقة الذرية في المادة

$$E = 3 kT \frac{x}{e^x - 1}$$

$$x = \frac{h \nu}{kT} \quad \text{حيث}$$



$\nu$  هو التردد الذرى نحصل على :

$$\frac{\Delta S}{3k} = \frac{x}{e^x - 1} + x - \log(e^x - 1)$$

عندما تكون  $x \ll 1$  يمكن تقريب المعادلة السابقة لتصبح

$$\frac{\Delta S}{3k} = -\log x = -\log \frac{h\nu}{kT}$$

$$\therefore \Delta S = -3k \log h\nu / kT$$

لتطبيق ما سبق على حالة شاغرة نفرض أن هناك عدد  $p$  جيران لها ، ولذلك نسقط العدد ٣ من المعادلة السابقة والذي يدل أصلا على الثلاث درجات الحرارةية  $x, y, z$  ونستبدل هذا العدد بالمقدار  $p$  وهو عدد التناسقي .

أيضا عند إدخال شاغرة في الشبكة نجد أن التردد الذرى للذرات المحيطة بها يتغير من  $\nu$  إلى  $\nu'$  وبذلك يتغير الأنتروپيا بالمقدار

$$-pk \log \frac{h\nu'}{kT} - \left( -pk \log \frac{h\nu}{kT} \right) = -pk \log \frac{\nu}{\nu'}$$

ولكن تبعا لنظرية الحرارة الذرية يمكن تعريف ثابت جرونيزن

Gurneisen's constant

$$\gamma = - \frac{d \log \nu}{d \log V} = \frac{3 V \alpha}{C_V K_T}$$

حيث  $V$  هو الحجم الذرى (atomic volume)

$\infty$  معامل التمدد الطولى

$K_T$  معامل الانضغاط الأيسوثرمالى ( ثابت الدرجة )

يصبح بذلك التغير فى الأنتروپيا نتيجة إدخال الشاغرة هو :

$$\Delta S = pk \log \frac{\nu}{\nu'} = pk \int_{\nu}^{\nu'} - \frac{d\nu}{\nu}$$

$$= -pk \frac{\delta v}{v}$$

لكن من ثابت جرونيزن

$$\gamma = - \frac{\delta v / v}{\delta V / V} = - \frac{V}{v} \cdot \frac{\delta v}{\delta V}$$

وبالتعويض

$$\therefore - \frac{\delta v}{v} = \gamma \frac{\delta V}{V}$$

$$\therefore \Delta S = pk \gamma \frac{\delta V}{V}$$

عند إدخال الشاغرة يتغير الحجم النسبي محليا بالمقدار :

$$\frac{1}{p} = \frac{p+1}{p} - 1 = 1 - \frac{\text{عدد الذرات قبل إدخالها}}{\text{عدد الذرات بعدها}}$$

$$\therefore \frac{\delta V}{V} = \frac{1}{p}$$

$$\Delta S = pk \gamma \cdot \frac{1}{p} = k \gamma$$

ويصبح بذلك عدد الشواغر التي تتزن حراريا عند درجة  $T^\circ K$  هي

$$C = e^\gamma \cdot e^{-E_f/kT}$$

وبالنسبة للمواد المعتادة نجد أن ثابت جرونيزن

$$e^\gamma = 1 ; \quad \gamma = 0.5$$

ليصبح تركيز الشواغر عند الاتزان هو :

$$C = \exp - (E_f / kT)$$

فإذا علمنا أن طاقة التكوين  $E_f$  للشاغرة تساوي حوالي ١ إلكترون فولت للمواد

المعتادة كالحاس ، نجد أن تركيز الشواغر عند درجة ١٠٠٠ كلفن تقريبا أى بالقرب من

نقطة الانصهار يصبح  $10^{-4}$  تقريبا .

### ١٩ - ٣ تعيين طاقة التكوين $E_f$ للشواغر عمليا :

نختار عادة أحد القياسات الفيزيائية الحساسة للتغيرات التركيبية الداخلية Structure sensitive physical property P عند التبريد السريع لبلورة ما من درجة حرارة مرتفعة إلى أخرى منخفضة يتجمد بداخلها عدد كبير من الشواغر التي كانت في حالة اتزان ديناميكي حراري عند الدرجة المرتفعة ، وتتأثر تبعا لذلك الخاصية الفيزيائية تحت الاختبار ، فإذا فرضنا أن التغير الناتج في هذه الخاصية يرتبط مباشرة بعدد الشواغر المجمدة في الشبكة نتيجة التبريد الفجائي Quenching فإن :

$$\Delta P = A \exp - E_f / kT$$

وبالتالي بدراسة تغير P مع درجة الحرارة T K ، ورسم العلاقة بين  $\ln \Delta P$  مع

$$\left( \frac{1}{T} \right) \text{ نحصل على خط مستقيم يعطى ميله المقدار } ( E_f / k )$$

ويؤخذ عادة تغير المقاومة الكهربائية مع عدد الشواغر إذ أنها حساسة لذلك ، كما يمكن قياسها بدقة كبيرة في درجات الحرارة المختلفة .

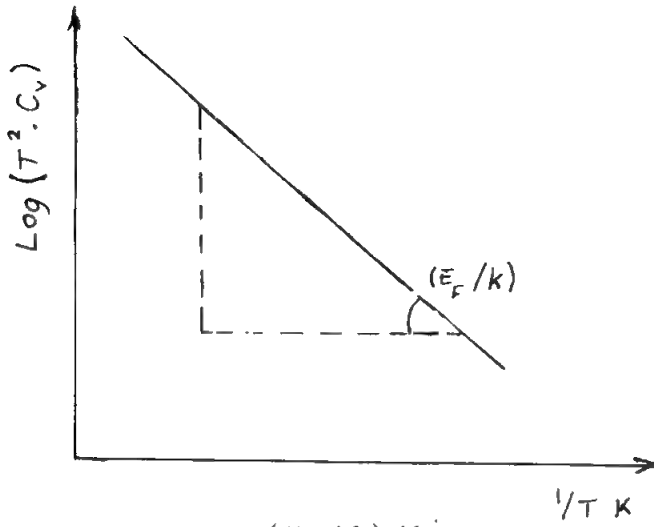
### ١٩ - ٤ تأثير الشواغر على الحرارة الذرية :

إذا كانت طاقة تكوين الشاغرة هو  $E_f$  تكون كمية الطاقة التي تكتسبها البلورة بإدخال شاغرة واحدة هي :

$$E_f \exp ( - E_f / k T )$$

بمفاضلة المقدار السابق بالنسبة لدرجة الحرارة نحصل على الحرارة الذرية الإضافية نتيجة لإدخال الشاغرة .

$$\therefore C_v = \frac{E_f^2}{kT^2} \exp ( - E_f / kT )$$



شكل ( ١٩ - ٢ )

بإدخال عدد معقول من الشواغر في الشبكة ، ثم بقياس تغير الحرارة الذرية ، ورسم  $\log (T^2 \cdot C_v)$  مع  $1/T$  نحصل على خط مستقيم ميله  $E_f / k$  كما في شكل (١٩-٢).

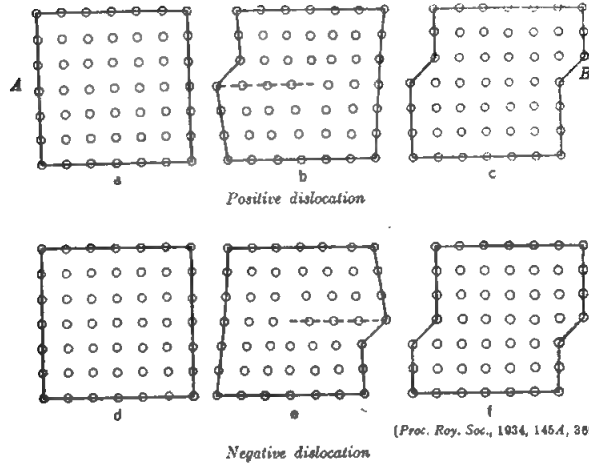
## ثانيا : العيوب الخطية Dislocation :

### ١٩ - ٥ مقدمة :

إذا أثّرنا بقوة ما ، شادة أو قاصة ، على جسم ما فإنه يتشوه بانفعال مرّن أو غير مرّن حسب شدة القوة المؤثرة . يعود الجسم بعد الانفعال المرّن الى ما كان عليه شكلا وحجما بعد إزالة القوة ، وإذا زادت القوة عن الحد المرّن يحدث بالجسم انفعال دائم ، ينشأ عن انزلاق المستويات الذرية على بعضها البعض ، وتبدأ هذه العملية إذا وصل الإجهاد إلى قيمة تميز المادة وتسمى إجهاد القص الحرج  $\sigma_c$  critical shear stress .

يمكن تصور تشوه البلورات إذا اعتبرنا أن مرونة الجسم تعود إلى القوى البينية بين الذرات ، والتي تعمل على أن تحتفظ كل ذرة بمكانها في نقطة شبكية ، كما تحفظ للشبكة ترتيبا معيناً في لوحدية الخلية تتكرر في كل مكان بالبلورة ، فإذا أثّرنا بقوة قاصة على

بلورة تزاح الذرات من مواضع اتزانها بقدر صغير إذا كانت القوة صغيرة وتعود الذرات ثانية إلى نفس مواضعها إذا أزيلت القوة وهذه هي خاصية المرونة ، أما إذا ازدادت القوة تكون الإزاحة كبيرة ، ولكن تنتقل إلى مواضع اتزان أخرى ، ويقال عندئذ إنه حدث انزلاق بلورى slip وتكون البلورة قد عدت حدها المرن ، ويبقى انفعال دائم بها بعد إزالة القوة ويبين شكل ( ١٩ - ٣ ) كيف يحدث الإنزلاق .



شكل ( ١٩ - ٣ )

إذا حدثت وحدة انزلاق بالبلورة تصبح فى حالة تامة كما كانت سابقا إذ يظل عدد التناسق لكل ذرة كما كان قبل الإنزلاق ، أما إذا حدث إنزلاق جزئى بحيث يختلف عدد التناسق لبعض الذرات عما كان يقال : إن انخلاعا dislocation قد حدث وإن البلورة قد تشوهت بحدوث عيوب فى شبكتها .

## ١٩ - ٦ الدليل العملى لوجود عيوب بالشبيكة البلورية :

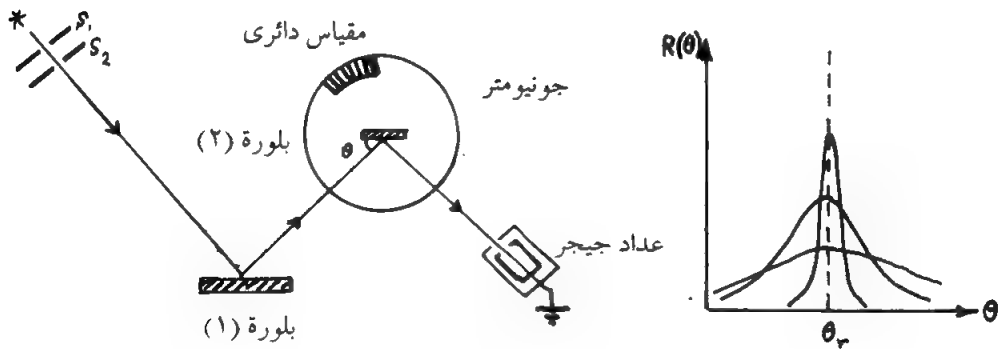
### (أ) كشف العيوب البلورية بالأشعة السينية rocking curve

قدم حيود الأشعة السينية على بلورات المواد أول دليل عملى على وجود عيوب بالشبيكة ، فقد وجد اختلاف كبير فى شدة الأشعة السينية المنعكسة على مستويات بلورية معينة عندما توجد بالحساب أو بالقياس ، والتجربة المستخدمة لدراسة درجة الكمال degree

of perfection لمستويات ذرية معينة فى البلورة تتركب من مصدر S للأشعة السينية يوضع أمامه حائلان بكل منهما شق ضيق يسمحان بخروج شعاع ضيق من الأشعة السينية التى تسقط على بلورة أحادية طول الموجة  $\lambda$  وفقا لقانون براج ، وتستخدم هذه الأشعة لدراسة المستويات الذرية ببلورة ثانية مثبتة على جونيومتر ، ويمكن إدارة البلورة بزوايا صغيرة . إذا سقطت هذه الأشعة بزاوية مماسية  $\theta$  على مجموعة مستويات  $(hk\ell)$  فى البلورة البعد العمودى بينها  $d(hk\ell)$  يحدث انعكاس إذا تحقق قانون براج

$$2 d(hk\ell) \sin \theta = n \lambda$$

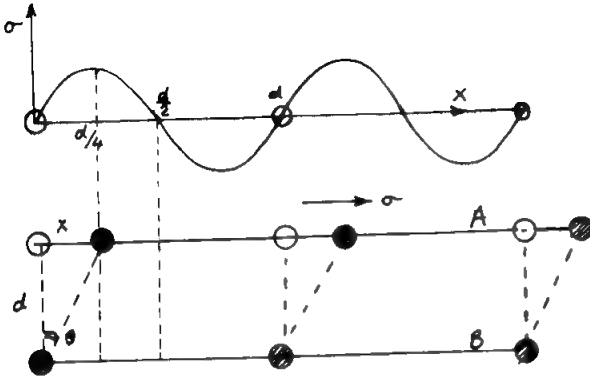
فإذا ما قيست شدة الأشعة المنعكسة  $R(\theta)$  بدلالة الزاوية  $\theta$  حول زاوية براج  $\theta_r$  نحصل على منحنى كالمبين بشكل ( ١٩ - ٤ ) ، وقد وجد عمليا أنه كلما اقتربت البلورة من الحالة المثالية أو التامة كلما كان اتساع المنحنى صغيرا . أما إذا أحدثنا بعض التشوه اللدن بالبلورة يحدث اتساع أكبر للمنحنى مما يدل على عدم انتظام المستوى كما كان فى حالته المثالية .



شكل ( ١٩ - ٤ )

## ٢ - اختلاف الخواص الميكانيكية لنفس المادة فى حالاتها المختلفة :

أما الدليل الثانى فيمكن فى الخواص الميكانيكية للجوامد ، فقد وجد أن قوة البلورات الحقيقية أضعف آلاف المرات عن قيمتها المحسوبة بالنظرية الكلاسيكية للمرونة ، فإذا



شكل (١٩ - ٥)

اعتبرنا مستويين ذريين  $B$  ,  $A$  المسافة العمودية بينهما  $d$  كما في شكل ( ١٩ - ٥ ) وأثرنا عليهما بقوة قاصة  $\sigma$  ، ينزلق المستوى  $A$  على  $B$  عندما يصل  $\sigma$  إلى قيمته الحرجة  $\sigma_c$  وعندئذ تكون ذرات  $A$  قد أزيحت من مواقع اتزانها بمقدار  $(d/4)$  ، ويلاحظ أنه عند  $\frac{d}{2}$  تصبح القوة القاصة

صفرية القيمة حيث تتغير القوة

القاصة بشكل دوري بين نقط الشبكة ويكون عندها طاقة الموضع أقل ما يمكن ، أى أن انتقال الذرة إلى موضع يبعد  $\frac{d}{4}$  من موضع اتزانها يجعلها تنزلق بعد ذلك تلقائيا ، ولا تعود ثانية إلى وضعها الأول وتسمى هذه النقطة بنقطة الإذعان yield point وبالحساب التقريبي نجد أن  $\sigma_c = \frac{G}{4}$  باعتبار أن انفعال القص  $\theta = (x/d)$  وقيمته عند نقطة الإذعان هي  $\frac{1}{4}$  . أى أن إجهاد القص الحرج يساوى تقريبا  $\frac{1}{4}$  معامل القص للمرونة

وقيمته للمواد المعتادة بين  $10^{-11}$  و  $10^{-10}$  دايين / سم<sup>٢</sup> .

والآن إذا نظرنا للقيم المقاسة للنسبة بين  $G$  و  $\sigma_c$  لنفس المادة في حالاتها المختلفة

نجد تباينا كبيرا كما هو مبين بالجدول لمادة الألومنيوم . ويعود الاختلاف الكبير فى القيمة  $G / \sigma_c$  للألومنيوم فى أشكاله المختلفة لأثر عيوب الشبكة على الخواص الميكانيكية للمادة .

المادة	معامل القص G	إجهاد القص الحد $\sigma_c$	$G / \sigma_c$
بلورة أحادية من ألومنيوم	$2.5 \times 10^{11}$	$4 \times 10^4$	60,000
ألومنيوم متعدد الحبيبات	$2.5 \times 10^{11}$	$2.6 \times 10^8$	900
ألومنيوم تجارى	$\sim 2.5 \times 10^{11}$	$9.9 \times 10^8$	250
دور ألومين	$\sim 2.5 \times 10^{11}$	$3.6 \times 10^9$	70

### ٣ - الخواص الاتجاهية للتدفق اللدن : Anisotropy of plastic flow

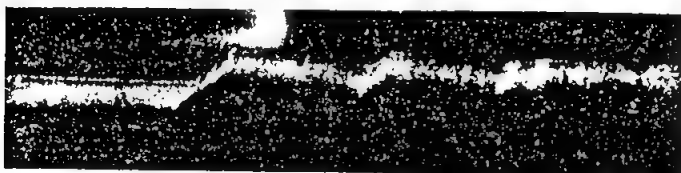
لقد وجد أن عملية الانزلاق فى البلورات الأحادية تتم دائما على مستويات أكثر رص للذرات فى الشبكة كما أن اتجاه الانزلاق يكون فى اتجاه أكثر رص للذرات ، ففى حالة الشبكة التكعيبية متركزة الوجه  $f.c.c$  يكون مستوى الانزلاق هو :

(111) واتجاه الانزلاق هو :  $\langle 110 \rangle$  بينما يكون هذا المستوى فى الشبكة التكعيبية متركزة الجسم  $b.c.c$  هو : (110) ويكون اتجاه الانزلاق  $\langle 111 \rangle$  ويبين شكل (١٩-٦) مستوى الانزلاق واتجاهه فى الشبكة  $f.c.c$  . وكذلك مناطق الانزلاق كما تظهر تحت الميكروسكوب الميتالوجرافى لبلورة أحادية

#### PROBLEM OF PLASTIC DEFORMATION



*Cadmium crystal extended at 250° C*



[From "Kristallplastizität," Boas and Schmid  
*Zinc crystal extended at 300° C*

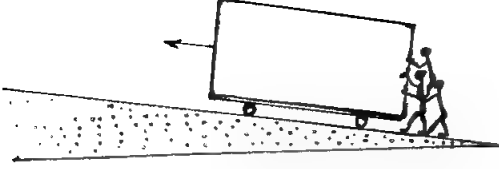
شكل ( ١٩ - ٦ )

ولتفسير حدوث انزلاق كبير على مستويات ذرية معينة دون غيرها كما تظهرها مناطق

الانزلاق ، يفترض وجود عيوب شبكية على هذه المستويات تسهل انزلاق جزء من البلورة



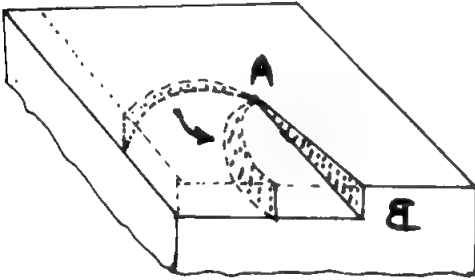
على جزئها الآخر وتشبه هذه العملية ما فعله قدماء المصريين شكله (١٩ - ٧) عند بناء الأهرامات فقد كان نقل الأحجار الثقيلة يتم بطريقة الانزلاق على مستويات مائلة يوضع عليها عصى رفيعة تسهل رفع الأحجار الثقيلة بقوة بشرية صغيرة ، شكل (٧-١٩) .



شكل (٧ - ١٩)

#### ٤ - معدل النمو البلورى :

لوحظ من زمن بعيد أن معدل نمو البلورات أكبر كثيرا من المعدلات المحسوبة باعتبار البلورات التامة ، وأنه كلما كان هناك عيوباً بالمستوى الذى تنمو عليه البلورة كلما ازداد معدل النمو فى هذا الاتجاه ، وفى عام ١٩٤٩م فسر فرانك هذا النمو الشاذ للبلورات بوجود حافة AB على السطح الخارجى للبلورة ( كما فى شكل ( ١٩ - ٨ ) ) أوجدها عيب بلورى



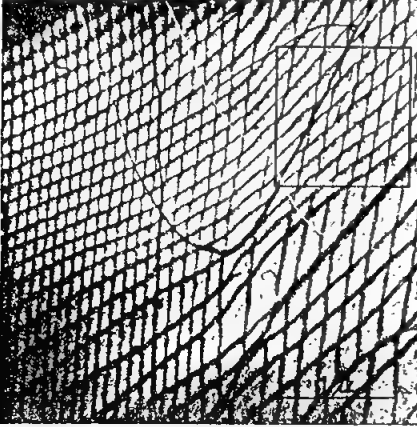
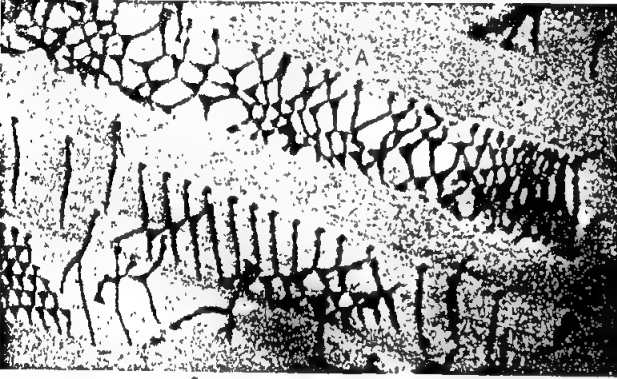
شكل (٨ - ١٩)

فى داخل البلورة ، وتنمو البلورة بدوران هذه الحافة عندما تترسب عليها الذرات من المحلول، وكل دورة كاملة من الحافة يرتفع سطح البلورة بمقدار مستوى ذرى وتعود الحافة إلى ما كانت عليه سابقاً وباستمرار دوران الحافة مع نمو البلورة يتكون ما يسمى ببلورة النمو الحلزونى .

Helical growth spiral

##### ٥ - إظهار عيوب الشبكة ميكروسكوبيا :

بعد اكتشاف قدرة الميكروسكوب الإلكتروني النفاذ Transmission electron microscope على كشف وتصوير التجمعات الذرية داخل البلورات، ظهرت في صور هذا الميكروسكوب خطوطا سوداء لها أشكال معينة ، وقد فسرت هذه الخطوط بوجود عيوب شبكية طولية ، يختلف عندها معامل الاستطارة الذرى للألكترونات عنه في المناطق الخالية من العيوب ، وعلى ذلك فإن زيادة استطارة الألكترونات عند هذه العيوب تظهر خطوطا سوداء كما في شكل ( ٩ - ١٩ )

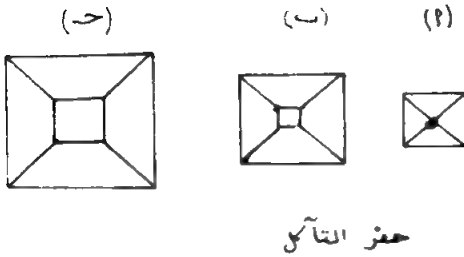


شكل ( ٩ - ١٩ )

## ٦ - ظهور نهايات الانخلاعات على السطوح الخارجية للبلورات :

عند معالجة السطح الخارجى للبلورة بمحلول مخفف من حامض، يهاجم الحامض الأجزاء الضعيفة من البلورة ، وهى الأجزاء المحيطة بنهايات الانخلاعات حيث يوجد العيوب فى ترتيب الذرات وينشأ عن ذلك ما يسمى بحفرة التآكل Etch pit وشكلها هرمى رأسه

داخل البلورة كما هو مبين بشكل ( ١٩ -



( ١٠ ) وإذا أثرنا بقوة تحرك الانخلاع من موضعه ، ثم إذا أعيد معالجة السطح

بالحامض يأخذ الشكل الهرمى لحفرة

التآكل الشكلى ب ، ج حيث تتآكل القمة

الهرمية تاركه شكلا مسطحا .

شكل ( ١٩ - ١٠ )

## ١٨ - ٧ أنواع العيوب الخطية للشبيكة - الانخلاعات :

العيوب الأساسية فى الشبيكة البلورية نوعان :

١ - عيوب نقطية ، وتشمل : الفراغات والذرات البينية والشوائب ، ويمكن بتجميع مثل هذه العيوب ظهور عيوب سطحية أو حجمية كما يحدث فى عملية الترسيب فى المحاليل الصلبة .

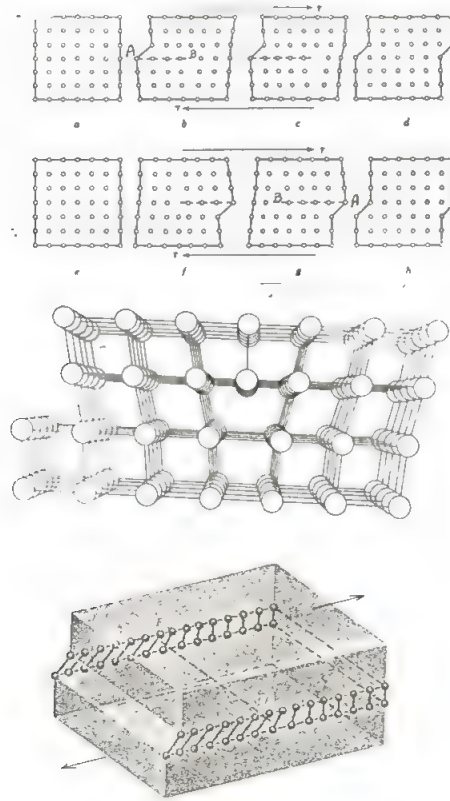
٢ - عيوب خطية ، وتسمى بالانخلاعات وهى نوعان : انخلاع حدى وانخلاع قص .

ويمكن أيضا وجود سطوح معيبة داخل البلورة نتيجة تجميع عدد من الانخلاعات على مستوى معين كما هو الحال فى الأجسام متعددة الحبيبات poly crystalline . فكل حبيبة هى بلورة احادية صغيرة ولكن يختلف اتجاه مستوياتها الذرية عن اتجاه مستويات الحبيبة المجاورة ، ويعتبر السطح الفاصل بينهما ، ويسمى بالحد الحبيبي ، grain boundary . يعتبر مكونا من عدد من الانخلاعات تترتب فى بعدين .

سنركز كلامنا فى هذا الجزء على العيوب الخطية وهى الانخلاعات .

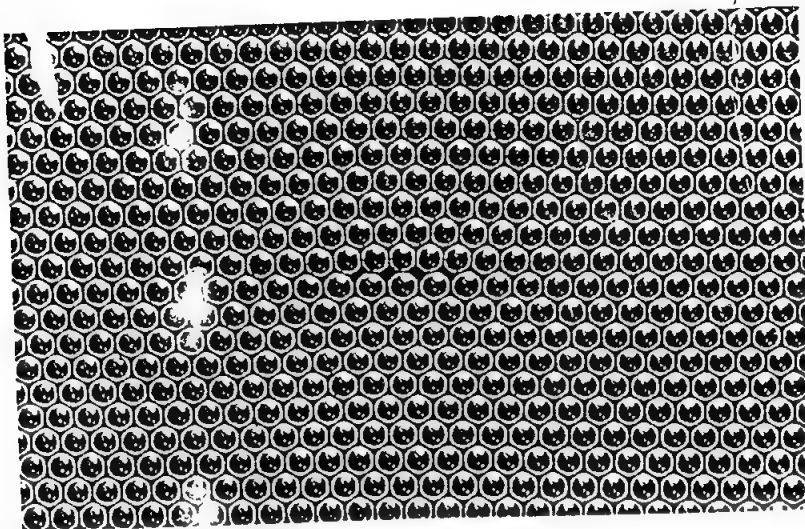
## ١٨- ٨ الانخلاع الحدى :

اكتشف تيلور وأروان ( Taylor and Orowan ) عام ١٩٣٤ م الانخلاع الحدى ، ويتركب من خط فى البلورة ينقص عدد التناسق لجميع الذرات عليه بمقدار الواحد الصحيح عنه فى الأجزاء السليمة من البلورة ، ولكى نتصور كيف يتكون الانخلاع الحدى نعتبر بلورة تامة بلا عيوب ، ونؤثر عليها بإجهاد  $\sigma$  . ونفرض أن AB يمثل مستوى انزلاق بالبلورة (شكل ١٩ - ١١) . يحدث انزلاق كامل على المستوى على مرحلتين : يحدث أولا انزلاق جزئى ينحشر فيه مستوى ذرى أو أكثر بين المستويات الأخرى مكونا انخلاعا حديا . فإذا استمر الانزلاق حتى يخرج الانخلاع من الجهة الأخرى للبلورة تعود البلورة لحالتها التامة بلا عيوب ، ولكن يظهر على سطحها سلمتين كما هو مبين بشكل ( ١٩ - ١١ ) .



شكل ( ١٩ - ١١ )

يتكون الانخلاع الحدى بالانزلاق الجزئى حيث يتكون خط عمودى على مستوى الورقة وعلى متجه الانزلاق تكون جميع الذرات عليه أقل بمقدار الواحد الصحيح فى عدد تناسقها مع جيرانها ، ويتحرك هذا الخط على مستوى الانزلاق AB . وتبين الصورة بشكل (١٩-١٢) مستوى ذريا به انخلاع حدى ، ولكى تراه واضحا انظر مماسيا للورقة .



## ١٨ - ٩ انخلاع القص :

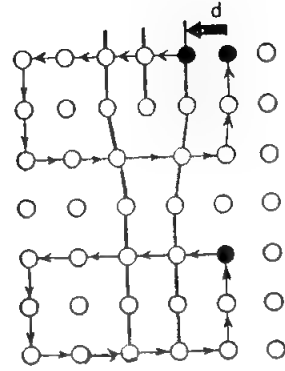
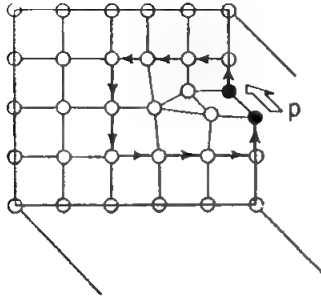
بعد اكتشاف الانخلاع الحدى بأعوام قليلة وضع برجر Burger تصوره لانخلاع آخرسمى انخلاع القص يكون لذراته نفس عدد التناسق ، ولكن يتشوه الشكل الفراغى المكون من أقرب جيران ، ويحدث ذلك عند التأثير على البلورة بقوة قاصة تحدث فيها انزلاقا جزئيا كما هو مبين بشكل ( ١٩ - ١٣ ) .



३५०

إذا كانت الشبكة تامة أما إذا لم تقفل الدائرة فإن المتجه الذي يقفلها هو متجه بورجر

$$b = \int_C \frac{\delta u}{\delta s} ds = u' - u$$



شكل ( ١٩ - ١٤ )

## ١٨ - ١١ خواص الانخلاع :

يتميز الانخلاعات في الشبكة البلورية الصفات التالية :

١ - لا يمكن لأي انخلاع أن ينتهي بطرف حر ومطلق في الشبكة ، فإما أن يقفل على

نفسه مكونا خية loop أو ينتهي طرفاه عند سطح حر داخلي أو خارجي في البلورة .

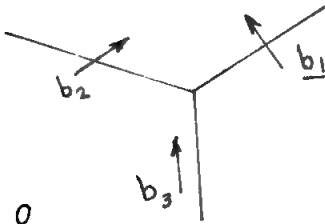
٢ - يمكن تكون نظام شبكي من الانخلاعات في البلورة ، فعندما يتقابل انخلاعين أو

يتقاطعا تتكون عقده node تصبح نقطة تثبيت للانخلاع في الشبكة ، وينطبق قانون

البقاء على متجهات بورجر للانخلاعات المتقابلة في نقطة حيث يكون  $\sum_i b_i = 0$

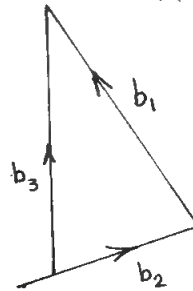
ويشبه هذا القانون قانون كيرشوف في الكهربائية للتيارات المتقابلة في نقطة ( انظر

شكل ١٩ - ١٥ ) .



$$\sum b_i = 0$$

شكل ( ١٩ - ١٥ )



٣ - كثافة الانخلاع في بلورة تعرف بالطول الكلى للانخلاع في وحدة الحجم أى أن

$$\rho = L/V$$

٤ - الطاقة الحرة للانخلاع دائما موجبة ولا يوجد أبدا الانخلاع في حالة اتزان حرارى .

٥ - أى قوة مؤثرة على بلورة تعطى انخلاعات حدية أو قص أو الاثنين معا على شكل انخلاع عام له مركبه حدية وأخرى قص ، ولا يعتمد ذلك على سطح البلورة .

٦ - أى إجهادات داخلية في البلورة يمكن تحليلها وترجييعها لوجود انخلاعات صغيرة .

٧ - التعريف بالانخلاع يتم بتحديد مقدار متجه بورجر واتجاهه ويكتب هكذا  $[hk/]$   $b^2$

حيث  $b$  هو مقدار متجه بورجر ،  $[hk/]$  اتجاهه ، أما لماذا يكتب مربع  $b$  فسنعرف

فيما بعد أن طاقة الانخلاع تتناسب مع مربع متجه بورجر فمثلا في بلورة f.c.c.

يكون مستوى الانزلاق هو (111) واتجاه الانزلاق

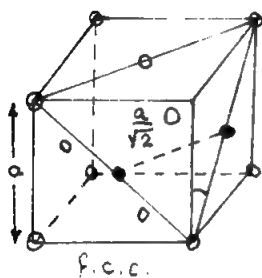
[ 110 ] والمسافة بين ذرتين متجاورتين على هذا

المستوى هي  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  وعلى ذلك يعرف انخلاع

الوحدة unit - dislocation في البنية f . c . c.

بالرمز [ 110 ]  $\frac{1}{2}$  مع اعتبار البعد الشبكي  $a$

يساوى الوحدة . شكل ( ١٩ - ١٦ )



شكل ( ١٩ - ١٦ )

١٨ - ١٢ طاقة الانفعال حول الانخلاع Strain energy of a dislocation :

اعتبر وسطا مرنا غير متجه الخواص isotropic به انخلاع قص . يكون متجه الإزاحة

$\bar{u}$  لكل نقطة في فراغ البلورة موازيا لخط الانخلاع ؛ لحساب طاقة الانفعال حول

الانخلاع نوجد الشغل المبذول في إزاحة كل ذرة من موضع اتزانها الأصلي إلى موضعها

بعد الانخلاع ، يكون مجموع هذا الشغل لكل ذرات الوسط المحيط بالانخلاع هو طاقة

الانفعال للانخلاع .



يجب أن تتوفر هنا ثلاثة شروط تملئها نظرية المرونة للأجسام

١ - أن يكون الجسم كله فى حالة اتزان ، ويستوفى هذا الشرط إذا كان :

$$(1 - 2 \nu) \Delta \bar{u} + \text{grad div } \bar{u} = 0$$

حيث  $\nu$  هى نسبة بواسون .

٢ - إذا عملنا دائرة بورجر  $S$  حول الانخلاع فإن المتجه الذى يقفلها يكون متجه بورجر  $\underline{b}$

حيث

$$\int_C \frac{\delta u}{\delta s} dS = \bar{u}_{M'} - \bar{u}_M = \underline{b}$$

٣ - ألا يكون هناك أى إجهادات على سطح البلورة أى أن

$$\sigma_{\text{surface}} = 0$$

وحل هذه المعادلات حلا رياضيا سليما ليس أمرا سهلا ، ولكننا نكتفى بالطريقة

التقريبية التالية التى تعطينا نتائج مرضية تماما .

## ١٨ - ١٣ مجال الانفعال حول انخلاع قص :

لا يوجد حول انخلاع قص أى ضغط هيدروستاتيكي كما هو الحال فى حالة الانخلاع

الحدى ، ويتناسب الانفعال عند أى نقطة تناسباً عكسياً مع بعد النقطة عن الانخلاع ، فإذا

كان  $\underline{b}$  هو متجه بورجر للانخلاع  $AB$  فى وسط غير متجه الخواص فإن انفعال القص،  $\varepsilon$  ،

على بعد  $r$  من الانخلاع يعطى بالمعادلة :

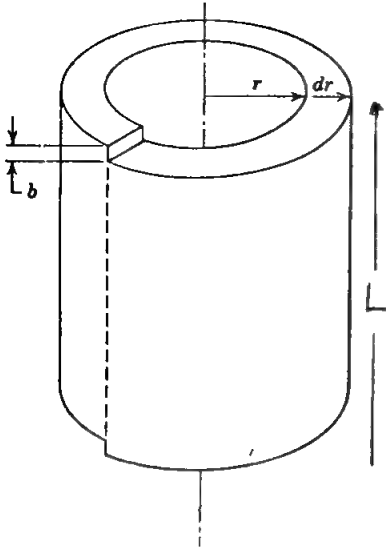
$$\varepsilon_r = \frac{b}{2 \pi r} \quad (\text{انظر شكل ( ١٩ - ١٧ )})$$

وبفرض إمكان تطبيق نظرية هوك لمرونة الأجسام يكون الإجهاد الداخلى عند نقطة

تبعد مسافة  $r$  من الانخلاع هو

$$\sigma_r = G \cdot \varepsilon_r = G b / 2 \pi r$$

حيث  $G$  معامل المرونة للقص . ويتناقص الإجهاد بمعدل يتناسب مع مقلوب البعد عن



شكل (١٩ - ١٧)

الانخلاع .

اعتبر أسطوانة في جسم البلورة محورها خط  
الانخلاع ، نقسم الأسطوانة إلى شرائح أسطوانية  
لها نفس المحور ونعتبر إحداها التي تقع على البعد  
بين  $r$  &  $r + dr$

طاقة المرونة بالشريحة نتيجة للقص لوحدة  
الحجوم هي :

$$\int \sigma d\epsilon = \int G \epsilon d\epsilon = \frac{1}{2} G \epsilon^2$$

وعلى ذلك تكون الطاقة المخزنة في الشريحة :

$$dE = \frac{1}{2} G \left( \frac{b}{2\pi r} \right)^2 \cdot dV$$

حيث  $dV$  هو حجم الشريحة ويساوى

$$dV = 2\pi r dr \cdot L$$

حيث  $L$  هو طول الانخلاع ( وهو هنا طول الأسطوانة )

نجرى عملية تكامل لجميع الشرائح بين البعدين  $R$  &  $r_0$

حيث  $r_0$  هو لب الانخلاع dislocation core والذي لا يصح عنده تطبيق نظرية هوك

للمرونة ،  $R$  هو المدى داخل البلورة الذي يتوقف بعده تأثير الانخلاع الانفعالي .

طاقة انخلاع القص لكل وحدة طول هي

$$E = \int_{r_0}^R \frac{G b^2}{2\pi r} dr = \frac{G b^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} / \text{cm} .$$

ويجب ألا نعتبر  $r_0 = 0$  وإلا أصبحت قيمة  $E$  لا نهائية ونعتبر المادة داخل أسطوانة

نصف قطرها  $r_0$  ( عادة تكون  $r_0$  أقل من  $2b$  ) هي لب الانخلاع ، ولتقدير طاقة الانفعال

داخله نوجد الطاقة اللازمة لصهر هذا الجزء المعيب من البلورة ، فإذا كانت  $L_1$  هي الحرارة

الكامنة للانصهار لكل ذرة تكون طاقة انصهار اللب لكل سم هي

$$w^1 = \frac{\pi (2b)^2 \times 1}{\Omega} \cdot L_f$$

حيث  $\Omega$  هو الحجم الذرى ،  $b$  هو متجه بورجر ،

وعلى ذلك تكون طاقة انخلاع القص لكل وحدة طول هى

$$E = \frac{G b^2}{4 \pi} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{4 b^2}{\Omega} \cdot L_f$$

. وبالحساب نجد أن الحد الثانى من هذه المعادلة صغير القيمة جدا بالنسبة للحد الأول ،

وعلى ذلك يمكن إهماله بدون خطأ يذكر .

كما أنه يمكن تقريب الحد الأول باعتبار أن قيمة  $R$  عادة لا تزيد عن ١٠٠ سم أى

$10^{10} \text{ } ^\circ\text{A}$  وأن  $r_0 \simeq 2 \text{ } ^\circ\text{A}$  ، وعلى ذلك تقترب قيمة  $\ln \frac{R}{r_0}$  من القيمة  $4 \pi$  فى مقام الحد

الأول .

وعلى ذلك تصير المعادلة  $E \simeq G \cdot b^2$  هى معادلة طاقة الانخلاع ، ويمكن التحقق مع

إثبات أن هذه المعادلة تنطبق أيضا على طاقة الانخلاع الحدى تماما كما هى صالحة

لأنخلاع القص .

ويمكن الحساب التقريبى لطاقة الانخلاع لكل سم كما يلى :

$$b \simeq 2 \times 10^{-8} \text{ cm} ; G \simeq 10^{11} ; 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-12} \text{ ergs}$$

$$\therefore E = G b^2 = \frac{10^{11} \times 4 \cdot 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-12}} \simeq 2.5 \times 10^7 \text{ eV / cm}$$

قيمة هذه الطاقة كبيرة جدا بالنسبة لطاقة التهيج الحرارى  $k T$  والتى تساوى عند درجة

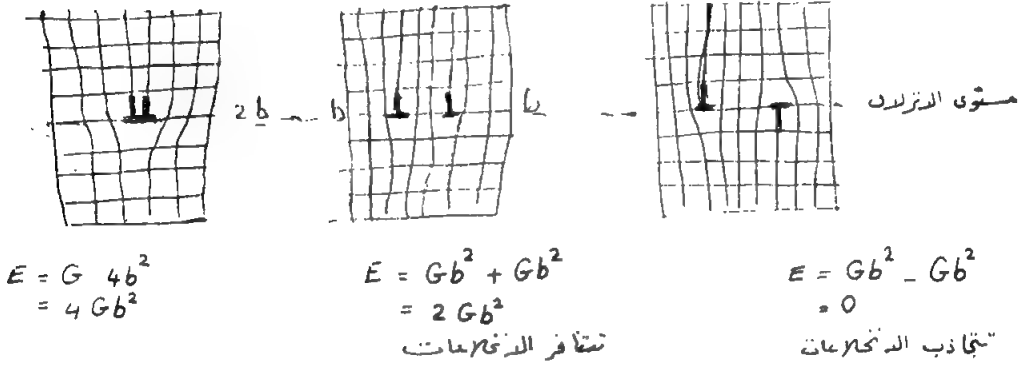
حرارة الغرفة حوالى  $2.6 \times 10^{-2} \text{ eV}$  ، وعلى ذلك لا يمكن لطاقة التهيج الحرارى تكوين

انخلاعات فى البلورة كما هو الحال فى حالة الفراغات التى توجد دائما فى حالة اتزان

ديناميكى حرارى فى البلورة :

## ١٨ - ١٥ نتائج مترتبة على كبر طاقة الانفعال للانخلاع :

**أولا :** نتيجة لأن طاقة الانخلاع متناسبة مع مربع متجه بورجر لذلك فإن انخلاعا متجه بورجر له  $2b$  تكون طاقته متناسبة مع  $4b^2$  بينما مجموع طاقتي انخلاعين منفردين متجه بورجر لكل منهما  $b$  هي  $b^2 + b^2$  أى  $2b^2$  فقط . واستنادا إلى قاعدة أقل طاقة حرة ، والتي تنص على وجوب أن تكون الطاقة الحرة لأى تفاعل أقل ما يمكن ، لذلك يتنافر كل انخلاعين لهما نفس الإشارة بينما ينجذب كل انخلاعين إشارتهما مختلفة ، وشكل (١٨-١٩) يوضح التفاعل البينى للانخلاعات .



شكل ( ١٨ - ١٩ )

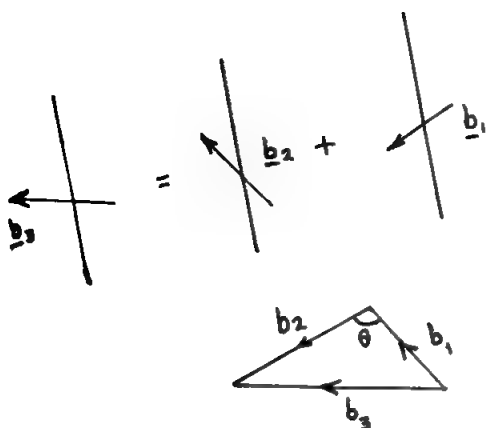
**ثانيا :** نتيجة أخرى لكبر طاقة الانخلاع لوحدة الأطوال ولكى تصوير الطاقة الحرة للانخلاع أقل ما يمكن يعمل خط الانخلاع على أن يكون طوله أقصر ما يمكن دائما ، ويؤدى ذلك إلى ظهور شد دائم فى خط الانخلاع line tension كما هو الحال فى سلك مرن مشدود ، وتعطى هذه الصفة لخط الانخلاع إمكانية الإهتزاز فى مجال إجهاد متردد ، ويتبع ذلك ظهور أنتروبيا للحركة .

**ثالثا :** اتحاد الانخلاعات أو تفككها يتم وفقا للقاعدة الآتية :

نفرض انخلاعين متجه بورجر لهما  $b_1$  &  $b_2$  بينهما زاوية  $\theta$  شكل (١٩-١٩)

بتطبيق قاعدة جمع المتجهات يكون متجه بورجر المحصل لهما هو  $b_3$  حيث

$$b_3 = b_1 + b_2$$



أما عن طاقة الانخلاع المحصل فنحصل عليها من مربعات متجهات بورجر فتكون طاقة الانخلاع المحصل ( resultant ) مساوية

$$E = G ( b_1^2 + b_2^2 + 2 b_1 b_2 \cos \theta )$$

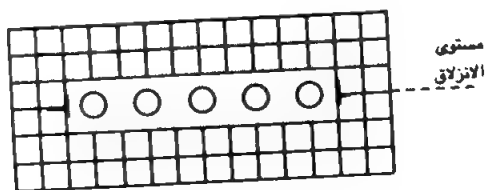
وهنا تظهر الحالات التالية :

١ - إذا كانت  $\theta = 0$  وأن  $b_1 = b_2 = b$  ، شكل ( ١٩ - ١٩ )

أى فى حالة انخلاعين متماثلين لهما نفس الاتجاه ، تساوى الطاقة المحصلة لهما  $4 b^2$  وهذه القيمة أكبر من مجموع طاقتى الانخلاعين وهم فرادى ، ولذلك يحدث تنافر بينهما حتى لا تزداد الطاقة الحرة فى البلورة .

٢ - إذا كانت  $\theta = 180$  نجد أن الطاقة المحصلة تساوى الصفر أى أن الطاقة الحرة تنقص ، ولذلك يحدث تجاذب بين الانخلاعين المتماثلين المختلفين الاتجاه مما يسبب تلاشيها تماما من البلورة .

وإذا لم يكن للانخلاعين نفس مستوى الانزلاق كما فى شكل ( ١٩ - ٢٠ ) يتلاشى الانخلاعين تاركين أما صفا من الفراغات أو صفا من الذرات البينية interstitial atoms .



شكل ( ١٩ - ٢٠ )

## ١٨ - ١٦ تعيين طاقة الانخلاع عمليا :

يستخدم المسعر الايسوثرمالى فى قياس كمية الطاقة المتحررة فى بلورة مشوهة نتيجة لتخميرها فى درجة حرارة مرتفعة حتى تتحرر كمية من الانخلاعات يمكن تحديد كثافتها بواسطة الميكروسكوب الالكترونى .

تسخين المسعر الايسوثرمالى يتم بمعدل ثابت حيث ترتفع درجة حرارته بمعدل ثابت ينتج عنه خط مستقيم فى منحنى التغير بين درجة الحرارة والزمن (كما فى شكل ( ١٩ - ٢٠ ) .

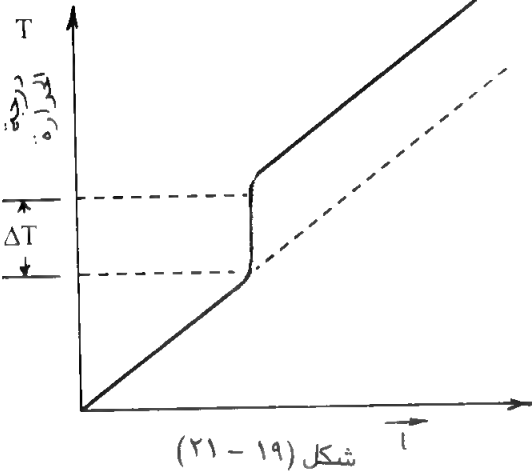
عند وضع بلورة مشوهة تشويها لدنا فى المسعر وإعادة التسخين نحصل على كتف فى خط التسخين ينشأ عن تحرر عدد من الانخلاعات معطية طاقاتها للمسعر .

من الزيادة فى درجة الحرارة  $\Delta T$  وبمعرفة كتلة البلورة  $m$  وحرارتها النوعية  $C$  تكون كمية الحرارة التى تحررت هى  $m \cdot c \cdot \Delta T$

وباستخدام الميكروسكوب المنفذ يمكن قياس كثافة الانخلاعات قبل وبعد عملية التسخين فى المسعر لمعرفة كمية الانخلاعات التى أزيلت بالتسخين . من ذلك نحصل على الطول الكلى للانخلاعات فى وحدة الحجم والتى أزيلت خلال التجربة ، ومن معرفة كمية الطاقة التى تحررت يمكن إيجاد طاقة الانخلاع لوحدة الأطوال . وقد أثبتت التجربة مطابقة القيم المقاسة عمليا بالقيم المحسوبة نظريا .

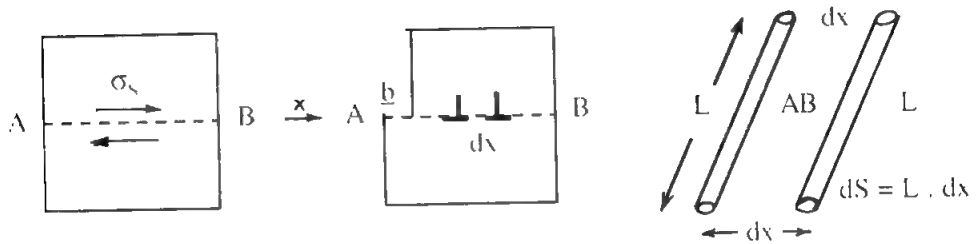
## ١٨ - ١٧ تكاثر الانخلاعات Multiplication of dislocations :

تتكون الانخلاعات بتأثير إجهادات مرتفعة تزيد على إجهاد الإذعان للمادة ، كما يحدث عادة فى حالة التشوه اللدن plastic deformation ولكن يحدث تكاثر للانخلاعات فى



كثير من الحالات دون الحاجة لهذه الإجهادات المرتفعة . ويتم هذا التكاثر عن طريق إجهاد صغير ، يؤثر فى مستوى الانزلاق على الانخلاع بقوة تتسبب فى انزلاقه إذا كان حرا أو تقوسه إن كان مثبتا من طرفيه .

ولحساب القوة المؤثرة على الانخلاع لوحدة الأطوال نعتبر بلورة حيث A B هو مستوى انزلاق انخلاع حدى عليه كما هو مبين بشكل ( ١٩ - ٢٢ ) نتج عن التأثير على البلورة بإجهاد  $\sigma_s$  على مستوى الإنزلاق A B .



شكل ( ١٩ - ٢٢ )

إذا أزيح الانخلاع مسافة  $dx$  فإنه يكتسح مساحة  $dS$  على مستوى الانزلاق . وإذا كان طول الانخلاع  $L$  تكون هذه المساحة هي

$$dS = L \cdot dx$$

القوة المؤثرة على الانخلاع لتحث الانزلاق مساحة  $dS$  بواسطة الإجهاد  $\sigma_s$  هي :

$$F_s = \sigma_s \cdot dS$$

وإذا كان  $b$  هو متجه بورجر فإن الشغل المبذول لهذه الإزاحة هو  $b \cdot ds$  .

ومن ناحية أخرى اذا كانت القوة المؤثرة على الانخلاع لوحدة الأطوال منه هي  $F_L$

فإن الشغل المبذول من القوة لإزاحة الانخلاع مسافة  $dx$  هو  $F_L \cdot dx$  ويكون الشغل الكلى

$$dW = F_L \cdot L \cdot dx$$

المبذول لطول  $L$  من الانخلاع هو

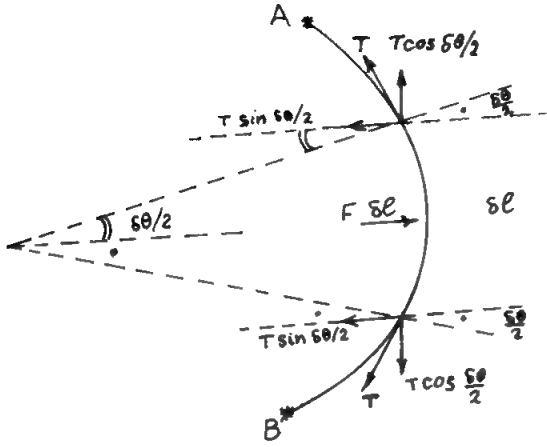
$$dW = \sigma_s \cdot dS \cdot b = F_L \cdot L \cdot dx$$

وبذلك يكون

$$dS = L \cdot dx \text{ ولكن وعلى ذلك يكون}$$

$$F_L = \sigma \cdot b$$

أى أن القوة على وحدة الأطوال من الإنخلاع تساوى قيمة الإجهاد على مستوى الانزلاق مضروباً فى متجه بورجر . وهذه القوة تكون دائماً فى اتجاه عمودى على خط الإنخلاع .



ويكون انحناء الانخلاع المثبت من طرفيه بتأثير هذه القوة تماماً كأنحاء الأوتار المشدودة . فإذا اعتبرنا انخلاع AB مثبتاً من طرفيه يتقوس تحت تأثير قوة F .

نأخذ قطعة من الانخلاع طولها  $\delta l$  تعمل زاوية  $\delta \theta$  عند مركز الانحناء كما هو مبين فى الشكل ( ١٩ - ٢٣ ) .

شكل ( ١٩ - ٢٣ )

ونفرض أن T هو الشد فى الانخلاع .

وبتحليل القوة المؤثرة على هذا الجزء تكون القوة  $F \delta l$  مساوية لمركبتى الشد فى الاتجاه

الأفقى بينما يتلاشى مركبتى الشد  $T \cos \frac{\delta \theta}{2}$  فى الاتجاه العمودى .

$$F \delta l = 2 T \sin \frac{\delta \theta}{2}$$

أى أن

وإذا كانت  $\delta \theta$  صغيرة فإن

$$\therefore F = T \left( \frac{\delta \theta}{\delta l} \right)_{\delta \theta \rightarrow 0}$$

ومن تعريف نصف قطر الانحناء  $\rho$  فإن

$$\rho = \lim_{\delta \theta \rightarrow 0} \left( \frac{\delta l}{\delta \theta} \right)$$

$$T = G b^2$$

ومن طاقة الانخلاع فإن الشد فيه يساوى



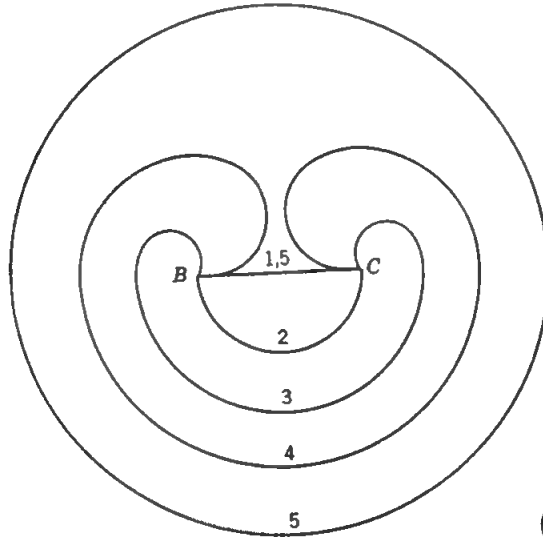
$$\rho = \frac{G b}{\sigma} \quad \text{وعلى ذلك فإن :}$$

أى أن نصف قطر الانحناء يقل كلما ازداد الاجهاد على مستوى الانزلاق . أى أن الانخلاع يزداد تكورا كلما إزداد الإجهاد عليه .

**مصدر تكاثر الانخلاع لغرانك وريد** : Frank - Read source

اعتبر الجزء من الانخلاع المثبت من طرفيه عند B,C عند التأثير بإجهاد  $\sigma$  تكون القوة المؤثرة على خط الانخلاع هى  $b \cdot \sigma$  حيث  $b$  هو متجه بورجر ، ويتوقف نصف قطر انحناء خط الانخلاع على الإجهاد  $\sigma$  .

إذا زيد الإجهاد تدريجيا ، وازدادت القوة المؤثرة على الانخلاع بالتبعية يزداد تقوس خط الانخلاع حتى يصبح نصف دائرة كما هو مبين بشكل ( ١٩ - ٢٤ ) وبعدها يصبح الوضع غير مستقر فيتمدد الانخلاع باطراد كما مبين حتى يتقابل فرعا الانخلاع



شكل ( ١٩ - ٢٤ )

ويكون عندئذ متجهى بورجر للفرعين المتقابلين فى اتجاهين متضادين فيلاشئ أحدهما الآخر ، وينتج عن استمرار التمدد حلقة دائرية من الانخلاع يعود بعدها خط الانخلاع الأسمى C. إلى ما كان عليه ، ويعيد الكرة مرة بعد أخرى مكونا حلقات متتالية من

الانخلاعات .

ويتسبب خروج هذه الانخلاعات المتتالية لسطح البلورة في ظهور ما يسمى بمنطقة انزلاق slip band تجعل من مستوى الانزلاق الموجود عليه مصدر فرائك وريد للتكاثر مستوى نشط ، بخلاف المستويات الذرية الأخرى التى لا تظهر أى انزلاق .

## مسائل علي الباب التاسع عشر

١ - كم من السعرات تتحرر نتيجة زوال الانخلاعات من 20 cc من النحاس المشغل على البارد cold-worked عند تخميره في درجة حرارة مرتفعة إذا كانت الكثافة الابتدائية للانخلاعات  $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  . اعتبر أن طاقة الإنخلاع هي 1 eV لكل طول  $1 \text{ Å}$  .

٢ - بلورة أحادية من النحاس بها حد مزاح ذو زاوية صغيرة low angle tilt boundary على المستوى (010) ومحور الإزاحة tilt axis يوازي الاتجاه [001] . أوجد زاوية الإزاحة إذا كان البعد بين كل انخلاعين في المستوى  $1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

٣ - أوجد قيمة الإجهاد الحرج الذي يبدأ في تشغيل مصدر فرانك وريد لتكاثر الانخلاع إذا كان طول فرع شبكة الانخلاعات بالبلورة هو  $10^{-4} \text{ cm}$  ومتجه بورجر  $b = 2.5 \times 10^{-8} \text{ cm}$  .

( معامل القص للبلورة  $G = 2 \times 10^{11} \text{ dynes / cm}^2$  )

## النظام الدولي للوحدات

- المتر : طول مسار الضوء في الفراغ لمدة ( 458 792 1/299 ) من الثانية .
- الكيلوجرام : وحدة الكتلة .
- الثانية : المدة الزمنية التي تعادل ( 9192631770 ) دورة إشعاع بين المستويات الدقيقة الأرضية للطاقة في ذرة سيزيوم ١٣٣ .
- الأمبير : هو التيار الذي إذا مر في سلكين لا نهائين ومتوازيين في الفراغ تحدث بين السلكين قوة تساوى  $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$
- كلفن : وحدة الدرجة الترموديناميكية وتساوى ( 1/273.16 ) من الدرجة الترموديناميكية للنقطة الثلاثية للماء .
- المول : كمية المادة في نظام يحتوى على مكونات أولية كعدد الذرات في ( 0.012kg ) من الكربون ١٢ .
- كاندلا : الشدة الضيائية في اتجاه ما من مصدر إشعاع أحادى اللون تردده  $( 540 \times 10^{12} \text{ H z} )$  وتكون شدته الإشعاعية في هذا الاتجاه ( 1 / 683 ) واط لكل سترديان .
- $\pi = 3.141\ 592\ 653 \dots$
- $e = 2.718\ 281\ 828 \dots$
- $\ln 10 = 2.302\ 585\ 092 \dots$
- 1 in = 25.4 mm      1 lb = 0.453 kg
- 1 ft = 0.3048 m      1 cal = 4.184 J
- 1 mile = 1.609344 km

## الثوابت الفيزيائية الأساسية

القيمة	الرمز	الكمية
$299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$	C	سرعة الضوء في الفراغ
$4\pi \times 10^{-7}\text{ N A}^{-2}$	$\mu_0$	قابلية الفراغ permeability
$8.85 \times 10^{-12}\text{ F m}^{-1}$	$\epsilon_0$	نفاذية الفراغ permittivity
$6.67 \times 10^{-11}\text{ m}^3\text{ kg}^{-1}\text{ s}^{-2}$	G	ثابت نيوتن للجاذبية
$6.626 \times 10^{-34}\text{ J s}$	h	ثابت بلانك
$1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$	e	شحنة الإلكترون
$2.07 \times 10^{-15}\text{ wb}$	$\phi_0$	كمية الفيض المغنطيسي (h/2e)
$4.83597 \times 10^{-14}\text{ HzV}^{-1}$	2e/h	نسبة تردد إلى فولط جوزيفن
$25812.8\ \Omega$	$R_H$	مقاومة هول المكماة ( $h/e^2$ )
$10973731\text{ m}^{-1}$	$R_\infty$	ثابت ريدبرج
$0.529177 \times 10^{-10}\text{ m}$	$a_0$	نصف قطر بوهر
$2.818 \times 10^{-15}\text{ m}$	$r_e$	نصف قطر الإلكترون
$9.274 \times 10^{-24}\text{ J T}^{-1}$	$\mu_B$	بوهر ماجنتون ( $eh/2m_e$ )
$9.109 \times 10^{-31}\text{ kg}$	$m_e$	كتلة الإلكترون
$1.6726 \times 10^{-27}\text{ kg}$	$m_p$	كتلة البروتون
$1.6749 \times 10^{-27}\text{ kg}$	$m_n$	كتلة النيوترون
$6.022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$	$N_A$	ثابت أفوجادرو
$96485309\text{ C mol}^{-1}$	F	ثابت فاراداي
$8.31451\text{ J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$	R	ثابت الغاز الجزيئي
$1.38 \times 10^{-23}\text{ J K}^{-1}$	k	ثابت بولتزمان (R/NA)
$5.67 \times 10^{-8}\text{ Wm}^{-2}\text{ K}^{-4}$	$\sigma$	ثابت ستيفان - بولتزمان

$9.80665 \text{ m s}^{-2}$	g	عجلة الجاذبية للسقوط الحر
$101325 \text{ Pa}$	atm	الضغط الجوي القياسي
$1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$	a.m.u	وحدة الكتلة الذرية ( a.m.u )
$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$	eV	الإلكترون فولط

### بعض التكاملات القياسية

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = 1/2 \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx = 1/\lambda^2$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\lambda x^2} dx = 1/4 \sqrt{\frac{\pi}{\lambda^3}}$$



## فهرس الكتاب

٥	مقدمة
٧	الباب الأول
٧	فيزياء إحصائية
٧	الخواص الطبيعية للمواد
٩	نظرية الحركة للغاز
١١	معادلة الحالة للغاز التام
١١	حساب ضغط الغاز
١٣	تصادم الجزيئات مع الجدران
١٦	دفع الجزيئات للجدران
١٨	متوسط مربع سرعة الجزيئات
١٨	المعادلة العامة للغازات
٢٠	درجات الحرية وقانون تساوى توزيع الطاقة
٢٠	نص القانون
٢١	استنتاج قوانين الغازات من معادلة الضغط
٢٢	تعيين جذر متوسط مربع السرعة للجزيئات
٢٣	تعريف الإلكترون فولط
٢٦	حيود الغازات الحقيقية عن تصرف الغاز التام
٢٦	درجة حرارة بويل
٢٦	تفسير الحيود
٢٧	معادلة فان ديرفال للغازات الحقيقية
٢٨	إيجاد الثوابت عمليا



## ٣٩ ..... الباب الثانى

- ٣٩ ..... إحصاء ماكسويل - بولتزمان
- ٣٩ ..... دالة التوزيع لمكسويل
- ٤٠ ..... قانون تغير ضغط الهواء الجوى مع الارتفاع عن سطح الأرض
- ٤٦ ..... تحقيق قانون ماكسويل عمليا
- ٤٨ ..... الحرارة النوعية للغازات والسوائل على أساس إحصائى
- ٥٠ ..... الحرارة النوعية للجوامد
- ٥١ ..... متوسط طول المسار للجزيئات
- ٥٣ ..... دالة توزيع المسارات الحرة

## ٦١ ..... الباب الثالث

- ٦١ ..... ظواهر الانتقال
- ٦١ ..... الظواهر الطبيعية التى تتوقف على الانتقال
- ٦١ ..... ظاهرة اللزوجة
- ٦٣ ..... إيجاد عدد الجزيئات الذى يعبر ١ سم<sup>٢</sup> فى الثانية
- ٦٤ ..... إيجاد متوسط الارتفاع الذى تأتى منه الجزيئات لتعبر المساحة
- ٦٥ ..... إيجاد معامل لزوجة الغاز
- ٦٧ ..... إيجاد معامل التوصيل الحرارى
- ٦٩ ..... الانتشار فى الغازات

## ٧٥ ..... الباب الرابع

- ٧٥ ..... إحصاء ماكسويل وبولتزمان
- ٧٥ ..... فراغ الطور
- ٧٥ ..... الحالة الماكرونية والحالة الميكرونية
- ٧٦ ..... الاحتمال الديناميكى الحرارى
- ٧٨ ..... دالة التقسيم

٨٠	الأنثروبيا والاحتمال ....
٨١	إيجاد قيمة دالة التقسيم بدلالة دوال الحالة فى الديناميكا الحرارية
٨٩	<b>الباب الخامس</b>
٨٩	النظرية الذرية للحالة الصلبة
٨٩	الذرة وحدة المادة
٩٠	معادلة رذر فور للتشتيت
٩٢	حساب عدد جسيمات $\infty$ التى تنحرف بزاوية معينة
٩٤	صعوبات هذا النموذج
٩٥	نظرية بوهر للتركيب الذرى
٩٥	فروض بوهر
٩٥	الحالات الكمية للإلكترون فى الذرة
٩٦	طيف ذرة الأيدروجين
٩٧	قياس جهد الإثارة
٩٩	حركة الإلكترونات فى قطع ناقص
٩٩	فرض دى برولى
١٠٠	إيجاد طول موجة دى برولى عمليا وتجربة دافيسون وجيرمر
١٠٢	مشكلة الإثير
١٠٣	مبدأ عدم اليقين لهيزنبرج
١٠٧	<b>الباب السادس</b>
١٠٧	معادلة شرودنجر الزمنية
١٠٩	المعنى الطبعى للدالة $\Psi$
١١٠	الحالة العيارية
١١٠	الحالة العمودية
١١١	معادلة شرودنجر الغير زمنية

١١٢	الإلكترون فى بئر جهد قائم .....
١١٤	قيم الطاقة
١١٥	ظاهرة الانفاق
١٢١	<b>الباب السابع</b>
١٢١	ذرة الإلكترون الواحد
١٢٦	التغيير الطيفى
١٢٦	المعنى الطبيعى لإعداد الكمية $n, l, m_l$
١٢٨	تفسير ظاهرة زيمان
١٣٠	طاقة الموضع المغناطيسية
١٣٢	حركة الإلكترون مغزليا
١٣٣	تحقيق وجود الحركة المغزلية للإلكترون عمليا
١٣٥	مبدأ باولى ..
١٣٥	الجدول الدورى
١٤١	<b>الباب الثامن</b>
١٤١	الذرة متعددة الإلكترونات
١٤١	نموذج المتجهات للذرة
١٤١	الربط بين الإلكترونات
١٤٣	حركة إلكترون الذرة فى مجال مغناطيسى
١٤٥	نظرية الطاقة المغناطيسية
١٤٧	فى حالة مجال مغناطيسى قوى « وتأثير زيمان المعتاد »
١٤٨	أثر زيمان الشاذ
١٥١	حساب معامل لاندى للانقسام
١٥٣	حساب تأثير زيمان الشاذ لخطى الصوديوم

١٥٥	الباب التاسع
١٥٥	فيزياء الجوامد
١٥٦	منحنى طاقة الموضع
١٥٧	انواع الجوامد المتبلورة
١٥٧	البلورات الأيونية
١٥٧	البلورات الجزيئية
١٥٨	البلورات التساهمية
١٥٩	البلورات الفلزية
١٦٠	التركيب البلورى
١٦٠	تعريف الشبكة الفراغية
١٦٠	شبيكات برافية الأربعة عشر
١٦١	المجاميع البلورية . ووحدة الخلية
١٦٢	تعيين أبعاد وحدة الخلية بمعرفة الكثافة والتركيب البلورى للمادة
١٦٢	معاملات ميلر
١٦٥	طرق تنمية البلورات الأحادية
١٦٧	طريقة التنمية من المصهور
١٦٨	طريقة الصهر النطاقي
١٧٤	إيجاد التركيب البلورى بواسطة أشعة (X)
١٩٣	الباب العاشر
١٩٣	الخواص الكهربائية للجوامد
١٩٣	النظرية الالكترونية فى الفلزات
١٩٥	ظاهرة توماس
١٩٥	التوصيل الكهربائى وقانون آدم
١٩٧	تعريف الحركة الازاحية
١٩٩	التوصيل الحرارى للغاز الالكترونى الحر

١٩٩	قانون فيدمان وفرانز
٢٠٠	ظاهرة هول المعتادة
٢٠٣	ظاهرة هول المتكامل
٢٠٩	<b>الباب الحادى عشر</b>
٢٠٩	النظرية الكمية للإلكترون الحر
٢٠٩	الغاز الإلكتروني الكمي
٢١٢	الإحصاء الكمي
٢١٧	دالة التوزيع لبوز أينشتين
٢٢١	إحصاء فيرمي وديراك
٢٢٤	طاقة فيرمي
٢٢٦	درجة حرارة فيرمي
٢٣٠	طول موجة دي برولي المصاحبة للإلكترون عند مستوى فيرمي للطاقة
٢٣١	الحرارة النوعية الإلكترونية للفلزات
٢٣٧	قانون رتشاردسون وديشمان
٢٥١	<b>الباب الثانى عشر</b>
٢٥١	نظرية المناطق
٢٥٢	نموذج كرونيج وبنى
٢٥٩	كتلة الإلكترون الفعالة فى البلورة
٢٦٠	مناطق بريلوين
٢٦٦	تعريف المادة الموصلة كهربائيا
٢٦٦	المادة العازلة
٢٦٦	المادة شبه الموصلة
٢٧٣	<b>الباب الثالث عشر</b>
٢٧٣	اكتشاف الموصلية الفائقة

٢٧٤	خواص الموصلات الفائقة
٢٧٤	ظاهرة الرفع
٢٧٤	المجال المغناطيسي الحرج
٢٧٥	أثر ميزنر
٢٧٦	النوع الثاني من الموصلات الفائقة
٢٧٩	ميكانيكية التوصيل فى الموصلات الفائقة
٢٨١	طاقة الثغرة
٢٨٣	أثر جوزيفسن
٢٨٤	اسكويد
٢٨٥	وحدات مرجعية كمية للجهد والمقاومة
٢٨٩	البنية التركيبية للموصل الفائق عند الدرجات المرتفعة
٢٩١	الفولرين كموصل فائق
٢٩٧	<b>الباب الرابع عشر</b>
٢٩٧	الخواص المغناطيسية للجوامد
٢٩٧	(أ) مواد ديا مغناطيسية
٢٩٧	(ب) مواد بارامغناطيسية
٢٩٨	قياس القابلية المغناطيسية
٢٩٨	طريقة جوى
٢٩٩	نظرية لانجفن للديا مغناطيسية
٣٠١	النظرية الكمية للبارامغناطيسية
٣٠٢	تغير القابلية المغناطيسية مع درجة الحرارة
٣٠٧	الرنين الإلكتروني البارامغناطيسي
٣٠٩	الرنين المغناطيسي النووي
٣٠٩	رنين السيكلوترون
٣١٠	الخاصة الفيرومغناطيسية

٣١٣	كيفية تمغنط المواد الفيرومغناطيسية
٣١٤	تأثير درجة الحرارة
٣١٥	ظاهرة باركهاوزن
٣١٩	<b>الباب الخامس عشر</b>
٣١٩	نظرية العوازل
٣١٩	تعريفات وعلاقات فى الكهرواستاتيكا
٣٢٠	قياس ثابت العازل
٣٢١	الاستقطابية الاستاتيكية للجزيئات الحرة
٣٢٣	القابلية الكهربائية والاستقطابية
٣٢٤	الاستقطابية الإلكترونية
٣٢٤	تغير الاستقطابية الإلكترونية بتردد المجال
٣٢٥	الاستقطابية الأيونية
٣٢٧	الاستقطابية المتجهة
٣٣١	المجال المحلى فى العوازل الجامدة
٣٣٢	حساب مجال لونتز
٣٣٣	علاقة كلازيوس - موزوتى
٣٣٤	الفيروكهربية
٣٣٦	الفيروكهربية ودرجة الحرارة
٣٣٨	ثابت العازل ودرجة حرارة كورى
٣٣٩	الظاهرة الكهروضغطية
٣٤٥	<b>الباب السادس عشر</b>
٣٤٥	ديناميكية الشبيكة
٣٤٥	التردد الذرى
٣٤٨	النظرية الكلاسيكية للحرارة الذرية

٣٤٩	نظرية أينشتين للحرارة الذرية
٣٤٩	الطاقة المتوسطة الكمية للمهتز التوافقي
٣٥١	نظرية الفونونات لديباي
٣٥٢	طيف الترددات لديباي
٣٥٥	علاقة ماديلنج
٣٥٦	دالة طيف التردد لديباي
٣٦١	نقد نظرية ديبياي
٣٦٤	اهتزاز الشبكة وامتصاص البلورات للضوء
٣٦٥	معادلة انتشار الأمواج في قضيب مرن
٣٦٦	الحركة الموجية على شبكة خطية أحادية الذرة
٣٧٠	ذبذبة الشبكة الخطية ثنائية الذرة
٣٧٥	امتصاص البلورات للأشعة تحت الحمراء
٣٧٧	تطبيق على شبكة الصوديوم
٣٨٣	<b>الباب السابع عشر</b>
٣٨٣	نظرية الانتشار في الجوامد
٣٨٣	وحدة عملية الانتشار
٣٨٥	طرق الانتشار
٣٨٥	طرق الانتشار الذري
٣٨٥	الانتشار التبادلي
٣٨٦	الانتشار التخللي
٣٨٧	الانتشار بواسطة الشواغر
٣٨٧	القانون الأول للانتشار لفيك
٣٨٩	قانون الانتشار الثانى لفيك
٣٩٠	حل معادلة الانتشار فى بعد واحد
٣٩٤	الحيود عن قوانين فيك



٣٩٦	أثر كير كندال
٤٠١	<b>الباب الثامن عشر</b>
٤٠١	أولا : الخواص المرنة للمواد
٤٠١	الانفعال
٤٠٣	الاجهاد
٤٠٥	النظرية الخطية للمرونة
٤٠٦	ثانيا : الخواص اللامرنة
٤٠٧	المرونة وعامل الزمن
٤٠٩	معادلة الحالة الميكانيكية لجسم حقيقى
٤١٠	العلاقة بين معاملى المرونة قبل وبعد الارخاء
٤١٢	الاحتكاك الداخلى
٤١٤	طيف الارخاء
٤١٩	<b>الباب التاسع عشر</b>
٤١٩	عيوب الشبيكة
٤١٩	العيوب النقطية
٤١٩	الاتزان الحرارى لعدد الشواغر فى الشبيكة
٤٢٤	تعيين طاقة التكوين للشواغر عمليا
٤٢٥	العيوب الخطية
٤٢٦	كشف العيوب البلورية بالأشعة السينية
٤٢٧	اختلاف الخواص الميكانيكية للمادة فى وجود عيوب الشبيكة
٤٢٩	الخواص المتجهة للتدفق اللدن
٤٣٠	معدل النمو البلورى
٤٣١	عيوب الشبيكة ميكروسكوبيا
٤٣٢	أنواع العيوب الخطية للشبيكة



حسن يوسف (الكوي)

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

## مكتبتى الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

## الرباط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## أجوبة المسائل

### الباب الاول :

$3.1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ; $3.1 \times 10^{10} \text{ molecule}$	(٢)
$3.3 \times 10^{27} / \text{m}^2 \cdot \text{s}$	(٣)
482 m/s	(٦)
$1.29 \times 10^{-5} \text{ cm}$	(١٢)
$1.93 \times 10^{10} \text{ N/m}$ ; $3.8 \times 10^4 / \text{m}$	(٢٠)
3679 ; 68	(٢١)
368 ; 74	(٢٢)
9.995	(٢٣)
$34 \times 10^{-9} \text{ m}$ ; 200 ; 2.3 m/s ; 200 ; $2.2 \times 10^4$	(٢٦)

### الباب الثاني

$2.25 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; $2.27 \times 10^9 / \text{s}$	(٢)
a R ; (a+1) R ; 7	(٣)
$1.40 \times 10^{21}$	(٤)
a - $34 \times 10^{-9} \text{ m}$ ; b - 200 ; c - 2.3 m/s	(٨)
d - 200 ; e - $2.2 \times 10^4$	

### الباب الثالث

60 $\mu \text{ A}$ ; 10 cm	(٢)
$1.29 \times 10^{-5} \text{ cm}$	(٣)
$\eta / \sqrt{T} = 9.995$	(٥)

## الباب الرابع

$$\delta N_2 = 4 ; \delta N_1 = -2 \quad (٢)$$

$$w = \exp ( 12.8 \times 10^6 ) \quad -١ \quad (٣)$$

$$w = 1 \quad \text{ب-}$$

$$N_i = \frac{N}{m} ; S = k N \ln m ; U = N w \quad (٤)$$

## الباب الخامس

$$\lambda = 0.91 \times 10^{-12} \text{ cm} \quad (٢)$$

$$E_1 = 13.6 \text{ eV} \quad (٥)$$

$$0.35 \times 10^{-25} \text{ cm / sec} . \quad (٨)$$

$$6.6 \times 10^{-3} \text{ eV} \quad (٩)$$

$$f = 0.05 \text{ Hz} ; n = 3 \times 10^{33} \quad (١٠)$$

$$E_{n+1} - E_n = 0.2 \times 10^{-15} \text{ eV} \quad (١١)$$

$$1.3 \%$$

$$E_1 - E_0 = 10.92 \times 10^{-19} \text{ J} ; \text{ wavelength } 1840^\circ \text{A} \quad (١٢)$$

$$\& E_1 - E_0 = 27.30 \times 10^{-35} \text{ J} ; \lambda = 7.29 \times 10^8 \text{ m} .$$

## الباب السادس

$$v = 3.31 \times 10^{-26} \text{ m / s} \quad (٣)$$

$$f = 0.05 \text{ Hz} ; n = 3 \times 10^{33} \quad (١٠)$$

$$E_{n+1} - E_n = 0.2 \times 10^{-15} \text{ eV} \quad (١١)$$

$$1.3 \%$$

$$E_0 - E_1 = 10.92 \times 10^{-19} \text{ J} ; \lambda = 1840^\circ \text{A} \quad (١٢) \text{ الحالة الأولى}$$

$$27.30 \times 10^{-35} \text{ J} ; \lambda = 7.29 \times 10^8 \text{ m}$$

الحالة الثانية

### الباب السابع

$$f = e / 4 \sqrt{\pi \epsilon_0 r^3 m}$$

(١)

$$d\lambda = 0.157 \text{ } ^\circ\text{A}$$

(٢)

محمّد يوسف اللواتي

### الباب الثامن

### الباب التاسع

$$2.94 \times 10^{-9} \text{ N} ; -5.14 \text{ eV}$$

(٣)

$$2.33 \text{ g / cm}^3$$

(٥)



(٩)

2 Zn O فى كل خلية .

(١١)

$$(100) , (110) , (111) , (200) , (210) \text{ \& } (211)$$

(١٢)

(١٣) درجة النقاء النهائية %  $10^{-5}$  بالوزن نحاس

عدد مرات مرور المنطقة المنصهرة 13 مرة

$$5 \text{ eV}$$

(١٩)

$$77.6 \text{ kcal / mole}$$

(٢٠)

### الباب العاشر

$$\sigma = 2.12 \times 10^7 \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

(٥)

$$\tau = 4.1 \times 10^{-13} \text{ sec .}$$

(٦)

$$\text{distance} = 410 \text{ } ^\circ\text{A}$$

$$\rho = 0.0893 \text{ } \Omega . \text{cm} ; V_H = -62.5 \text{ } \mu\text{V}$$

(٧)

$$0.24 \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (١٠)$$

### الباب الحادى عشر

$$W = \exp ( 12.8 \times 10^6 ) ; W = 1 \quad (٤)$$

$$E_F = 9 \text{ eV} \quad (٧)$$

$$\lambda = 0.6 \times 10^{-5} \text{ cm} \quad (١٧)$$

$$N(E) = 4 \pi m / h^2 ; 2 \text{ electrons} \quad (٢٢)$$

$$1260 \text{ K} \quad (٢٦)$$

$$0.54 \mu \text{ A} \text{ بدون مجال} \quad (٢٧)$$

$$0.585 \mu \text{ A} \text{ فى وجود المجال والنقص فى } 0.015 \text{ eV } \phi$$

$$5.31 \times 10^{-8} \text{ m} ; 4.6 \times 10^2 \quad (٢٨)$$

### الباب الثانى عشر

$$E(111) / E(100) = 3 \quad (٢)$$

$$m^* / m = 0.53 \quad (٣)$$

$$\rho = 1.1 \times 10^{-24} \text{ kgms}^{-1} ; E = 6.63 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (٥)$$

### الباب الثالث عشر

$$0.0529 \text{ T} ; 794 \text{ A} \quad (١)$$

$$265 \text{ A} ; I_{\max} = 518 \text{ A} \quad (٢)$$

$$E_G = 3.53 k T_C = 2.19 \times 10^{-3} \text{ eV} \quad (٤)$$

$$E_G = h f ; f = E_g / h$$

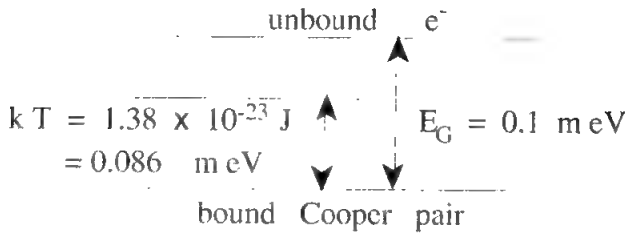
$$200 \text{ A} \quad (٥)$$

$$0.028 \text{ eV} \quad (٦)$$

$$1.65 \times 10^{-14} \text{ T} \quad (٧)$$

$$\Delta S = 9.83 \times 10^{-3} \text{ J / mol . k} \quad (٨)$$

(٩)



$$\Delta B = \frac{\Phi_0}{\pi r^2} = 0.001 \times 10^{-3} \text{ T} \quad (١٠)$$

$$45 \text{ m T} \quad - \text{ أ } (١١)$$

$$8.0 \times 10^{-6} \text{ Wb} \quad - \text{ ب }$$

$$3.9 \times 10^9 \text{ quanta} \quad - \text{ ج }$$

$$1 \times 10^{-11} \text{ T} \quad - \text{ د }$$

#### الباب الرابع عشر

$$- 0.05 \text{ amp . m}^{-1} \quad (١)$$

$$\simeq - 5 \times 10^{-6} \quad (٢)$$

$$300 \text{ K عند درجة } 2.4 \times 10^{-27} \text{ omp m}^2 \quad (٣)$$

$$1 \text{ K عند درجة } 7.2 \times 10^{-25} \text{ amp m}^2$$

$$35 \text{ 200 Mc / sec.} \quad (٤)$$

$$0.66 , 15.8 \times 10^5 \text{ amp m}^{-1} \quad (٥)$$

$$3140 \text{ webers m}^{-2}$$

$$9.54 \times 10^{-5} \text{ J / T}^2 \quad (٧)$$



$$m' / m = 0.75 \quad (٩)$$

### الباب الخامس عشر

$$5.33 \times 10^{-11} \text{ F} \quad (٢)$$

$$-x \text{ في الاتجاه } x \text{ } 12 \mu \text{ C} \cdot \text{m} \quad (٥)$$

$$.x \text{ في اتجاه } x \text{ } 3 \mu \text{ C} \cdot \text{m}$$

$$1.43 \times 10^{-40} \text{ farad} \cdot \text{m}^{-2} \quad (٦)$$

$$E(\text{Loc}) / E = 1.23 \quad (٧)$$

$$10 \text{ kc/s} : 0.1 \text{ m} \quad (٨)$$

$$1 \text{ Mc/s} : 10^{-3} \text{ m}$$

$$10 \text{ Mc/s} : 10^{-4} \text{ m}$$

### الباب السادس عشر

$$a = 3 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (١)$$

$$f_{\max} = 3 \times 10^{12} \text{ Hz} \quad (٢)$$

$$f = 10^{13} \text{ Hz.} \quad (٤)$$

$$1.51 \times 10^2 ; 0.63 \% \quad (٦)$$

### الباب السابع عشر

$$1.5 \times 10^{-10} \text{ cm}^2 / \text{sec} \quad (١)$$

$$0.6 \text{ m m} \quad (٢)$$

### الباب الثامن عشر

$$10^6 \text{ n m}^2 \quad (٢)$$

13.1 °A

(٤)

## الباب التاسع عشر

137 cal .

(١)

0.83 min .

(٢)

100

(٣)

محمّد إبراهيم

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)



# GLOSSARY

## - A -

Adiabatic	أديباتي
Anti - parallel	عكس موازٍ
Angular distribution	توزع زاوي
Anomalous Zeeman effect	أثر زيمان الشاذ
Amorphous	لا بلوري
Attractive forces	قوى جاذبة
Alloy	اشابة (سبيكة)
Activation energy	طاقة تنشيط
Atomic planes	مستويات ذرية
Allowed state	جالة مسموحة
Amplifier	مضخم
Atomic frequency	تردد ذري
Acoustical phonon	فونون صوتي
Anelasticity	لامرونة

## - B -

Bulk modulus	معامل المرونة الحجمي
Boundary condition	حالة الحدود
Bohr magneton	ماجنيتون بوهر
Binding forces	قوى الترابط
Base - centred	متمركز القاعدة
Body - centred	متمركز الجسم

Bloch walls

حوائط بلوخ

Brillouin zone

نطاق بريلوين

Bridge

قنطرة

Barkhausen effect

أثر باركهوزن

Bond length

طول الرابطة

Burger's vector

متجه بورجر

- C -

Collision Frequency

تردد التصادم

Cylindrical coordinates

إحداثيات اسطوانية

Conservation law

قانون البقاء

Collector

مجمع

Crystal

بلورة

Compressibility

انضغاطية

Core

قلب

Coupling

ربط بيني

Crystalline

بلورى

Coulomb forces

قوى كولومية

Covalent crystal

بلورة تساهمية

Covalent force

قوة تساهمية

Coordination number

عدد التناسق

Cubic

تكعيبي

Crystal systems

النظم البلورية

Crystal growth

إنماء بلورى

محمّد يوسف الدويهي

Crucible	بوتقة
Concentration	تركيز
Charge carriers	حاملات الشحنة
Classical theory	النظرية الكلاسيكية
Current density	كثافة تيارية
Compartment	حجره
Conduction band	نطاق توصيل
Critical field	مجال حرج
Critical temperature	درجة حرارة حرجية
Cooper pair	زوج كوبر
Cardiac arrest	سكته قلبية
Cyclotron resonance	رنين السيكلوترون
Cooperative phenomena	ظواهر تعاونية
Curie temperature	درجة حرارة كوري
Criticism	نقد
Carbide	كربيد

## - D -

Degrees of freedom	درجات حرية
Deviation	حيود
Distribution function	دالة التوزيع
Density function	دالة الكثافة
Disorder	فوضى
Discrete levels	مستويات محللة

Dual nature	طبيعة مزدوجة
Degeneracy	تحلل
Diamagnetic	ديا مغنطيسي
Dipole	ثنائي قطب
Density of packing	كثافة الرص
Distribution parameter	معامل التوزيع
Drift velocity	سرعة إزاحية
Density of energy states	كثافة مستويات الطاقة
Debye temperature	درجة حرارة ديبي
Domain	منطقة
Dielectric	عازل
Displacement	إزاحة
Dielectric constant	ثابت العزل
Debye function	دالة ديبي
Dispersion relation	علاقة التشتت
Diffusion	انتشار
Dislocation	انخلاع

## - E -

Equipartition	متساوي التوزيع
Exponential function	دالة أسية
Excited state	حالة مثارة
Electron gun	مدفع إلكتروني
Entropy	أننتروپيا
Eccentricity	تطرف

Energy levels	مستويات الطاقة
Emission	انبعاث
Ether	أثير
Eigen values	قيم الطاقة
Electric dipole	ثنائي قطب كهربى
Conductivity	موصلية
Element of volume	عنصر حجم
Extrinsic	عارضة
Energy density	كثافة الطاقة
Electronic specific heat	الحرارة النوعية للإلكترونات
Energy barrier	حاجز الطاقة
Effective mass	كتلة فعالة
Electron distribution curves	منحنيات التوزيع الإلكتروني
Energy contours	خطوط تساوى الطاقة
Electron - phonon interaction	الفعل البينى الكترون - فونون
Energy gap	طاقة الثغرة
Epilipsy	صرع
Electronic polarizability	استقطابية إلكترونية
Electrostriction	الانضغاط الكهربى
Elastic after effect	مرونة متأخرة
Edge dislocation	انخلاع حدى
Etch pit	حفرة كشطية



- F -

Functional equation	معادلة دوالية
Free path	مسار حر
Field - ion microscope	ميكروسكوب المجال الأيوني
Flexible	مطاطة
Face - centred	متمركز الوجه
Fine structure	بنية دقيقة
Fractional Hall effect	أثر هول الجزئي
Fermi - Dirac statistics	إحصاء فيرمي وديراك
Fermi energy	طاقة فيرمي
Finite	محدود
Forbidden energy band	نطاق طاقة محرم
Fermi surface	سطح فيرمي
Frictionless	عديم الاحتكاك
Flux quantum	كدة فيض
Fullerine	فولرين
Ferro magnetic	فرومغناطيسية
Ferro electricity	فروكهربية
Frequency spectrum	طيف الترددات
Frequency distribution	توزيع الترددات
Fick's diffusion laws	قوانين فيك للانتشار

## - G -

Ground state	الحالة الأرضية
Gradient	ميل
G - Factor	معامل لاندى الانشطارى
Group velocity	سرعة المجموعة

## - H -

Heat capacity	سعة حرارية
Hyperbola	قطع زائد
Hypothesis	فرض
Harmonic	توافقى
Harmonic oscillator	متذبذب توافقى
Hexagonal	سداسى
Hall effect	أثر هول
Hall mobility	حركية هول
Hole	ثقب

## - I -

Isothermal	ايثوثرمالى
Impact parameter	معامل التصادم
Ionization potential	جهد الإثارة
Ionic crystal	بلورة أيونية
Interstitial alloy	اشابه تخيلية
Impurities	شوائب
Integral	متكامل

Intrinsic ذاتى .

Ionic polarizability استقطابية أيونية

- J -

Josephson junction وصلة جوزيفسن

Junction p - n - وصلة موجب سالب

- K -

Kronig - Penny model نموذج كرونيج وبني

Klausius - Mosoti relation علاقة كلاوزيوس وموزوتى

- L -

Larmor precession رجوية لارمر

Landé splitting factor معامل لاندى الانشطارى

Lattice point نقطة شبكية

Lattice parameter البعد الشبكي

Liquidus خط السائل

Lever rule قاعدة ليفر

Luster لمعة

Levitation effect ظاهرة الرفع

Local field مجال محلى

Lorentz field مجال لورنتز

Lattice defects عيوب الشبكية

Ledge شفه

- M -

Macroscopic ماكروئية

Microscopic ميكروسكوبية

Mean free path	متوسط المسار الحر
Molar specific heat	حرارة نوعية ذرية
Momentum space	فراغ كمية الحركة
Magnetic moment	عزم مغنطيسي
Mie's rule	قاعدة مِي
Molecular crystal	بلورة جزيئية
Metallic crystal	بلورة فلزية
Metal	فلز
Mono clinic	أحادية الميل
Miller indices	معاملات ميلر
Melt	مصهور
Monochromatic	أحادي اللون
Molecular velocity	سرعة جزيئية
Meissner effect	أثر ميزنر
Mechanism	ميكانيكية
Magnetic susceptibility	قابلية مغناطيسية
Moment	عزم
Madelung relation	علاقة ماديلنج
Multiplication of dislocations	تكاثر الانخلاعات

## - N -

Nucleus	نواة
Normalization condition	الحالة العيارية
Normal triplet	الثلاثي المعتاد
Nuclear magnetic resonance	رنين نووي مغنطيسي

## - O -

Orbit	مسار
Oscillator	متذبذب
Orthogonality condition	الحالة العمودية
Orbital quantum number	العدد الكمي المداري
Ortho rhombic	
Opacity	إعتام
Occupation probability	احتمال الاشغال
Overlapped zones	نطاقات متداخلة
Oscilloscope	راسم الذبذبات
Orientation	اتجاهية
Orientation polarizability	استقطابية اتجاهية
Order - disorder transformation	تحول من منظم إلى غير منظم
Optical phonon	فوتون ضوئي

## - P -

Point mass	كتلة نقطية
Probable	محتمل
Partition function	دالة التقسيم
Particle	جسيم
Plane harmonic wave	موجة توافقية مستوية
Probability density	كثافة الاحتمال
Potential well	بئر جهد

Pauli principle	مبدأ باولي
Periodic table	الجدول الدوري
Paramagnetic	بارا مغنطيسي
Packing	رص
Polycrystalline	متعدد الحبيبات
Polarization	استقطاب
Phase	طور
Powder	مسحوق
Permittivity	نفاذية
Permiability	سماحية
Photon	فوتون
Phase space	فراغ الطور
periodic potential	جهد دوري
Plane waves	أمواج مستوية
Particle velocity	سرعة الجسم
Plateau	مصطبة
Precession frequency	تردد رحوى
Paramagnetic resonance	رنين بارا مغناطيسي
Peroveskite	بروفسكيت
Polarization catastrophe	كارثة الاستقطاب
Piezo electricity	الكهرضغطية
Phonon	فونون
Phase transformation	تحول طورى
Plastic flow	تدفق لدن

## - Q -

Quantization	تكمية
Quantum	كمة
Quantization principle	المبدأ الكمى
Quantum statistics	إحصاء كمى

## - R -

Radio tracer	مشع اقتفائى
Radial quantum number	العدد الكمى النصف قطرى
Remenant	متبقية
Remenant magnetism	مغناطيسية متبقية
Relaxation spectrum	طيف الإرخاء
Rocking curve	منحنى القلقة

## - S -

Shell	قشرة (صدفة)
Slit	فتحة مستطيلة
Statistical	إحصائى
Shearing force	قوة قاصة
Spherical	إحداثيات كرية
Stirling's approximation	تقريب سترلنج
Scattering	استطارة
Stationary orbit	مدار مستقر
Spectrum	طيف
Spiral net	شبكة حلزونية
Schrodinger equation	معادلة شرودنجر

Space quantization	تكمية الفراغ
Splitting	انشطار (تجزئة)
Spin	لف
Subshell	تحت الصدفة
Selection rule	قاعدة الاختيار
Spin - orbit interaction	الفعل اللفي المداري
Super cooled liquid	سائل فوق مبرد
Space lattice	شبيكة فراغية
Seed crystal	بذرة بلورة
Solid solution	محلول صلب
Structure analysis	تحليل بنيوي
Substitutional alloy	اشابه تبادلية
Solidus	خط الجامد
Stationary waves	أمواج موقوفة
Semi conductor	شبه موصل
Super conductivity	موصلية فائقة
Squid	السكويد
Stress	إجهاد
Strain	انفعال
Slip plane	مستوى الانزلاق

## - T -

Thermodynamic equilibrium	اتزان ديناميكي حراري
Thermal agitation	تهيج حراري
Transport phenomena	ظواهر الانتقال



Thermal conductivity

معامل توصيل حرارى

Thermodynamic probability

الاحتمال الديناميكي الحرارى

Tunnel effect

ظاهرة الإنفاق

Transition

انتقال

Triclinic

ثلاثية الميل

Trigonal

ثلاثية الوجه

Tetragonal

Tolman effect

أثر تولمان

Thermionic emission

انبعاث ثرميوني

Type I

النوع الأول

Threshold voltage

فلطية العتبة

Trapping

اصطياد

- V -

Viscosity

لزوجة

Velocity space

فراغ السرعات

Valence

تكافؤ

Van der Waal forces

قوى فان درفال

Void

فراغه

Valence band

نطاق التكافؤ

Vortex lines

خطوط دوامية

Vacancy

شاغرة

- U -

Uncertainty priniple

مبدأ عدم اليقين

Unit cell

وحدة الخلية

## هذا الكتاب

كان تطور علم الفيزياء فى القرن العشرين بمثابة ثورة شاملة فى مفاهيمنا لطبيعة المادة والطاقة والإشعاع ، اقتضى التطور تقسيم علم الفيزياء إلى فيزياء كلاسيكية وأخرى معاصرة

ولما كان التطور التكنولوجى الكبير المصاحب لهذه الاكتشافات فى حاجة دائما إلى نوعيات خاصة جدا من المواد التى لها صفات يستلزمها نجاح المشروعات الضخمة التى تقوم بها الدول لذلك أصبح الاهتمام بتدريس الطبيعة الذرية للمادة وأثرها على الخواص الماكروسكوبية أمرا ضروريا .

وهذا الكتاب ييسر لكل طالب سبل المعرفة بأحدث النظريات فى تركيب المادة ومكوناتها الأساسية ، كما يتيح كذلك تفسير الظواهر الطبيعية التى تنشأ عن التجمعات الذرية أو الجزيئية وكيفية معالجتها بأسلوب إحصائى .

ولقد تعددت الكتب الأجنبية التى تعنى بطبيعة الجوامد والحالة المكثفة ، وكان لزاما على العلماء العرب إثراء المكتبة العربية فى هذا الموضوع الهام ، بما يساعد الطالب على فهم القوانين التى تحكم هذا العالم الواسع .

ويسر دار النشر للجامعات أن تتقدم بهذا الكتاب إلى كل المهتمين بدراسة فيزياء الجوامد ، والله الموفق .

الناشر



دار النشر للجامعات - مصر

١٦ شارع عدلى - الدور الثالث - القاهرة

ص.ب ١٣٠ محمد فريد - ت : ٢٩٣١٤٣٤ - فاكس : ٢٩١٢٢٠٩